

# The Research Reviewed of the Multi-Attribute Group Decision Making Method for Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets Based on TOPSIS

Min Li, Bianping Su, Qiangqiang Zhang

College of Mathematics, College of Science, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an Shaanxi  
Email: 1937841441@qq.com, 942037813@qq.com, 951560448@qq.com

Received: Oct. 1<sup>st</sup>, 2018; accepted: Oct. 17<sup>th</sup>, 2018; published: Oct. 24<sup>th</sup>, 2018

---

## Abstract

In multiple attribute group decision making, because every expert has his own knowledge and expertise, different experts have different weights for different attributes. A new method to determine the expert's weights is put forward based on the TOPSIS method in interval-triangular fuzzy setting. If the evaluation value is close to the positive idea evaluation value and far away from the negative ideal evaluation value, it will be given a large weight; otherwise, the evaluation value will be given a small weight. Experience shows that the weight of experts determined by this method has a significant effect on solving practical decision-making problems. A new method of multiple attribute interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making is presented in this paper, including the attribute weights which are completely known, partly known and completely unknown. Finally, the feasibility and validity of this method are proved by our examples.

## Keywords

Multiple Attribute Group Decision Making, Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Set, Weight, TOPSIS

---

# 基于TOPSIS的区间直觉模糊集多属性群决策方法研究综述

李 敏, 苏变萍, 张强强

西安建筑科技大学理学院, 陕西 西安  
Email: 1937841441@qq.com, 942037813@qq.com, 951560448@qq.com

收稿日期：2018年10月1日；录用日期：2018年10月17日；发布日期：2018年10月24日

## 摘要

关于区间直觉模糊集多属性群决策方法的研究已然成为当前决策领域的一个热点，并且，被广泛应用于各类决策问题中。因此，为了能够更好地了解区间直觉模糊集在群决策问题中的排序方法、更好地将其应用到决策问题的各个领域，本文介绍了区间直觉模糊集在多属性决策与多属性群决策问题中的研究现状，分析了在多属性群决策问题中确定专家权重的方法及其不足，在区间直觉模糊集上提出了一种基于TOPSIS的确定专家权重的新方法，进一步给出了一种基于新权重方法的区间直觉模糊集多属性群决策方法，最后对其今后可能的发展方向进行了预测。

## 关键词

多属性群决策方法，区间直觉模糊集，权重，TOPSIS

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

多属性群决策[1] [2] [3] [4]是指多个专家针对具有多个属性的有限个方案进行排序和选择的一类决策问题。目前，关于多属性群决策的问题在社会生活的各个领域都有所应用，如：工程，经济，管理等领域。自从 Zadeh [5]于 1965 年提出模糊集理论以来，模糊集理论就被应用到了当代生活的各个邻域，并且已经有越来越多的学者关注模糊集的理论及其研究，并且取得了丰富的研究成效。在 1986 年 Atanassov 提出了直觉模糊集的概念[6] [7]，Gau 和 Buehrer 定义了 Vague 集的概念[8]。Bustince 和 Burilb 指出 Vague 集的实质就是直觉模糊集[9]。直觉模糊集同时考虑了隶属度，非隶属度和犹豫度三方面的信息，因而相比模糊集而言，更能灵活地处理客观事物的不确定性和模糊性。但是由于客观事物的复杂性和可变性，以及人们认知水平和思维能力的局限性，决策者通常不能以一个确定的数来表示隶属度和非隶属度。因而 Atanassov 和 Gargov 对直觉模糊集进行了推广，提出了区间直觉模糊集的概念，在区间直觉模糊集中，隶属度和非隶属度不再是一个确定的数，而是一个区间数[10]。相比直觉模糊数，区间直觉模糊数在处理不确定性和模糊性等方面更有优势，在模糊多属性决策(MADM)和多属性群决策(MAGDM)范畴中有着更为广泛的应用。本文在阅读国内外相关文献资料的基础上，对区间直觉模糊集多属性群决策方法的研究现状进行了分析，并且在对比研究各个方法优缺点的基础上，在区间直觉模糊集上提出了一种基于 TOPSIS 的确定专家权重的新方法，最后对其以后的研究方向进行了一预测。

## 2. 区间直觉模糊集多属性决策方法研究现状

自从 1989 年 Atanassov 提出了区间直觉模糊集的概念以来，有关区间直觉模糊集在多属性决策(MADM)领域的研究就吸引了越来越多人的重视。截至目前，针对区间直觉模糊集模糊多属性决策方法的研究主要集中在：区间直觉模糊数的有关算子[11] [12] [13]，经典多属性决策方法的扩展[14] [15]和相似性测度[16] [17]等几个方面。

在区间直觉模糊数有关算子方面,徐泽水提出了区间直觉模糊数的加权平均算子,算术平均算子,加权平均算子和加权几何算子。定义了各算子的有界性、幂等性、置换不变性等性质,并基于各集结算子给出了区间直觉模糊集多属性决策方法[11]。文献[12]通过定义区间直觉模糊集的点算子和得分函数,给出了区间直觉模糊集的多属性决策方法。文献[13]定义了区间直觉模糊数的一些运算法则、得分函数和精确函数,对于属性权重信息不完全的多属性群决策方法,基于最大偏差的目标规划模型以及加权算术平均算子,选出了最优方案。

在经典多属性决策方法的扩展方面,文献[14]定义了两个区间直觉模糊数之间的距离公式以及区间直觉模糊正、负理想点,给出了一种基于 TOPSIS 的区间直觉模糊多属性决策方法。文献[15]提出了一种基于不完全信息下的区间直觉模糊多准则决策方法。

在相似性测度方面,文献[16]提出了用相似性度量的方法来解决区间直觉模糊数的多属性决策问题,不仅考虑了区间直觉模糊集之间的直线距离,而且还考虑了比较值与其它值相比是否更相似或更不相似。文献[17]定义了两个区间直觉模糊数之间的相似性度量、海明距离、规范海明距离、欧几里得距离,规范欧几里得距离、加权海明距离和加权欧几里得距离,并将相似性度量应用到了具有区间值直觉模糊信息的模式识别中。

由此可见,基于区间直觉模糊集的多属性决策方法已经取得了丰富的研究成果。但是,还存在一些尚未解决的问题:由于区间直觉模糊数的几何集结算子涉及到了乘方运算。因此,当方案集和属性集较多时,通常会给决策过程带来不便;而且两个区间直觉模糊集之间的距离公式在运算过程中计算量很大,这样就很容易造成不准确的决策结果。

### 3. 区间直觉模糊集多属性群决策方法研究现状

从第二部分我们可以分析,有关将区间直觉模糊集应用到多属性决策方面的研究已经成了众多学者研究的主题,并且已经取得了丰富的进展,但是将区间直觉模糊集应用于模糊多属性群决策的研究并不多见,目前有关区间直觉模糊集的群决策方法的研究主要体现在以下几个方面:算子集结、Choquet 积分、矩阵、相关系数、相似性测度、TOPSIS 方法和多维度偏好分析(LINMAP)。

在算子集结方面: Xu 研究了区间直觉模糊信息的集结算子,主要包括:区间直觉模糊加权平均(IIFWA)算子及区间直觉模糊混合几何(IIFG)算子等,然后给出了每个算子的集结运算结果,并且讨论了各个算子的一些重要性质:有界性、幂等性、置换不变性等,进一步给出了基于各算子的区间直觉模糊集群决策方法[11][18][19]。梁昌勇等提出了诱导性区间直觉模糊混合平均(I-IIFHA)算子和诱导性区间直觉模糊混合几何(I-IIFHG)算子,这两种算子的诱导变量为区间直觉模糊熵值,进一步给出了一种基于区间直觉模糊集的群决策方法。在这种方法中,既考虑了区间直觉模糊信息本身又考虑了决策信息所在位置的重要性[20]。

Wei 定义了区间直觉模糊数的得分函数和精确函数和诱导区间直觉模糊有序加权几何(I-IIFOWG)算子,同时给出了该算子的一些重要性质:单调性、幂等性和交换性,进一步提出了直觉模糊多属性决策方法,并且将结果扩展到了区间直觉模糊集群决策方法中[21]。Wei and Wang 定义了一些几何集结算子:区间直觉模糊有序加权几何(IIFOWG)算子和区间直觉模糊混合几何(IIFHG)算子,提出了一种属性权重完全已知的区间直觉模糊集多属性群决策方法[22]。Liu 提出了区间直觉模糊 Hamacher 混合加权平均(IVIFHHWA)算子、区间直觉模糊 Hamacher 几何加权平均(IVIFGWA)算子等,并进一步给出了基于各算子的区间直觉模糊集群决策方法[23]。

在 Choquet 积分方面: Meng and Tang 定义了一个新的算子:算术区间直觉模糊 Choquet 集结(AIVIFCA)算子,考虑到元素之间的相互作用存在其它结合,进一步定义了一些新的算子: GSAIVIFCA 算子和

2AGSAIVIFCA 算子, 在属性权重和专家权重部分已知的情况下, 给出了一种基于交叉熵度和 Choquet 积分的区间直觉模糊集决策方法, 并且该方法能够反应全部组和之间的交互作用, 克服了原先基于 Choquet 积分的区间直觉模糊集决策子只考虑了相邻组合交互作用的阻碍[24]。Qin and Liu 通过定义区间直觉模糊测度的一些基本概念, 基于模糊测度和对策论, 根据区间直觉模糊数的模糊熵和加权信息矩阵, 提出了两个确定模糊测度的模型, 进一步提出了一种用 Choquet 积分求解区间直觉模糊多属性群决策的方法[25]。

在矩阵方面: Xu 通过定义一些典型的矩阵, 包括: 区间值直觉模糊矩阵、区间值直觉模糊相似矩阵和区间值直觉模糊等价矩阵, 并且研究了这些矩阵的性质, 进一步提出了一种基于距离测度的区间直觉模糊矩阵群决策方法[26]。

在相关系数方面: Park 等通过定义区间直觉模糊混合几何(IIFHG)算子, 将不同决策者给出的区间直觉模糊决策矩阵集结为同一个, 然后用得分函数计算每个属性值的得分和集结区间直觉模糊决策矩阵的得分矩阵, 进一步通过区间直觉模糊数的相关系数对方案集进行排序, 提出了属性权重信息不完全的区间直觉模糊集多属性群决策方法[27]。

在相似性测度方面: Xu 通过一种直觉模糊集的相似性测度, 研究了群决策的一致性, 并且将结果扩展到了区间直觉模糊集的情形[16]。

在 TOPSIS 方法方面: Ye 结合 TOPSIS 方法的基本思路, 在属性权重和专家权重都给定的情况下, 提出了一种区间直觉模糊数群决策方法[28]。

在多维度偏好分析(LINMAP)方面: Wang and Liu 在决策者偏好信息是由区间直觉模糊决策矩阵给出且方案集偏好信息完全未知的情况下, 提出了一种用多维度偏好分析(LINMAP)的线性规划技术求解区间直觉模糊集多属性群决策的方法[29]。

#### 4. 多属性群决策问题中确定专家权重方法的研究

在多属性群决策问题中, 关于确定专家权重的方法, 最简单的情况就是在群决策方法中, 专家权重被预先给出[30]-[39]或者是给出相同的专家权重[39]-[45]。这种情况的缺点是显而易见的。因为对于复杂的决策问题, 决策者通常来源于各个领域, 因为每个专家有他自己的专业知识和能力, 所以他很可能对于一些属性熟悉而对另一些则不熟悉, 对于这些不熟悉的属性, 决策者可能会给出过高或过低的评价值。如果每个专家对于所有的属性都用相同的权重, 那么就会导致不合理的决策结果。因此, 如何确定合理的专家权重就成为了一个重要且有意义的研究主题, 并且吸引了越来越多人的重视[39] [46]-[53]: Olcer and Odabasi 在 2015 年通过均匀化的方法将专家的意见转化为同一个, 在这种情况下, 不同的方案被分配到不同的专家权重。但是如果专家的数量很大, 这个方法需要大量的计算结果, 并且可能会导致不准确的结果。Keeney 和 Keeney 于 1975 年, 提出了使用人际比较来获得加权加法社会选择函数的比例常数的值。Brock 于 1980 年提出了基于纳什谈判的一种确定群体成员权重的方法。在这种情况下, 每个专家的实用信息与别的专家进行比较, 然后将其集结为一个。Kim *et al.* 于 1999 年提出了一种基于不完全权重信息的解决多属性群决策方法的互动过程, 如果属性集和方案集比较大, 就必须要考虑很多互动过程。Wei 于 2010 年提出了语义权重向量的重要性。Ramanathan and Ganesh 于 1994 年通过使用他们自己的主观意见提出了用特征向量方法确定专家权重的方法。Yue 于 2011 年提出了一种用 TOPSIS 方法确定专家权重的新方法, 在这种情况下, 专家权重是通过评价值与正, 负理想解和正负理想解之间的距离计算的。Yue 于 2012 年提出了通过用正理想决策和负理想决策确定专家权重的方法。尽管研究提出了许多基于直觉模糊集的多属性群决策方法, 但是, 还存在一定的问题: 不是对于所有的属性, 不同的专家有相同的权重, 就是不同的属性被分配到不同的权重。在后一种情况下, 应该检查专家的特征, 但是这样的计算

量很大，并且精确性不高，特别是对于方案集和属性集过大的情况。

## 5. 基于 TOPSIS 的确定专家权重的新方法

Hwang 和 Yoon 于 1981 年提出了 TOPSIS 方法[54]，并且被广泛地研究与应用，在 TOPSIS 方法中，一个理想方案的选择应该在接近正理想方案的同时远离负理想方案。不少文献已对基于 TOPSIS 的区间直觉模糊集群决策方法进行了研究[55] [56]，如：Park *et al.*于 2011 年在区间直觉模糊信息的条件下，用 TOPSIS 方法解决了属性权重部分已知情形下的多属性群决策方法问题。Tan 于 2011 年通过用基于海明距离的 Choquet 积分提出了一种基于 TOPSIS 的区间直觉模糊集群决策方法。Wei Yang, Zhiping Chen, Fang Zhang 提出了一种用 TOPSIS [43] [57]确定专家权重的新方法，不过其中决策者给出的评价价值是以直觉模糊数的形式给出的，这样对于处理决策过程中的模糊性和不确定性有一定的弊端。基于此，我们对上述方法进行了改进，在决策者的评价价值是以区间直觉模糊数给出的情况下，给出了一种用 TOPSIS 确定专家权重的一种新方法。该方法更有利于考虑到决策过程中的模糊性和不确定性，而且适用于方案集和属性集非常大的情况。为了将不同的决策者给出的评价价值集成为一个，首先定义了区间直觉模糊正，负理想矩阵，然后计算每个评价价值到区间直觉模糊正，负理想矩阵之间的距离，接着通过计算得到了每个评价价值的贴近度，进一步求得了专家权重。通过该方法确定的权重有两个优势：第一如果评价价值接近正理想点并且同时远离负理想点就会被赋予一个较高的权重；否则，评价价值就会被赋予一个小的权重；第二，降低了过高或过低的评价价值对排序结果的影响。并且考虑了不同属性权重信息的情况：属性权重完全已知，部分已知和完全未知。如果属性权重完全已知，在将不同的决策者给出的评价价值集成为一个之后，用 TOPSIS 方法对决策结果进行排序；如果属性权重部分已知，通过求解一个线性规划模型来求得属性权重；如果属性权重完全未知，我同样用 TOPSIS 方法得到属性权重。并且提出了一种与之相一致的算法。

## 6. 基于新权重方法的区间直觉模糊集多属性群决策方法

在决策问题中，一些专家可能来源于不同的领域，为了获得满意的决策方法。假定一个多属性群决策问题由以下条件给出：设  $\{E_1, E_2, \dots, E_t\}$  为专家集， $\{A_1, A_2, \dots, A_m\}$  为方案集， $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$  为属性集。决策者  $E_k$  给出方案  $A_i$  相对于属性  $B_j$  的评价价值  $\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} = ([a_{ij}, b_{ij}], [c_{ij}, d_{ij}])$   $k = (1, 2, \dots, t)$ ，进一步构成区间直觉模糊数决策矩阵：

$$D^{(k)} = (\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)})_{m \times n} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_{11}^{(k)} & \tilde{\alpha}_{12}^{(k)} & \dots & \tilde{\alpha}_{1n}^{(k)} \\ \tilde{\alpha}_{21}^{(k)} & \tilde{\alpha}_{22}^{(k)} & \dots & \tilde{\alpha}_{2n}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\alpha}_{n1}^{(k)} & \tilde{\alpha}_{n2}^{(k)} & \dots & \tilde{\alpha}_{nn}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

在决策方法中，应该首先将不同的决策矩阵归一化。基于 TOPSIS 方法，为了避免过高或过低的评价价值对排序结果的影响，接近正理想点且同时远离负理想点的评价价值应该被赋予较高的权重，否则评价价值就应该被赋予一个较小的权重。因此平均评价价值就可以看作是区间直觉模糊正理想评价价值。我们定义了区间直觉模糊正理想矩阵：

$$\tilde{D}^+ = (\tilde{\alpha}_{ij}^+)_{m \times n} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_{11}^+ & \tilde{\alpha}_{12}^+ & \dots & \tilde{\alpha}_{1n}^+ \\ \tilde{\alpha}_{21}^+ & \tilde{\alpha}_{22}^+ & \dots & \tilde{\alpha}_{2n}^+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\alpha}_{n1}^+ & \tilde{\alpha}_{n2}^+ & \dots & \tilde{\alpha}_{nn}^+ \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $\tilde{\alpha}_{ij}^+ = \left( \sum_{k=1}^t \tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} \right) / t$ ,  $i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,t$  区间直觉模糊负理想矩阵能够被分成  $\tilde{D}_d^-$  和  $\tilde{D}_u^-$  两个部分:

$$D_d^- = \left( \tilde{\alpha}_{ij}^d \right)_{m \times n} = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{11}^d & \tilde{\alpha}_{12}^d & \cdots & \tilde{\alpha}_{1n}^d \\ \tilde{\alpha}_{21}^d & \tilde{\alpha}_{22}^d & \cdots & \tilde{\alpha}_{2n}^d \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\alpha}_{n1}^d & \tilde{\alpha}_{n2}^d & \cdots & \tilde{\alpha}_{nn}^d \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$D_u^- = \left( \tilde{\alpha}_{ij}^u \right)_{m \times n} = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{11}^u & \tilde{\alpha}_{12}^u & \cdots & \tilde{\alpha}_{1n}^u \\ \tilde{\alpha}_{21}^u & \tilde{\alpha}_{22}^u & \cdots & \tilde{\alpha}_{2n}^u \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\alpha}_{n1}^u & \tilde{\alpha}_{n2}^u & \cdots & \tilde{\alpha}_{nn}^u \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中  $a_{ij}^d = \min_{1 \leq k \leq t} \{ a_{ij}^{(k)} \mid a_{ij}^{(k)} \leq a_{ij}^+ \}$ ,  $a_{ij}^u = \max_{1 \leq k \leq t} \{ a_{ij}^{(k)} \mid a_{ij}^{(k)} \geq a_{ij}^+ \}$ ,  $\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} = \left( [a_{ij}^{(k)}, b_{ij}^{(k)}], [c_{ij}^{(k)}, d_{ij}^{(k)}] \right)$  和  $\tilde{\alpha}_{ij}^+ = \left( [a_{ij}^+, b_{ij}^+], [c_{ij}^+, d_{ij}^+] \right)$ ,  $\tilde{\alpha}_{ij}^d = \left( [a_{ij}^d, b_{ij}^d], [c_{ij}^d, d_{ij}^d] \right)$ ,  $\tilde{\alpha}_{ij}^u = \left( [a_{ij}^u, b_{ij}^u], [c_{ij}^u, d_{ij}^u] \right)$  之间的距离定义如下:

$$d_{ij}^+ = \frac{1}{4} \left( |a_{ij}^{(k)} - a_{ij}^+| + |b_{ij}^{(k)} - b_{ij}^+| + |c_{ij}^{(k)} - c_{ij}^+| + |d_{ij}^{(k)} - d_{ij}^+| \right) \quad (5)$$

$$d_{ij}^d = \frac{1}{4} \left( |a_{ij}^{(k)} - a_{ij}^d| + |b_{ij}^{(k)} - b_{ij}^d| + |c_{ij}^{(k)} - c_{ij}^d| + |d_{ij}^{(k)} - d_{ij}^d| \right) \quad (6)$$

$$d_{ij}^u = \frac{1}{4} \left( |a_{ij}^{(k)} - a_{ij}^u| + |b_{ij}^{(k)} - b_{ij}^u| + |c_{ij}^{(k)} - c_{ij}^u| + |d_{ij}^{(k)} - d_{ij}^u| \right) \quad (7)$$

我们将  $\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)}$  的贴适度由如下公式给出:

$$c_{ij}^{(k)} = \frac{d_{ij}^u + d_{ij}^d}{d_{ij}^u + d_{ij}^d + d_{ij}^+} \quad i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,t \quad (8)$$

方案  $A_i$  相对于属性  $B_j$  的决策者  $E_k$  的权重由以下公式给出:

$$\omega_{ij}^{(k)} = \frac{c_{ij}^{(k)}}{\sum_{k=1}^t c_{ij}^{(k)}}, \quad i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n, k=1,2,\dots,t \quad (9)$$

其中  $\omega_{ij}^{(k)} \geq 0, \sum_{k=1}^t \omega_{ij}^{(k)} = 1$ .

不同的决策者给出的评价价值可以利用式子

$$\tilde{\alpha}_{ij} = \omega_{ij}^{(1)} \tilde{\alpha}_{ij}^{(1)} + \omega_{ij}^{(2)} \tilde{\alpha}_{ij}^{(2)} + \cdots + \omega_{ij}^{(t)} \tilde{\alpha}_{ij}^{(t)} \quad (10)$$

集结成综合评价价值  $\tilde{\alpha}_{ij}$  构成决策矩阵

$$D = \left( \tilde{\alpha}_{ij} \right)_{m \times n} = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{11} & \tilde{\alpha}_{12} & \cdots & \tilde{\alpha}_{1n} \\ \tilde{\alpha}_{21} & \tilde{\alpha}_{22} & \cdots & \tilde{\alpha}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\alpha}_{n1} & \tilde{\alpha}_{n2} & \cdots & \tilde{\alpha}_{nn} \end{pmatrix} \quad (11)$$

在决策过程中, 我们经常会遇到属性权重信息是部分已知的情况, 一般地, 部分已知的属性权重信息可以由如下集合表示[58] [59]:

- (1)  $\{\omega_i \geq \omega_j\}, i \neq j$ ;
- (2)  $\{\omega_i - \omega_j \geq \varepsilon_i (> 0)\}, i \neq j$ ;
- (3)  $\{\omega_i \geq \alpha_i \omega_i\}, 0 \leq \alpha_i \leq 1, i \neq j$ ;
- (4)  $\{\beta_i \leq \omega_j \leq \beta_j + \varepsilon_j\}, 0 \leq \beta_j \leq \beta_j + \varepsilon_j \leq 1$ ;
- (5)  $\{\omega_i - \omega_j \geq \omega_k - \omega_l\}, i \neq j \neq k \neq l$ .

为了确定属性的权重信息, 我们首先定义区间直觉模糊正理想解

$$\tilde{A}^+ = (\tilde{\alpha}_1^+, \tilde{\alpha}_2^+, \dots, \tilde{\alpha}_n^+) = (\max_i \tilde{\alpha}_{i1}, \max_i \tilde{\alpha}_{i2}, \dots, \max_i \tilde{\alpha}_{in}) \quad (12)$$

和区间直觉模糊负理想解

$$\tilde{A}^- = (\tilde{\alpha}_1^-, \tilde{\alpha}_2^-, \dots, \tilde{\alpha}_n^-) = (\min_i \tilde{\alpha}_{i1}, \min_i \tilde{\alpha}_{i2}, \dots, \min_i \tilde{\alpha}_{in}) \quad (13)$$

我们根据  $\tilde{\alpha}_{ij}$  到其正负理想解的距离集结每个评价价值计算贴近度如下:

$$c_{ij} = \frac{d(\tilde{\alpha}_{ij}, \tilde{\alpha}_j^-)}{d(\tilde{\alpha}_{ij}, \tilde{\alpha}_j^+) + d(\tilde{\alpha}_{ij}, \tilde{\alpha}_j^-)}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

进一步我们可以得到加权贴近度:

$$c_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} \omega_j, i = 1, 2, \dots, m. \quad (15)$$

一个理想权重的选择应该使得贴近度尽可能大, 由此我们建立如下多目标优化模型

$$\begin{aligned} (M-1) \max & \left\{ \sum_{j=1}^n c_{1j} \omega_j, \sum_{j=1}^n c_{2j} \omega_j, \dots, \sum_{j=1}^n c_{mj} \omega_j \right\} \\ & s.t \ W \in H, \\ & \omega_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n, \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1. \end{aligned}$$

由于各个方案是同等重要的, 所以上述多目标优化模型可以由以下单目标优化模型代替:

$$\begin{aligned} (M-2) \max & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \omega_j \\ & s.t \ W \in H, \\ & \omega_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n, \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1. \end{aligned}$$

在一些情况下, 属性权重是完全未知的, 在这种情况下, 我们根据以下原则来确定属性的权重: 属性的集结评价价值接近区间直觉模糊正理想解, 同时远离区间直觉模糊负理想解时应该被赋予一个较大的权重。为了做到这点, 属性权重可以由如下公式得出:

$$\begin{aligned} \omega_j &= \frac{c_j}{\sum_{j=1}^n c_j} = \frac{\sum_{i=1}^m c_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij}}, j = 1, \dots, n, \\ \omega_j &\geq 0, \sum_{j=1}^n \omega_j = 1. \end{aligned} \quad (16)$$

下面我们给出基于新权重方法的一个区间直觉模糊集多属性群决策方法。

步骤 1: 决策者  $E_k$  给出方案  $A_i$  相对于属性  $B_j$  的评价值  $\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} = ([a_{ij}, b_{ij}], [c_{ij}, d_{ij}])$   $k = (1, 2, \dots, t)$ , 进一步构成: 决策矩阵:  $D^{(k)} = (\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)})_{m \times n}$ 。

步骤 2: 根据式子(2), (3)和(4)计算区间直觉模糊正理想决策矩阵  $\tilde{D}^+ = (\tilde{\alpha}_{ij}^+)$  和区间直觉模糊负理想决策矩阵  $D_d^- = (\tilde{\alpha}_{ij}^d)$ ,  $D_d^- = (\tilde{\alpha}_{ij}^u)$ 。

步骤 3: 根据式子(5), (6), (7)和(8)计算每个评价值的贴近度。

步骤 4: 如果属性权重完全已知, 直接进行步骤 5, 如果属性权重部分已知, 则用  $(M-2)$  计算出属性权重, 如果属性权重完全未知, 则用式子(16)计算出属性权重。

步骤 5: 计算加权决策矩阵  $D' = (\tilde{\alpha}'_{ij})_{m \times n}$  其中  $\tilde{\alpha}'_{ij} = \omega_j \tilde{\alpha}_{ij}$ 。  $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$  是属性权重的集合。

步骤 6: 由以下公式计算  $\tilde{\alpha}'_{ij}$  与区间直觉模糊正负理想解之间的距离:

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{\alpha}'_{ij}, \alpha_j^+), i = 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{\alpha}'_{ij}, \alpha_j^-), i = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

步骤 7: 计算每个方案的相对贴近度

$$c_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}, i = 1, 2, \dots, m \quad (19)$$

步骤 8: 根据相对贴近度的大小对方案进行排序并选出最优方案。

## 7. 结论与展望

关于区间直觉模糊集多属性群决策方法的研究已经成了决策理论的一个重要分支, 并且被广泛应用于各类决策问题中。目前, 它仍是决策理论的一个研究热点。因此, 未来的研究工作可从以下几个方面展开:

1) 在区间直觉模糊集多属性群决策方法中, 关于属性权重的确定, 虽然不同的学者都提出了较为客观的方法, 但是, 这些方法不能体现决策者的主观偏好。在一些决策问题中, 由于决策者对于方案集的选择存在一定的主观偏好值, 这些偏好信息往往会改变决策结果。因此, 对于决策者对方案集有偏好的区间直觉模糊集多属性群决策方法的研究是一个值得努力的方向。

2) 由于区间直觉梯形模糊数、区间三角模糊数和三角模糊数更能刻画客观世界的模糊性和不确定性。因此, 对于其多属性群决策的方法值得进一步研究。可以把基于 TOPSIS 的多属性群决策方法拓展到区间梯形模糊集、区间三角模糊集和三角模糊集多属性群决策问题中, 这将会是一个不错的研究方向。

## 基金项目

陕西省社会科学基金项目 13D175。

## 参考文献

- [1] 廖虎昌. 复杂模糊多属性决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [2] 吴群, 吴澎, 周礼刚. 基于联系数的区间二元语义模糊多属性群决策方法[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2016, 33(1): 1-8.
- [3] Zhou, L., Tao, Z., Chen, H., et al. (2014) Continuous Interval Valued Intuitionistic Fuzzy Aggregation Operators and



- Their Applications to Group Decision Making. *Applied Mathematical Modeling*, **38**, 2190-2205.  
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.10.036>
- [4] 汪新凡. 基于联系数纯语言多属性群决策方法[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2006, 23(6): 580-584.
- [5] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy Sets. *Information and Control*, **8**, 338-356. [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- [6] Atanassov, K. (1986) Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87-96.  
[https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(86\)80034-3](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3)
- [7] Atanassov, K. (1989) More on Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **33**, 37-46.  
[https://doi.org/10.1016/0165-0114\(89\)90215-7](https://doi.org/10.1016/0165-0114(89)90215-7)
- [8] Gau, W.L. and Buehrer, D.J. (1993) Vague Sets. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, **23**, 610-614.  
<https://doi.org/10.1109/21.229476>
- [9] Bustine, H. and Burillo, P. (1996) Vague Sets Are Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **79**, 403-405.  
[https://doi.org/10.1016/0165-0114\(95\)00154-9](https://doi.org/10.1016/0165-0114(95)00154-9)
- [10] Atanassov, K. and Gargov, G. (1989) Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **31**, 343-349.  
[https://doi.org/10.1016/0165-0114\(89\)90205-4](https://doi.org/10.1016/0165-0114(89)90205-4)
- [11] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
- [12] 魏翠萍, 夏梅梅, 张玉忠. 基于区间直觉模糊集的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1230-1234.
- [13] 卫贵武. 权重信息不完全的区间直觉模糊数多属性决策方法[J]. 管理学报, 2008, 5(2): 208-212.
- [14] 胡辉, 徐泽水. 基于 TOPSIS 的区间直觉模糊多属性决策法[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(5): 108-112.
- [15] 王坚强. 信息不完全确定的多准则区间直觉模糊决策方法[J]. 控制与决策, 2006, 21(11): 1253-1256.
- [16] Xu, Z.S. and Yager, R. (2009) Intuitionistic and Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Preference Relations and Their Measures of Similarity for the Evaluation of Agreement within a Group. *Fuzzy Optimization Decision Making*, **8**, 123-139. <https://doi.org/10.1007/s10700-009-9056-3>
- [17] Xu, Z.S. (2007) On Similarity Measures of Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets and Their Application to Pattern Recognitions. *Journal of Southeast University (English Edition)*, **23**, 139-143.
- [18] Xu, Z.S. and Chen, J. (2007) On Geometric Aggregation over Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Information. In: *4th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, IEEE Computer Society, Haikou, Vol. 2, 466-471.
- [19] 徐泽水, 陈剑. 一种基于区间直觉判断矩阵的群决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(x): 126-133.
- [20] 梁昌勇, 戚筱雯, 张俊岭, 等. 基于诱导型区间直觉模糊混合算子的群决策方法[J]. 系统工程学报, 2012, 27(6): 759-771.
- [21] Wei, G.W. (2010) Some Induced Geometric Aggregation Operators with Intuitionistic Fuzzy Information and Their Application to Group Decision Making. *Applied Soft Computing*, **10**, 423-431.  
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2009.08.009>
- [22] Wei, G.W. and Wang, X.R. (2007) Some Geometric Aggregation Operators on Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets and Their Application to Group Decision Making. *International Conference on Computational Intelligence and Security*, Harbin, 15-19 December 2007, 495-499.
- [23] Liu, P. (2014) Some Hamacher Aggregation Operators Based on the Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Numbers and Their Application to Group Decision Making. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **22**, 83-97.  
<https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2013.2248736>
- [24] Meng, F. and Tang, J. (2013) Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Multiattribute Group Decision Making Based on Cross Entropy Measure and Choquet Integral. *International Journal of Intelligent Systems*, **28**, 1172-1159.  
<https://doi.org/10.1002/int.21624>
- [25] Qin, J. and Liu, X. (2013) Study on Interval Intuitionistic Fuzzy Multi-Attribute Group Decision Making Method Based on Choquet. *Information Technology and Quantitative Management*, **17**, 465-472.  
<https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.05.060>
- [26] Xu, Z.S. (2010) A Method Based on Distance Measure for Interval-Valued Intuitionist Fuzzy Group Decision Making. *Information Science*, **18**, 181-190.
- [27] Park, D.G., Kwun, Y.C. and Park, J.H. (2009) Correlation Coefficient of Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets and Its Application to Multiple Attribute Group Decision Making Problem. *Mathematical and Computer Modeling*, **50**, 1279-1293. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2009.06.010>
- [28] Ye, F. (2010) An Extended TOPSIS Method with Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Numbers for Virtual Enterprise

- Partner Selection. *Expert Systems with Applications*, **37**, 7050-7055. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.03.013>
- [29] Wang, W. and Liu, X. (2013) An Extended LINMAP Method for Multi-Attribute Group Decision Making under Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Environment. *Procedia Computer Science*, **17**, 490-497. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.05.063>
- [30] Chen, S.M. and Niou, S.J. (2011) Fuzzy Multiple Attributes Group Decision-Making Based on Fuzzy Induced OWA Operators. *Expert Systems with Applications*, **38**, 4097-4108. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.09.073>
- [31] Chuu, S.J. (2009) Group Decision-Making Model Using Fuzzy Multiple Attributes Analysis for the Evaluation of Advanced Manufacturing Technology. *Fuzzy Sets and Systems*, **160**, 586-602. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2008.07.015>
- [32] Hajiagha, S.H.R., Hashemi, S.S. and Zavadskas, E.K. (2013) A Complex Proportional Assessment Method for Group Decision Making in an Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Environment. *Technological and Economic Development of Economy*, **19**, 22-37. <https://doi.org/10.3846/20294913.2012.762953>
- [33] Liu, P.D. (2011) A Weighted Aggregation Operators Multi-Attribute Group Decision-Making Method Based on Interval-Valued Trapezoidal Fuzzy Numbers. *Expert Systems with Applications*, **38**, 1053-1060. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.144>
- [34] Liu, P.D. (2012) An Approach to Group Decision Making Based on 2-Dimension Uncertain Linguistic Information. *Technological and Economic Development of Economy*, **18**, 424-437. <https://doi.org/10.3846/20294913.2012.702139>
- [35] Pang, J.F. and Liang, J.Y. (2012) Evaluation of the Results of Multi-Attribute Group Decision-Making with Linguistic Information. *Omega*, **40**, 294-301. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2011.07.006>
- [36] Ran, L.G. and Wei, G.W. (2015) Uncertain Prioritized Operators and Their Application to Multiple Attribute Group Decision Making. *Technological and Economic Development of Economy*, **21**, 118-139. <https://doi.org/10.3846/20294913.2014.979454>
- [37] Xu, Z.S. (2010) A Deviation-Based Approach to Intuitionistic Fuzzy Multiple Attribute Group Decision Making. *Group Decision and Negotiation*, **19**, 57-76. <https://doi.org/10.1007/s10726-009-9164-z>
- [38] Xu, Y.J., Merigó, J.M. and Wang, H.M. (2012) Linguistic Power Aggregation Operators and Their Application to Multiple Attribute Group Decision Making. *Applied Mathematical Modeling*, **36**, 5427-5444. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.12.002>
- [39] Wei, G.W. (2011) Some Generalized Aggregating Operators with Linguistic Information and Their Application to Multiple Attribute Group Decision Making. *Computers & Industrial Engineering*, **61**, 32-38. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.02.007>
- [40] Chen, S.M., Yang, M.W., Lee, L.W. and Yang, S.W. (2012) Fuzzy Multiple Attributes Group Decision Making Based on Ranking Interval Type-2 Fuzzy Sets. *Expert Systems with Applications*, **39**, 5295-5308. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.11.008>
- [41] Chen, Z.P. and Yang, W. (2011) An MAGDM Based on Constrained FAHP and FTOPSIS and Its Application to Supplier Selection. *Mathematical and Computer Modeling*, **54**, 2802-2815. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2011.06.068>
- [42] Lin, Y.H., Lee, P.C., Chang, T.P. and Ting, H.I. (2008) Multi-Attribute Group Decision Making Model under the Condition of Uncertain Information. *Automation in Construction*, **17**, 792-797. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2008.02.011>
- [43] Su, W.H., Zeng, S.Z. and Ye, X.J. (2013) Uncertain Group Decision-Making with Induced Aggregation Operators and Euclidean Distance. *Technological and Economic Development of Economy*, **19**, 431-447. <https://doi.org/10.3846/20294913.2013.821686>
- [44] Wang, W.Z., Liu, X.W. and Qin, Y. (2012) Multi-Attribute Group Decision Making Models under Interval Type-2 Fuzzy Environment. *Knowledge-Based Systems*, **30**, 121-128. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2012.01.005>
- [45] Wu, Z.B. and Chen, Y.H. (2007) The Maximizing Deviation Method for Group Multiple Attribute Decision Making under Linguistic Environment. *Fuzzy Sets and Systems*, **158**, 1608-1617. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2007.01.013>
- [46] Brock, H.W. (1980) The Problem of "Utility Weights" in Group Preference Aggregation. *Operations Research*, **28**, 176-187. <https://doi.org/10.1287/opre.28.1.176>
- [47] Keeney, R.L. and Kirkwood, C.W. (1975) Group Decision Making Using Cardinal Social Welfare Functions. *Management Science*, **22**, 430-437. <https://doi.org/10.1287/mnsc.22.4.430>
- [48] Kim, S.H., Choi, S.H. and Kim, J.K. (1999) An Interactive Procedure for Multiple Attribute Group Decision Making with Incomplete Information: Range-Based Approach. *European Journal of Operational Research*, **118**, 139-152. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00309-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00309-9)
- [49] Li, D.F. (2007) Compromise Ratio Method for Fuzzy Multi-Attribute Group Decision Making. *Applied Soft Computing*, **7**, 807-817. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2006.02.003>

- [50] Olcer, A.I. and Odabasi, A.Y. (2005) A New Fuzzy Multiple Attributive Group Decision Making Methodology and Its Application to Propulsion/Manoeuvring System Selection Problem. *European Journal of Operational Research*, **166**, 93-114. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.02.010>
- [51] Ramanathan, R. and Ganesh, L.S. (1994) Group Preference Aggregation Methods Employed in AHP: An Evaluation and an Intrinsic Process for Deriving Members Weight Ages. *European Journal of Operational Research*, **79**, 249-265. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90356-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90356-5)
- [52] Yue, Z.L. (2011) A Method for Group Decision-Making Based on Determining Weights of Decision Makers Using TOPSIS. *Applied Mathematical Modeling*, **35**, 1926-1936. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.11.001>
- [53] Yue, Z.L. (2012) Extension of TOPSIS to Determine Weight of Decision Maker for Group Decision Making Problems with Uncertain Information. *Expert Systems with Applications*, **39**, 6343-6350. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.12.016>
- [54] Hwang, C.L. and Yoon, K. (1981) Multiple Attribute Decision Making. *Methods and Applications*, **375**, 1-531.
- [55] Park, J.H., Park, I.Y., Kwun, Y.C. and Tan, X.G. (2011) Extension of the TOPSIS Method for Decision Making Problems under Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Environment. *Applied Mathematical Modeling*, **35**, 2544-2556. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.11.025>
- [56] Tan, C.Q. (2011) A Multi-Criteria Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Group Decision Making with Choquet Integral-Based TOPSIS. *Expert Systems with Applications*, **38**, 3023-3033. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.08.092>
- [57] Lee, K.S., Park, K.S., Eum, Y.S., et al. (2001) Extended Methods for Identifying Dominance and Potential Optimality in Multicriteria Analysis with Imprecise Information. *European Journal of Operational Research*, **134**, 557-563. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00277-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00277-0)
- [58] Kim, S.H. and Han, C.H. (1999) An Interactive Procedure for Multiple Attribute Group Decision Making Procedure with Incomplete Information. *Computers & Operational Research*, **26**, 755-772. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(98\)00091-4](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(98)00091-4)
- [59] Kim, S.H. and Han, C.H. (1999) An Interactive Procedure for Multiple Attribute Group Decision Making Procedure with Incomplete Information. *Computers & Operational Research*, **26**, 755-772. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(98\)00091-4](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(98)00091-4)

#### 知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2324-7991, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: [aam@hanspub.org](mailto:aam@hanspub.org)