

The Problem of Independent Distribution Path of Goods

Wei Li

School of Mathematics and Computer Science, Yunnan Minzu University, Kunming Yunnan
Email: 2531083450@qq.com

Received: Feb. 28th, 2020; accepted: Mar. 11th, 2020; published: Mar. 18th, 2020

Abstract

By optimizing the distribution of logistics and transportation networks, the cost of distribution can be reduced effectively. The problem of independent path distribution of goods is vehicle routing problem. Vehicle routing problem was first proposed by Dantzig and Ramser in 1959. It is NP-hard problem. In this paper, the Ford-Fulkerson algorithm of maximum flow is used to solve the arc-independent path problems, and then the minimum cost path of minimum cost flow algorithm is used to find R independent paths with minimum total cost. And an optimal solution is obtained to provide new ideas for logistics distribution.

Keywords

Logistics Distribution, Path Planning, Polynomial Algorithm, Independent Path

货物的独立配送路径问题

李 伟

云南民族大学数学与计算机科学学院, 云南 昆明
Email: 2531083450@qq.com

收稿日期: 2020年2月28日; 录用日期: 2020年3月11日; 发布日期: 2020年3月18日

摘 要

通过优化物流的配送运输网络,可以有效降低配送成本[1]。货物的独立配送路径问题实际是车辆路径优化问题,车辆路径优化问题最早由Dantzig和Ramser [2]于1959年提出,属于NP-hard问题类。本文通过在有向图上采用最大流的Ford-Fulkerson算法来解决弧独立路径问题,判断问题是否有解,之后用最小费用流的最小费用路算法来求权值和最小的R条弧独立路径,得到该问题的一个最优算法,为物流配

送环节提供新思路。

关键词

物流配送, 路径规划, 多项式算法, 独立路径

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题描述

本文中, 我们考虑的问题是货物独立路径配送的情况下, 选择车辆配送路线, 使得总运费成本最小。在现实生活中, 从任意配送中心 i 到配送中心 j 的最大配送量一致, 而且不同的两个配送中心 i 与 j 之间没有直接到达的配送路线这是可能的, 但是我们需要从 i 配送货物到 j , 因此我们需要从 i 出发配送货物到达其他配送中心 k , 然后再从 k 出发配送货物到其他配送中心 s , 如此不断的交替, 最后从某一配送中心 t 出发配送货物到达 j 。问题是如此交替循环的配送过程中, 如何安排货车从不同的配送中心按照独立的车辆路线, 使得按照该路线配送总成本最小。

货物的独立路径配送问题的数学描述: 图 $D = (V, A, \omega, c)$, 这里权重函数 $\omega: A \rightarrow R^+$, 表示通过该弧所需要的配送时间, c 是定义在弧 (i, j) 上的容量, 且 $c \equiv L (L \in N^+)$ 其中 L 为定值, 以吨为单位。点 $s, t \in V$, s 为源点, t 为汇点, 令 F 为从 s 点出发的总货物质量, F 以吨为单位。目标是求满足条件的总配送时间最短的 $s-t$ 路 p_1, p_2, \dots, p_R , 其中 $R = \lceil F/L \rceil$ 。

2. 算法设计

算法 1 [3]

Step0: 取第一个可行流 f 为零流, 取 $c \equiv 1$ 。

Step1: 求 X 增广链。

1.0 给 s 标号 $l_i = 0$, 把所有点规定为未检验点。

1.1 若所有已经标号的顶点已经检验完毕, 转 Step3; 否则, 任意取一个已经标号却未获得检查的点 i , 检验与点 i 关联的弧。 $\forall (i, j) \in A$, 如果 $x_{ij} = 0$ 并且 j 没有标号, 则给 j 标号 $l_j = +i$; $\forall (j, i) \in A$, 如果 $x_{ji} = 1$ 并且 j 没有标号, 那么就给 j 标号 $l_j = -i$ 。当点 i 的所有关联弧都已经检验完成, 则令点 i 为已经检验, 转 1.2。

1.2: 如果 t 获得标号, 则找到一条增广链, 转 Step2。否则转 1.1。

Step2: 对 X 增广。

2.0: 令 $j = t$ 。

2.1: 若 j 的前点标号 $l_j = 0$, 即 j 是 s , 对 X 增广结束, 消除 D 中所有顶点的标号, 转 Step1。否则转 2.2。

2.2: 如果 $l_i = +i$, 则输出 (i, j) , 取 $x_{ij} := x_{ij} + 1$, 用点 i 代替点 j , 转 2.1; 如果 $l_i = -i$, 则输出 (j, i) , 取 $x_{ji} := x_{ji} - 1$, 用点 i 代替点 j , 转 2.1。

Step3: X 的最大流就是有向图 D 的独立配送路径数, 输出配送路径条数 K 。

算法 2 [4]

Step0: 令零流为初始可行流。

Step1: 假如 $v(x) = R$, 则 X 所经过的弧就是有向图 D 的配送总费用最小的 R 条独立路径, 结束。否则, 转 Step2。

Step2: 把 X 所经过的弧方向反向, 并且令所经弧的权值 $\omega = -\omega$, 新的图记为 $H(x)$ 。

Step3: 用 Ford 算法在有向图 $H(x)$ 中求最短路 P , 转 Step4。

Step4: 使 X 沿 P 增广 1, 获得新的 X , 转 Step1。

算法 3

Step1: 通过算法 1 求图 D 中 s 到 t 的弧独立路径数 K , 若 $K \geq R$, 转 Step2。否则, 输出问题无解。

Step2: 通过算法 2 求图 D 中配送总费用最小的 R 条独立配送路径。

3. 算法可行性的分析

引理 3.1 [3]: $D = (V, A, \omega, c) (c \equiv 1)$ 上的 K (K 为正整数) 条独立配送路径与流值为 K 的 0~1 整数流一一对应。

引理 3.2 [4]: 有向图 $D = (V, A, \omega, c)$ 是一个带源点 s 与汇点 t 的容量 - 费用网络, f 是 D 上流值为 v 的最小费用流, P 是 $D(f)$ 中从 s 到 t 的最小费用路, δ 是 P 的容量, $\theta = \delta = 1$, f' 是定义在 $D(f)$ 的路 P 上流值为 $\theta = 1$ 的一个可行流,

$$f'_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{若 } (i, j) \in A(P) \\ 0, & \text{若 } (i, j) \notin A(P) \end{cases}$$

则 $f + f'$ 是 D 上流值为 $v + \theta$ 的最小费用流。

定理 3.1 算法 3 是货物的独立路径配送问题的最优算法。

证明: 由引理 3.1, 我们采用最大流的 Ford-Fulkerson 算法来解决独立配送路径问题, 判断有向图 D 是否有解。由引理 3.2, 我们在有向图 D 上用算法 2 求配送总费用最小的 R 条独立配送路径。算法 3 的 Step1 所需要的时间上界是 $O(nm)$ 。Step2 的计算量为 $O(Rmn)$, 因此算法 3 的时间复杂度为 $O(Rmn)$ 。定理得证。

参考文献

- [1] 梁承姬, 黄涛, 徐德洪, 丁一. 改进遗传算法求解模糊时间窗冷链配送问题[J]. 广西大学学报: 自然科学版, 2016, 41(3): 826-835.
- [2] Dantzig, G.B. and Ramser, J.H. (1959) The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, **10**, 80-91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>
- [3] 孙智帅. 独立路径问题及其关键顶点和关键弧[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2012: 17-19.
- [4] 谢政, 李建平. 网络算法与复杂性理论[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995: 177-179.