

# Evaluation Method of Impoverished Students in Western Ethnic Areas Based on Intuitionistic Trapezoidal Fuzzy TOPSIS Algorithm

Haibo Wang, Qing Tuo\*, Yifan Wu, Ya Liu, Fen Yuan, Xuanqin Shu

College of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan  
Email: [tuoqing\\_001@163.com](mailto:tuoqing_001@163.com)

Received: Jul. 15<sup>th</sup>, 2019; accepted: Aug. 1<sup>st</sup>, 2019; published: Aug. 8<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

In view of the fact that the definition of impoverished students in universities of the western ethnic areas is vague and difficult to be precise, the intuitionistic trapezoidal fuzzy number and TOPSIS algorithm are used to comprehensively evaluate the accuracy and objectivity of identification of impoverished students. Firstly, the evaluation index system and the table of hybrid fuzzy decision value are constructed, and the intuitionistic trapezoidal fuzzy number scoring function is defined to obtain the hybrid fuzzy decision matrix. Secondly, the analytic hierarchy process is used to determine the weights of each index. And according to the TOPSIS algorithm, the students are comprehensively compared and sorted. Finally, the validity and objectivity of the evaluation method are illustrated by numerical examples.

## Keywords

Impoverished Students' Evaluation, Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers, Hybrid Fuzzy Decision Matrix, TOPSIS Algorithm

---

# 基于直觉梯形模糊TOPSIS算法的西部民族地区高校贫困生评定方法

王海波, 庾清\*, 伍逸凡, 刘娅, 袁芬, 舒轩琴

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首  
Email: [tuoqing\\_001@163.com](mailto:tuoqing_001@163.com)

收稿日期: 2019年7月15日; 录用日期: 2019年8月1日; 发布日期: 2019年8月8日

---

\*通讯作者。

文章引用: 王海波, 庾清, 伍逸凡, 刘娅, 袁芬, 舒轩琴. 基于直觉梯形模糊 TOPSIS 算法的西部民族地区高校贫困生评定方法[J]. 应用数学进展, 2019, 8(8): 1327-1335. DOI: [10.12677/aam.2019.88156](https://doi.org/10.12677/aam.2019.88156)

## 摘要

针对西部地区高校贫困生评定中界定模糊,难以精准这一实际问题,运用直觉梯形模糊数和TOPSIS算法综合评价,以提高贫困生评定的准确性与客观性。首先构建评定指标体系和混合模糊决策值表,定义直觉梯形模糊数得分函数,得出混合模糊决策矩阵,然后利用层次分析法确定各指标权重,根据TOPSIS算法对各学生进行综合比较排序,加以认定,最后通过数值算例对该评定方法的有效性与客观性进行了说明。

## 关键词

贫困生评定, 直觉梯形模糊数, 混合模糊决策矩阵, TOPSIS算法

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

2013年,习近平总书记在湖南省湘西土家族苗族自治州考察时首次提出“精准扶贫”,教育扶贫作为精准扶贫的重要内容,引起了党和国家的高度重视。贫困大学生在我国高校普遍存在,西部地区地处偏僻,高校贫困生现象尤为突出,人数呈现逐年上升的趋势。

精准扶贫的前提是精准识贫,近年来,众多专家学者对贫困生评定方法进行了较为深入的研究。宋美喆[1]从家庭和个人情况建立指标体系,利用模糊综合评价对贫困生进行评定;薛单[2]基于模糊综合评价方法,设计并实现了助学金等级评定系统;胡景[3]提出了利用TPOPSIS法对贫困生进行评定;冯春明、彭德军[4][5]利用层次分析法(AHP)、变权AHP对贫困生进行评定;柴政、谭浩、冯春苑[6][7][8]对学生在校消费数据进行数据挖掘建模,进行贫困生评定。西部地区高校较其他高校而言更为特殊,其农村生源比例和少数民族学生比例更大,从已有文献来看,针对西部地区高校贫困生的量化评定方法仍为空白。同时,贫困生评定是一项大工程,评价指标体系如果仅依据经济状况或学生消费数据,不能综合反映学生的状况,在实际评定过程中,一些定性数据存在模糊不清以及定性数据和定量数据夹杂的情况,加大了评定的难度。本文在信息模糊条件下对西部地区高校贫困生进行评定,基于对贫困生评定条件的分析,构建评定指标体系和混合模糊决策矩阵,将直觉梯形模糊TOPSIS的多属性决策应用在贫困生评定中,以期西部地区高校贫困生评定提供参考思路。

## 2. 直觉梯形模糊数

### 2.1. 直觉梯形模糊数的定义

定义1[9] 设  $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4) \rangle$  是一个实数集  $R$  上的直觉梯形模糊数,其参数满足  $b_1 \leq a_1 \leq b_2 \leq a_2 \leq b_3 \leq a_3 \leq b_4 \leq a_4$ 。

### 2.2. 直觉梯形模糊数的得分函数定义

为了进行合理的比较排序,需要尽可能多地对直觉梯形模糊数的信息采集。目前国内外对直觉模糊

数的得分函数也有所研究, 不过至今还没有得出被大家认可且能广泛运用的得分函数。本文仿照文献[10]对直觉梯形模糊数的得分函数做如下相关定义:

**定义 2** 设  $\tilde{\alpha} = \langle (a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4) \rangle$  为一个直觉梯形模糊数, 则称

1)  $E_{\tilde{I}}(\tilde{\alpha}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$  为  $\tilde{\alpha}$  的隶属度期望值;

2)  $E_{\tilde{F}}(\tilde{\alpha}) = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}{4}$  为  $\tilde{\alpha}$  的非隶属度期望值。

**定义 3** 若  $\tilde{\alpha} = \langle (a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4) \rangle$  为一个直觉梯形模糊数, 则  $\tilde{\alpha}$  的得分函数的计算公式为:

$$S(\tilde{\alpha}) = (E_{\tilde{I}}(\tilde{\alpha}) - E_{\tilde{F}}(\tilde{\alpha})) (E_{\tilde{I}}(\tilde{\alpha}) + E_{\tilde{F}}(\tilde{\alpha})) \tag{1}$$

则有如下性质:

若  $\tilde{\alpha} = \langle (1,1,1,1), (0,0,0,0) \rangle$ , 则  $S(\tilde{\alpha}) = 1$ ;

若  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4$ , 则  $S(\tilde{\alpha}) = 0$ ;

若  $\tilde{\alpha} = \langle (0,0,0,0), (1,1,1,1) \rangle$ , 则  $S(\tilde{\alpha}) = -1$ 。

**定义 4** 设  $\tilde{\alpha}_1 = \langle (a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4) \rangle$  和  $\tilde{\alpha}_2 = \langle (c_1, c_2, c_3, c_4), (d_1, d_2, d_3, d_4) \rangle$  是两个任意的模糊数直觉模糊数, 则:

1) 若  $S(\tilde{\alpha}_1) < S(\tilde{\alpha}_2)$ , 则  $\tilde{\alpha}_1 < \tilde{\alpha}_2$ ;

2) 若  $S(\tilde{\alpha}_1) = S(\tilde{\alpha}_2)$ , 则  $\tilde{\alpha}_1 = \tilde{\alpha}_2$ ;

3) 若  $S(\tilde{\alpha}_1) > S(\tilde{\alpha}_2)$ , 则  $\tilde{\alpha}_1 > \tilde{\alpha}_2$ 。

### 3. 基于直觉梯形模糊 TOPSIS 的贫困生评定模型建立

在贫困生评定的过程中, 首先应该建立贫困生评定的指标体系, 拟定  $n$  个评价指标, 并确定每个指标的权重, 再对  $m$  个贫困生进行评价, 最后用 TOPSIS 法对贫困生的贫困程度进行排序。

#### 3.1. 西部地区高校贫困生评定指标体系的建立

指标选取有三个基本原则, 分别是科学性原则, 系统性原则, 综合性原则。西部地区高校由于具有特殊性, 在指标构建的过程中, 需要综合考虑到学生生源所在地以及学生民族等因素。同时, 教育扶贫的最终目的在于育人, 故还需要考虑学生的在校表现以及感恩奉献精神。本文通过调查分析, 综合文献[1]-[8]建立西部地区高校贫困生评定指标体系, 其中包括定量指标、定性指标、是非评判指标, 如表 1 所示:

**Table 1.** Evaluation index system for impoverished students in universities of western ethnic areas

**表 1.** 西部地区高校贫困生评定指标体系

| 一级指标项      | 二级指标项                           | 指标属性 | 指标说明                  |
|------------|---------------------------------|------|-----------------------|
| 家庭因素 $u_1$ | 家庭年人均固定收入与当地家庭人均固定收入之比 $u_{11}$ | 定量   | 若比值越高, 则贫困生等级越低       |
|            | 家庭成员健康状况 $u_{12}$               | 定性   | 若家庭成员越健康, 则贫困生等级越低    |
|            | 是否遭遇重大灾害或事故 $u_{13}$            | 是非评判 | 若家庭发生重大变故或事故, 则贫困生等级高 |
|            | 是否低保户 $u_{14}$                  | 是非评判 | 若家庭是低保户, 则贫困生等级高      |
|            | 是否为偏远地区家庭 $u_{15}$              | 是非评判 | 若家庭位于偏远地区, 则贫困生等级高    |
|            | 是否为少数民族家庭 $u_{16}$              | 是非评判 | 若家庭是少数民族家庭, 则贫困生等级高   |

Continued

|            |                       |      |                           |
|------------|-----------------------|------|---------------------------|
| 个人因素 $u_2$ | 一卡通月均消费 $u_{21}$      | 定量   | 若消费越高, 则贫困生等级越低           |
|            | 个人身体健康状况 $u_{22}$     | 定性   | 若学生越健康, 则贫困生等级越低          |
|            | 在校德育表现情况 $u_{23}$     | 定性   | 若学生德育表现越差, 则贫困生等级越低       |
|            | 在校学习表现情况 $u_{24}$     | 定性   | 若学生学习表现越差, 则贫困生等级越低       |
|            | 志愿服务情况 $u_{25}$       | 定性   | 若学生志愿服务情况越好, 则贫困生等级越高     |
|            | 是否孤儿/单亲等特殊情况 $u_{26}$ | 是非评判 | 若学生属于孤儿/单亲等特殊情况, 则贫困生等级越高 |

### 3.2. 评估模型建立

#### Step 1 构建混合模糊决策矩阵

设  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  为  $m$  个贫困生组成的集合,  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$  为  $n$  个决策属性。由专家给出评  
定值(定性指标以直觉梯形模糊数给出, 定量指标以具体数据给出, 是非评判指标以 0 和 1 给出), 构建混  
合模糊决策矩阵。

#### Step 2 构造得分函数矩阵

根据定义 3, 计算出各待评定学生在各评估指标属性下的得分函数值, 构建得分函数矩阵  $S = (s_{ij})_{m \times n}$ 。

#### Step 3 基于层次分析法确定各指标权重

##### 1) 建立判断矩阵

层次分析法通过对各指标进行两两比较, 构建成对比较矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ , 其中  $n$  表示指标的个数,  $a_{ij}$   
表示指标  $i$  与指标  $j$  对决策的重要性之比。Satty 等给出了用数字 1~9 及其倒数作为标度, 标度及其含义  
如表 2 所示。

Table 2. 1 - 9 scale and its meaning

表 2. 1~9 标度及其含义

| 标度         | 含义                                                                            |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | 两个指标相比, 重要性相同                                                                 |
| 3          | 两个指标相比, 前者比后者稍微重要                                                             |
| 5          | 两个指标相比, 前者比后者明显重要                                                             |
| 7          | 两个指标相比, 前者比后者强烈重要                                                             |
| 9          | 两个指标相比, 前者比后者极端重要                                                             |
| 2, 4, 6, 8 | 表示上述相邻判断的中间值                                                                  |
| 相应倒数       | 若指标 $i$ 与指标 $j$ 的重要性之比是 $a_{ij}$ , 则指标 $j$ 与指标 $i$ 的重要性之比 $a_{ji} = 1/a_{ij}$ |

##### 2) 一致性检验

一般一致性指标  $CI$  用于衡量成对比较矩阵  $A$  的不一致程度, 计算公式如下:

$$CI = \frac{\lambda_{\max}(A) - n}{n - 1} \quad (2)$$

其中,  $\lambda_{\max}(A)$  表示成对比较矩阵  $A$  的最大特征值,  $n$  表示成对比较矩阵  $A$  的阶数。

i) 若  $CI = 0$ , 则成对比较矩阵  $A$  具有完全的一致性;

ii) 若  $CI$  接近 0, 则成对比较矩阵  $A$  具有满意的一致性;

iii)  $CI$  越大, 成对比较矩阵  $A$  的不一致性越高。

为此, 引入随机一致性率  $CR$  衡量  $CI$  的大小, 从而判断成对比较矩阵  $A$  的一致性。 $CR$  的计算公式如下:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (3)$$

其中,  $RI$  表示平均随机一致性指标, Satty 给出了  $RI$  的值, 如表 3 所示。

**Table 3.** Average random consistency index

**表 3.** 平均随机一致性指标

| $n$  | 1 | 2 | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   |
|------|---|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $RI$ | 0 | 0 | 0.58 | 0.90 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 | 1.49 | 1.51 |

若  $CR < 0.1$ , 则认为成对比较矩阵  $A$  的不一致程度在可以接受的范围之内, 通过了一致性检验。

3) 得到各指标的权向量  $w$

将成对比较矩阵  $A$  最大的特征值所对应的特征向量归一化即可得到各指标的权向量  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 。

#### Step 4 基于 TOPSIS 法确定各学生排序

1) 指标值规范化

文献[11]对 TOPSIS 中五种规范化方法进行了比较, 本文选择文献[11]中的第一种方法对指标值进行规范化。设规范化矩阵为  $Z = (z_{ij})_{m \times n}$ ,

对于效益型指标, 变换公式为

$$z_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m y_{ij}^2}} \quad (4)$$

对于成本型指标, 变换公式为

$$z_{ij} = \frac{1/y_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (1/y_{ij})^2}} \quad (5)$$

2) 构建加权规范阵

设加权规范阵为  $C = (C_{ij})_{m \times n}$ , 则计算公式为

$$c_{ij} = w_j \cdot z_{ij} \quad (6)$$

3) 确定正负理想解

设正理想解  $C^+$  的第  $j$  个指标值为  $c_j^+$ , 负理想解  $C^-$  的第  $j$  个指标值为  $c_j^-$ , 则

$$\text{正理想解 } c_j^+ = \max_i c_{ij}, j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$\text{负理想解 } c_j^- = \min_i c_{ij}, j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

4) 计算各位学生到正负理想的距离

设学生  $p_i$  到正理想解的距离  $d_j^+$ , 学生  $p_i$  到负理想解的距离  $d_j^-$ , 则计算公式如下:

$$d_j^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (c_{ij} - c_j^+)^2}, i = 1, 2, \dots, m \tag{9}$$

$$d_j^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (c_{ij} - c_j^-)^2}, i = 1, 2, \dots, m \tag{10}$$

5) 计算综合评价指数  $f_i^*$  并排序

各学生的综合评价指数计算公式为

$$f_i^* = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}, i = 1, 2, \dots, m \tag{11}$$

最后将  $f_i^*, i = 1, 2, \dots, m$  从大到小排序即可。

### 4. 数值算例分析

现有某西部民族地区高校某班  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  五位学生参与贫困生评定，建立如表 1 所示的精准扶贫绩效评估指标体系，得出了针对五位同学在各个指标下的属性值，其中，定量指标由具体数值给出，定性指标由直觉梯形模糊数给出，是非评判指标用 0 和 1 表示(1 表示“是”，0 表示“非”)，如表 4 所示。

Table 4. Hybrid fuzzy decision value table of five students under various indicators

表 4. 5 位同学在各个指标下的混合模糊决策值表

|       |      | $u_1$    |                                                                                  |                                                                                  |                                                                                  |                                                                                  |          |
|-------|------|----------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------|
|       |      | $u_{11}$ | $u_{12}$                                                                         | $u_{13}$                                                                         | $u_{14}$                                                                         | $u_{15}$                                                                         | $u_{16}$ |
| $p_1$ | 1.20 |          | $\langle\langle(0.10, 0.25, 0.35, 0.50), (0.00, 0.10, 0.25, 0.35)\rangle\rangle$ | 1                                                                                | 0                                                                                | 1                                                                                | 1        |
| $p_2$ | 1.50 |          | $\langle\langle(0.20, 0.25, 0.30, 0.45), (0.00, 0.25, 0.30, 0.40)\rangle\rangle$ | 0                                                                                | 1                                                                                | 1                                                                                | 1        |
| $p_3$ | 1.10 |          | $\langle\langle(0.10, 0.25, 0.45, 0.50), (0.00, 0.15, 0.30, 0.45)\rangle\rangle$ | 1                                                                                | 0                                                                                | 1                                                                                | 0        |
| $p_4$ | 1.20 |          | $\langle\langle(0.10, 0.30, 0.40, 0.50), (0.00, 0.15, 0.30, 0.40)\rangle\rangle$ | 0                                                                                | 0                                                                                | 1                                                                                | 0        |
| $p_5$ | 1.40 |          | $\langle\langle(0.20, 0.35, 0.40, 0.60), (0.00, 0.20, 0.35, 0.40)\rangle\rangle$ | 0                                                                                | 1                                                                                | 0                                                                                | 0        |
|       |      | $u_2$    |                                                                                  |                                                                                  |                                                                                  |                                                                                  |          |
|       |      | $u_{21}$ | $u_{22}$                                                                         | $u_{23}$                                                                         | $u_{24}$                                                                         | $u_{25}$                                                                         | $u_{26}$ |
| $p_1$ | 500  |          | $\langle\langle(0.20, 0.30, 0.35, 0.45), (0.10, 0.20, 0.30, 0.40)\rangle\rangle$ | $\langle\langle(0.00, 0.10, 0.40, 0.50), (0.00, 0.10, 0.30, 0.40)\rangle\rangle$ | $\langle\langle(0.25, 0.30, 0.40, 0.55), (0.10, 0.25, 0.35, 0.40)\rangle\rangle$ | $\langle\langle(0.05, 0.20, 0.35, 0.60), (0.00, 0.20, 0.30, 0.40)\rangle\rangle$ | 1        |
| $p_2$ | 580  |          | $\langle\langle(0.00, 0.30, 0.35, 0.40), (0.00, 0.15, 0.30, 0.35)\rangle\rangle$ | $\langle\langle(0.15, 0.30, 0.35, 0.40), (0.10, 0.25, 0.30, 0.35)\rangle\rangle$ | $\langle\langle(0.20, 0.25, 0.45, 0.50), (0.05, 0.25, 0.30, 0.45)\rangle\rangle$ | $\langle\langle(0.05, 0.25, 0.30, 0.40), (0.00, 0.10, 0.25, 0.35)\rangle\rangle$ | 1        |

Continued

|       |     |                                                                    |                                                                    |                                                                    |                                                                    |   |
|-------|-----|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|---|
| $p_3$ | 550 | $\langle(0.05, 0.25, 0.30, 0.40), (0.00, 0.25, 0.30, 0.35)\rangle$ | $\langle(0.25, 0.40, 0.45, 0.50), (0.05, 0.30, 0.40, 0.45)\rangle$ | $\langle(0.20, 0.35, 0.40, 0.55), (0.15, 0.20, 0.35, 0.40)\rangle$ | $\langle(0.20, 0.35, 0.40, 0.55), (0.00, 0.20, 0.35, 0.45)\rangle$ | 0 |
| $p_4$ | 540 | $\langle(0.10, 0.20, 0.35, 0.40), (0.05, 0.10, 0.20, 0.35)\rangle$ | $\langle(0.20, 0.35, 0.40, 0.45), (0.05, 0.20, 0.40, 0.45)\rangle$ | $\langle(0.15, 0.20, 0.45, 0.50), (0.00, 0.15, 0.20, 0.45)\rangle$ | $\langle(0.25, 0.40, 0.45, 0.50), (0.10, 0.25, 0.40, 0.45)\rangle$ | 0 |
| $p_5$ | 560 | $\langle(0.20, 0.25, 0.30, 0.55), (0.10, 0.20, 0.25, 0.35)\rangle$ | $\langle(0.15, 0.30, 0.35, 0.40), (0.05, 0.15, 0.30, 0.40)\rangle$ | $\langle(0.10, 0.25, 0.35, 0.60), (0.05, 0.10, 0.25, 0.40)\rangle$ | $\langle(0.20, 0.25, 0.45, 0.50), (0.05, 0.20, 0.30, 0.45)\rangle$ | 1 |

表 4 中具体数值的得分函数用该数值表示, 而对于表 4 中的定性指标的直觉梯形模糊数应用定义 3 得到得分函数矩阵  $[S(\tilde{a}_{ij})]$ , 其中矩阵  $[S(\tilde{a}_{ij})]$  从左到右表示  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  五位学生在  $u_{12}, u_{22}, u_{23}, u_{24}, u_{25}$  的得分。

$$[S(\tilde{a}_{ij})] = \begin{bmatrix} 0.059375 & 0.043125 & 0.022500 & 0.065000 & 0.039375 \\ 0.033594 & 0.028906 & 0.027500 & 0.117773 & 0.031875 \\ 0.055000 & 0.011875 & 0.070000 & 0.065000 & 0.078125 \\ 0.060469 & 0.038281 & 0.046875 & 0.065625 & 0.070000 \\ 0.093750 & 0.055000 & 0.039375 & 0.065625 & 0.060000 \end{bmatrix}$$

从而, 原具体数值矩阵与  $[S(\tilde{a}_{ij})]$  构成混合模糊决策矩阵  $S$ 。

$$S = \begin{bmatrix} 1.20 & 0.059375 & 1 & 0 & 1 & 1 & 500 & 0.043125 & 0.022500 & 0.065000 & 0.039375 & 1 \\ 1.50 & 0.033594 & 0 & 1 & 1 & 1 & 580 & 0.028906 & 0.027500 & 0.117773 & 0.031875 & 1 \\ 1.10 & 0.055000 & 1 & 0 & 1 & 0 & 550 & 0.011875 & 0.070000 & 0.065000 & 0.078125 & 0 \\ 1.20 & 0.060469 & 0 & 0 & 1 & 0 & 540 & 0.038281 & 0.046875 & 0.065625 & 0.070000 & 0 \\ 1.40 & 0.093750 & 0 & 1 & 0 & 0 & 560 & 0.055000 & 0.039375 & 0.065625 & 0.060000 & 1 \end{bmatrix}$$

贫困程度由家庭因素和个人因素共同影响, 构成一级判断矩阵为  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , 即影响参半, 一级指标

权向量为  $w = [0.5 \ 0.5]^T$  二级指标成对比较矩阵  $A_1, A_2$  如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1/3 & 1 & 6/5 \\ 1 & 1 & 1/2 & 1/2 & 2 & 4/3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 5/4 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 & 1/3 & 1 & 1 \\ 5/6 & 3/4 & 4/5 & 1/2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 5/4 & 5/4 & 5/3 & 5/3 & 1/2 \\ 4/5 & 1 & 4/3 & 2 & 5/4 & 3/4 \\ 4/5 & 3/4 & 1 & 4/3 & 1 & 5/8 \\ 3/5 & 1/2 & 3/4 & 1 & 5/6 & 1/3 \\ 3/5 & 4/5 & 1 & 6/5 & 1 & 1/2 \\ 2 & 4/3 & 8/5 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

利用 MATLAB 软件得到  $CR_{A_1} = 0.0243 < 0.1$ ,  $CR_{A_2} = 0.0073 < 0.1$  通过了一致性检验, 权向量分别为

$$w_1 = [0.135803, 0.146002, 0.208071, 0.283990, 0.103017, 0.123116]^T$$

$$w_2 = [0.181076, 0.177610, 0.140611, 0.099271, 0.128252, 0.273180]^T$$

因此, 各二级指标的权重如表 5 所示;

**Table 5.** Weight value table of secondary indicators  
**表 5.** 二级指标权重值表

|    |          |          |          |          |          |          |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 指标 | $u_{11}$ | $u_{12}$ | $u_{13}$ | $u_{14}$ | $u_{15}$ | $u_{16}$ |
| 权重 | 0.067902 | 0.073001 | 0.104036 | 0.141995 | 0.051509 | 0.061558 |
| 指标 | $u_{21}$ | $u_{22}$ | $u_{23}$ | $u_{24}$ | $u_{25}$ | $u_{26}$ |
| 权重 | 0.090538 | 0.088805 | 0.070306 | 0.049635 | 0.064126 | 0.136590 |

是非评判指标不需要进行规范化，在一级指标  $u_1$  和  $u_2$  的定性和定量指标中， $u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}$  是成本型指标，利用(5)式进行规范化， $u_{23}, u_{24}, u_{25}$  是效益型指标，利用(4)式进行规范化，得到规范化矩阵  $Z = (z_{ij})_{m \times n}$ ，其中矩阵  $Z$  从左到右的每一列表示规范化的  $u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}, u_{23}, u_{24}, u_{25}$ 。

$$Z = \begin{bmatrix} 0.468048 & 0.387651 & 0.486554 & 0.233775 & 0.226018 & 0.369570 & 0.300494 \\ 0.374438 & 0.685151 & 0.419443 & 0.348767 & 0.276244 & 0.669623 & 0.243257 \\ 0.510598 & 0.418487 & 0.442322 & 0.848973 & 0.703166 & 0.369570 & 0.596219 \\ 0.468048 & 0.380640 & 0.450513 & 0.263355 & 0.470870 & 0.373123 & 0.534212 \\ 0.401184 & 0.245512 & 0.434423 & 0.183301 & 0.395531 & 0.373123 & 0.457896 \end{bmatrix}$$

从而，根据(6)式得到一级指标  $u_1$  和  $u_2$  的加权规范化矩阵  $C^1 = (C_{ij}^1)_{m \times n}$  和  $C^2 = (C_{ij}^2)_{m \times n}$ ，

$$C^1 = \begin{bmatrix} 0.031781 & 0.028299 & 0.104036 & 0.000000 & 0.051509 & 0.061558 \\ 0.025425 & 0.050017 & 0.000000 & 0.141995 & 0.051509 & 0.061558 \\ 0.034670 & 0.030550 & 0.104036 & 0.000000 & 0.051509 & 0.000000 \\ 0.031781 & 0.027787 & 0.000000 & 0.000000 & 0.051509 & 0.000000 \\ 0.027241 & 0.017923 & 0.000000 & 0.141995 & 0.000000 & 0.000000 \end{bmatrix}$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 0.044052 & 0.020760 & 0.015890 & 0.018344 & 0.019269 & 0.136590 \\ 0.037975 & 0.030972 & 0.019422 & 0.033237 & 0.015599 & 0.136590 \\ 0.040047 & 0.075393 & 0.049437 & 0.018344 & 0.038233 & 0.000000 \\ 0.040788 & 0.023387 & 0.033105 & 0.018520 & 0.034257 & 0.000000 \\ 0.039332 & 0.016278 & 0.027808 & 0.018520 & 0.029363 & 0.136590 \end{bmatrix}$$

根据(7)式和(8)式可以得到一级指标  $u_1$  和  $u_2$  的正负理想解分别为：

$$c_{j1}^+ = [0.034670, 0.050017, 0.104036, 0.141995, 0.051509, 0.061558]$$

$$c_{j2}^+ = [0.044052, 0.075393, 0.049437, 0.033237, 0.038233, 0.136590]$$

$$c_{j1}^- = [0.025425, 0.017923, 0.000000, 0.000000, 0.000000, 0.000000]$$

$$c_{j2}^- = [0.037975, 0.016278, 0.015890, 0.018344, 0.015599, 0.000000]$$

根据(9)~(11)式可以得到各位学生到正负理想的距离及综合评价指数如下表 6 所示：



**Table 6.** Distance value and comprehensive evaluation index table  
**表 6.** 距离值及综合评价指数表

|       | $d_j^+$  | $d_j^-$  | $f_i^*$  |
|-------|----------|----------|----------|
| $p_1$ | 0.025334 | 0.036141 | 0.587898 |
| $p_2$ | 0.014332 | 0.046742 | 0.765332 |
| $p_3$ | 0.043226 | 0.018858 | 0.303751 |
| $p_4$ | 0.057149 | 0.003494 | 0.057613 |
| $p_5$ | 0.022631 | 0.039156 | 0.633726 |

因此,  $p_2 \succ p_5 \succ p_1 \succ p_3 \succ p_4$ , 故可知学生  $p_2$  的助学金等级应较其他人高。

## 5. 数值算例分析

本文基于直觉梯形模糊数理论,对西部民族地区高校贫困生评定进行研究。通过建立评估指标体系,给出了基于直觉梯形模糊 TOPSIS 方法的评估方法,并通过数值算例表明了该评估模型的有效性,对西部民族地区高校贫困生评定具有一定的实践和理论价值。

## 基金项目

湖南省大学生研究性学习和创新性实验计划项目“‘大数据’环境下的西部民族地区高校贫困生精准助学体系研究”(项目编号 557 号)和湖南省普通高等学校教学改革研究课题“新工科背景下民族地区地方大学创新创业教育实践研究——以吉首大学为例”(项目编号 410 号)。

## 参考文献

- [1] 宋美喆. 基于模糊综合评价方法的高校贫困生认定研究[J]. 黑龙江高教研究, 2016(7): 16-20.
- [2] 薛单. 高校助学金等级评定模型研究及系统开发[D]: [硕士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2010.
- [3] 胡景. TOPSIS 算法在高校贫困生认定中的应用[J]. 新乡学院学报, 2014, 31(2): 5-7.
- [4] 冯春明, 杨玉杰. 层次分析法在高校贫困生评定工作中的应用[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2014, 27(4): 105-110.
- [5] 彭德军, 杨婧宇, 沈有建. 基于变权 AHP 法的贫困生评定[J]. 海南师范大学学报(自然科学版), 2016, 29(3): 256-262.
- [6] 柴政, 屈莉莉, 彭贵宾. 高校贫困生精准资助的神经网络模型[J]. 数学的实践与认识, 2018, 48(16): 85-91.
- [7] 谭浩, 田爱奎, 郑睿. 基于高校学生消费数据的贫困生评价分析[J]. 电脑知识与技术, 2017, 13(21): 220-221+235.
- [8] 冯春苑. 一种改进的 Apriori 算法在认定大学贫困生中的研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 暨南大学, 2016.
- [9] Nehi, H.M. and Maleki, H.R. (2005) Intuitionistic Fuzzy Numbers and It's Applications in Fuzzy Optimization Problem. *Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Systems*, Athens, Greece, 11-13 July 2005, 1-5.
- [10] 戴厚平, 罗宜武. 基于直觉模糊多属性决策的公路工程评标方法[J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(16): 46-52.
- [11] 廖炎平, 刘莉, 邢超. TOPSIS 中不同规范化方法的研究[J]. 北京理工大学学报, 2012, 32(8): 871-875+880.

**知网检索的两种方式：**

1. 打开知网首页：<http://cnki.net/>，点击页面中“外文资源总库 CNKI SCHOLAR”，跳转至：<http://scholar.cnki.net/new>，搜索框内直接输入文章标题，即可查询；  
或点击“高级检索”，下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2324-7991，即可查询。
2. 通过知网首页 <http://cnki.net/>顶部“旧版入口”进入知网旧版：<http://www.cnki.net/old/>，左侧选择“国际文献总库”进入，搜索框直接输入文章标题，即可查询。

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[aam@hanspub.org](mailto:aam@hanspub.org)