

用预期寿命预测中国未来人口死亡率

赵苗苗, 肖鸿民, 白爱琴

西北师范大学数学与统计学院, 甘肃 兰州

Email: zhaomiaoah@163.com, xiaohm@nwnu.edu.cn, baiaiqin123@163.com

收稿日期: 2021年4月17日; 录用日期: 2021年5月2日; 发布日期: 2021年5月18日

摘 要

人口预期寿命与死亡率之间存在高度相关性, LL (Liner-Link, 即线性关系)模型对这种相关性进行度量, 提高了预测精度。本文将五种二项式死亡率模型与LL模型进行对比研究, 依据我国台湾人口死亡率资料对LL模型进行检验, 用大陆人口历史死亡率数据进行参数估计并预测未来死亡状况趋势, 且进行死亡率改善水平度量, 发现死亡率随时间推移而改善。

关键词

LL模型, 平均预期寿命, 二项式死亡率模型, 死亡率改善水平

Using Life Expectancy to Predict China's Future Population Mortality

Miaomiao Zhao, Hongmin Xiao, Aiqin Bai

School of Mathematics and Statistics, Northwest Normal University, Lanzhou Gansu

Email: zhaomiaoah@163.com, xiaohm@nwnu.edu.cn, baiaiqin123@163.com

Received: Apr. 17th, 2021; accepted: May 2nd, 2021; published: May 18th, 2021

Abstract

There is a high correlation between the life expectancy of the population and the mortality rate. The LL (Liner-Link) model measures this correlation and improves the prediction accuracy. This paper compares the five binomial mortality models with the LL model. The LL model is tested based on the mortality data of Taiwan's population. The historical mortality data of the mainland population is used to estimate the parameters and predict the future mortality trends. And the mortality rate improvement level was measured, it was found that the mortality rate improved over time.

Keywords

LL Model, Average Life Expectancy, Binomial Mortality Model, Mortality Improvement

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

我国大陆地区人口的预期寿命显著提高, 从 60 年代的不到 45 岁增长到 2019 年的 77.3 岁, 一方面反映出我国的发展成就, 另一方面给社会和个人带来了长寿风险, 且人口老龄化可能会加重社会经济负担。近三十多年来, 我国在养老金领域进行了一系列重大改革, 实现了基本养老金制度转型和惠及范围的扩展, 其成果显著。人口死亡率变动能直接反映居民健康状况和社会卫生水平, 是养老金制定的前提, 养老金制度的可持续性和预期寿命的变化之间存在很大的关联性, 如何运用预期寿命来预测死亡率, 对我国长寿风险度量而言至关重要。

近年来, 死亡率相关研究方法不断丰富, 新兴统计学方法已在死亡率建模中大量应用, 且拟合和预测精度不断提升[1]。王晓军和米海杰(2013) [2]探讨了我国人口死亡率变化趋势和不同分类人群死亡率改善的差异、成因及变动趋势。曾燕等(2016) [3]采用 Bootstrap 方法运用 Lee-Carter 模型拟合并预测了我国人口死亡率。胡仕强和陈荣达(2018) [4]采用贝叶斯 MCMC 方法提高了死亡率预测的精度, 进行长寿衍生产品的定价。陈宁(2019) [5]根据我国人口死亡率数据的特征, 构建了适合我国人口的神经网络死亡率模型。但这些研究只是运用了死亡率这一数据特征, 通过改进参数估计方法来提高预测精度, 而我们发现人口死亡率和预期寿命之间是存在极大关联性的, 本文正是抓住了这一特点, 结合我国人口死亡率特征对 LL (Liner-Link, 即线性关系)模型(2020) [6]进行拓展研究。

LC 系模型(Lee-Carter 模型[7]、Renshaw-Haberman 模型[8]和 Age-Period-Cohort 模型[9])和 CBD 系模型[10]在人口统计学和寿险精算文献中很常见, 前者假设分年龄死亡人数服从泊松分布, 基于对数变换后的中心死亡率进行建模; 后者假设分年龄死亡人数服从二项分布, 基于 $\log it$ 变换后的死亡概率进行建模。在本文中我们对 LC 系模型和 PLAT 模型[11]也使用 $\log it$ 变换, 然后将这五种二项式死亡率模型与 LL 模型进行对比研究。

本文依据我国台湾人口死亡率资料进行模型检验, 预测大陆人口未来死亡状况趋势, 为进一步分析人口老龄化进程, 完善人口政策提供依据。

2. 数据和方法

2.1. 数据选取

中国大陆的死亡人数和暴露数数据选自 1996~2006 年《中国人口统计年鉴》及 2007~2019 年《中国人口与就业统计年鉴》, 选取 1995~2018 年, 0~89 岁的死亡率数据, 对数据不足的样本, 采用线性插值法补齐。

台湾数据选自人类死亡率数据库(HMD), 选取 1970~2014 年, 0~89 岁的死亡人数和暴露数, 0~110 岁的生命表数据。

2.2. 二项式死亡率模型

表 1 展示了五种二项式死亡率模型, 其中, $\log it(q_{x,t}) = \log \left[\frac{q_{x,t}}{1-q_{x,t}} \right]$, $q_{x,t} = 1 - e^{-m_{x,t}}$ 。

Table 1. Binomial mortality prediction model

表 1. 二项式死亡率预测模型

模型	表达式	约束条件
1. LC (1992)	$\log it(q_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{x,t}$	$\sum \beta_x = 1, \sum \kappa_t = 0$
2. RH (2006)	$\log it(q_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t + \beta_x^{(2)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$	$\sum \beta_x^{(1)} = 1, \sum \beta_x^{(2)} = 1, \sum \kappa_t = 0, \sum \gamma_{t-x} = 0$
3. APC (2006)	$\log it(q_{x,t}) = \alpha_x + \kappa_t + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$	$\sum \kappa_t = 0, \sum \gamma_{t-x} = 0, \sum (t-x) \gamma_{t-x} = 0$
4. CBD (2006)	$\log it(q_{x,t}) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x}) + \varepsilon_{x,t}$	无
5. PLAT (2009)	$\log it(q_{x,t}) = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (\bar{x} - x) + \kappa_t^{(3)} (\bar{x} - x)^+ + \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}$	$\sum \kappa_t^{(3)} = 0, \sum \gamma_{t-x} = 0, \sum (t-x) \gamma_{t-x} = 0$

2.3. LL 模型

Pascariu 等(2020) [6]通过研究发现预期寿命取对数后和对数中心死亡率之间存在线性关系并可用如下关系式表示:

$$\log m_{x,t} = \beta_x \log e_{\theta,t} + \varepsilon_{x,t} \quad (1)$$

其中, x 和 θ 代表年龄, t 表示年份, $x \geq \theta$, β_x 为分年龄参数, $\varepsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma^2)$ 。

通过观察可以发现, 式(1)只是一个简单的线性关系表达式, 通过此式计算获得的死亡率误差较大, 且其未考虑死亡率是随时间变化而有所改善的。因而可在式(1)中加入改善因子 v_x 及估计校正系数 k , 获得如下 LL 模型:

$$\log m_{x,t} = \beta_x \log e_{\theta,t} + v_x k + \varepsilon_{x,t} \quad (2)$$

其中, $x \geq \theta$, $\sum v_x = 1$, $v_x \geq 0$ 。 v_x 是 x 岁人口死亡率随时间的改善速度, k 是独立于时间的估计校正系数, 被用作影响 m_x 的优化变量。

2.4. 死亡率年均改善指标

Purushotham 等(2011) [12]采用死亡率年均改善指标对死亡率改善水平进行度量, 定义如下:

$$r_x^{t \sim t+k} = 1 - \left(\frac{q_x^{t+k}}{q_x^t} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (3)$$

其中, x 表示年龄, q_x^t 为 x 岁个体在 t 年的死亡率, k 表示时间长度, $r_x^{t \sim t+k}$ 表示 x 岁个体在时间段 $(t, t+k)$ 上死亡率的年均改善水平, 称时间段 $(t, t+k)$ 为一个经验期。

3. 对比分析

3.1. 模型检验

使用数据较为齐全的台湾人口死亡率数据进行模型检验, 计算皮尔逊相关系数及经验死亡率数据。

表 2 为对台湾 1970~2014 年, 0~110 岁的人类死亡率数据库生命表数据, 计算不同情况下的皮尔逊

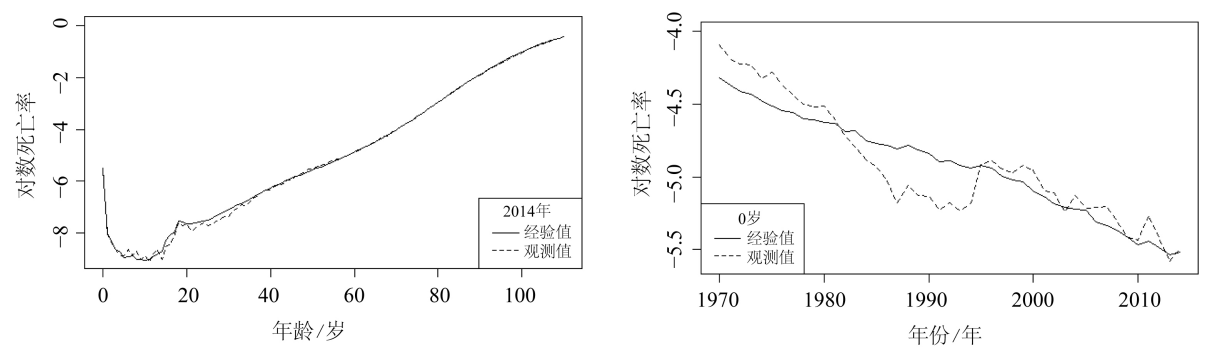
相关系数。其中, m_x 为 x 岁人口的中心死亡率, q_x 为 x 岁人口的死亡概率, d_x 为 x 岁人口的死亡人数, e_θ 为 θ 岁人口(本文选取 $\theta=0$)的预期寿命。对于 90 岁及以下的人口, m_x 、 q_x 与 d_x 三者与 e_θ 之间存在极强相关性(个别特殊值除外)。而 100 岁人口的 m_x 及 q_x 与 e_θ 之间为强相关, d_x 与 e_θ 间为中等程度相关。从而 θ 岁人口预期寿命 e_θ 与 x 岁人口的中心死亡率 m_x 之间存在高度相关性。

Table 2. Pearson correlation coefficient
表 2. 皮尔逊相关系数

年龄/岁	$\theta=0$		
	(m_x, e_θ)	(q_x, e_θ)	(d_x, e_θ)
$x=0$	-0.88	-0.88	-0.88
$x=10$	-0.95	-0.95	-0.95
$x=20$	-0.95	-0.95	-0.94
$x=30$	-0.94	-0.94	-0.93
$x=40$	-0.93	-0.93	-0.92
$x=50$	-0.97	-0.97	-0.97
$x=60$	-0.98	-0.98	-0.98
$x=70$	-0.99	-0.99	-0.99
$x=80$	-0.99	-0.99	-0.30
$x=90$	-0.93	-0.93	0.98
$x=100$	-0.72	-0.72	0.58

首先运用 1970~2014 年, 0~89 岁的死亡人数和暴露数数据计算粗死亡率, 然后使用 Kannisto 模型[13]对同一年份的 80~89 岁的粗死亡率数据进行拟合, 估计 86~110 岁的死亡率数据, 再结合 0~85 岁的死亡率观测值与 86~110 岁的死亡率估计值得 1970~2014 年台湾经验死亡率数据, 最后运用生命表方法计算得到预期寿命。图 1 为台湾经验生命表中的数据(经验值)与人类死亡率数据库中生命表数据(观测值)对比。

图 1 对比了由本文方法所构建的台湾经验生命表与人类死亡率数据库中生命表, 从中可以看出: (1) 在 2014 年, 分年龄对数死亡率在大部分曲线上是重合的, 只有一小部分有细微差别, 但总体趋势是相同的; 分年龄预期寿命曲线基本重合, 差异极小。(2) 对于 0 岁人口而言, 分年龄对数死亡率随着年份的增加呈现相同的趋势; 分年龄预期寿命曲线基本重合。从而可以运用此方法对我国大陆死亡率数据进行外扩, 获得 90 岁以上的高龄人口数据。



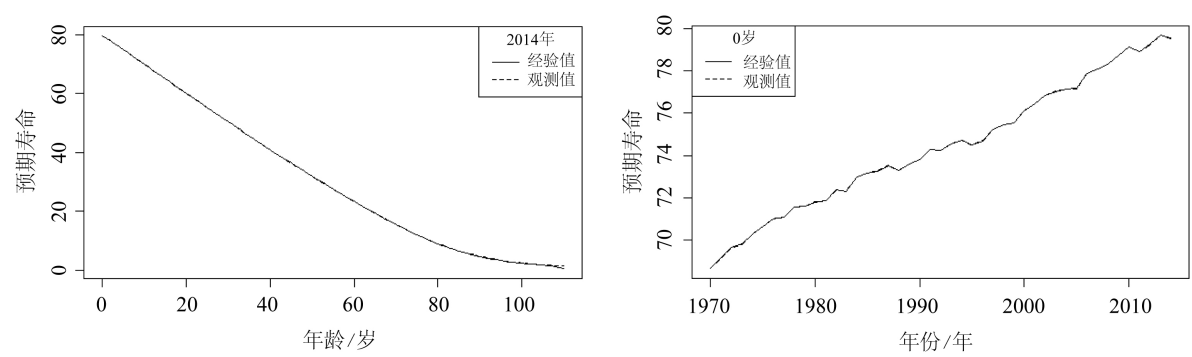


Figure 1. Comparison of Taiwan's empirical observations

图 1. 台湾经验值观测值对比

3.2. 模型对比

对大陆原始数据(0~89 岁, 1995~2018 年), 首先对经典死亡率模型的拟合效果进行检验, 选出拟合最优的模型与 LL 模型进行对比; 然后进行参数估计并运用回溯测试的方法对预测精度进行度量; 最后进行预测对比。

3.2.1. 拟合效果检验

由表 3 可以看出, RH 模型的 AIC 值、BIC 值及偏差为五种模型中最小的, 因而 RH 模型的拟合效果最优。

Table 3. Comparison of binomial mortality models

表 3. 二项式死亡率模型对比

模型	LC	RH	APC	CBD	PLAT
AIC	71535.4(4)	51470.48(1)	61089.15(3)	472370.6(5)	57167.67(2)
BIC	72681.21(4)	53217.54(1)	62325.71(3)	472642.8(5)	58529.02(2)
极大似然估计值	-35565.7	-25427.24	-30326.57	-236137.28	-28343.84
偏差	54324.55(4)	34150.28(1)	43846.29(3)	455467.71(5)	39880.81(2)
参数数量	202	308	218	48	240

3.2.2. 参数估计

使用 Kannisto 模型对大陆 1995~2018 年期间 80~89 岁的数据进行拟合, 预测 86~110 岁的数据, 结合 0~85 岁真实数据与 86~110 岁的扩展数据得我国大陆死亡率数据。

(1) 计观察时间 t 内预期寿命和死亡率之间的线性关系的斜率 β_x : 通过使用最小二乘法并最小化残差平方

$$\sum_x [\log m_{x,t} - \beta_x \log e_{\theta,t}]^2 = \sum_x [\varepsilon_{x,t}]^2 \tag{4}$$

(2) 通过计算回归残差矩阵 R 的奇异值分解(SVD)来估计参数 v_x ,

$$SVD[R] = DPQ^T = d_1 p_1 q_1^T$$

其中

$$R = \begin{pmatrix} \varepsilon_{0,1} & \varepsilon_{0,2} & \cdots & \varepsilon_{0,T} \\ \varepsilon_{1,1} & \varepsilon_{1,2} & \cdots & \varepsilon_{1,T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{w,0} & \varepsilon_{w,1} & \cdots & \varepsilon_{w,T} \end{pmatrix}$$

$P = [p_1, p_2, \dots]$ 和 $Q = [q_1, q_2, \dots]$ 是左右奇异向量的矩阵, D 是奇异值沿对角线的对角矩阵。SVD 的第一项 $d_1 p_1 q_1^T$ 用于获得 v_x 的估计值。

(3) 使用样条平滑参数 β_x 和 v_x , 并使用估计校正系数 k 对死亡率曲线进行优化。

在图 2 中, 平滑指使用样条平滑对参数进行平滑处理, 而原始指未使用样条平滑。如图 2 所示, 随着年龄的增长, v_x 逐渐趋于平滑, 这是因为在所分析的时期内, 人口规模较小, 年龄越小变化越大。

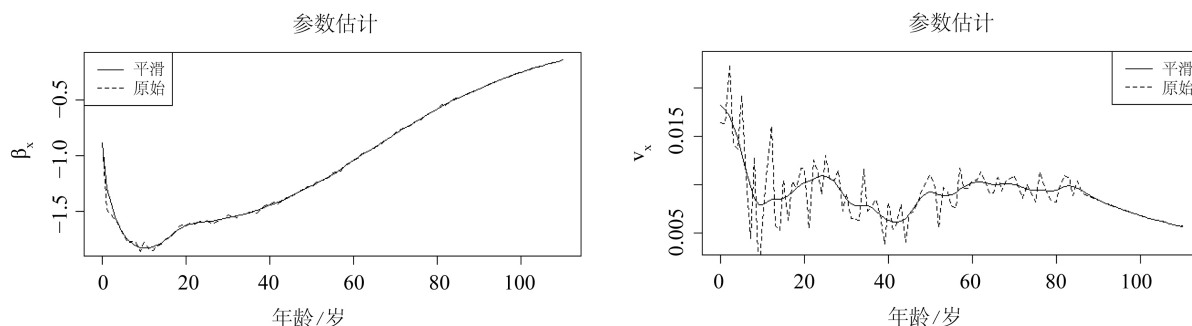


Figure 2. LL model parameter estimation

图 2. LL 模型参数估计

图 3 显示了使用最小二乘估计法(LSE)和极大似然估计法(MLE)对 LL 模型的参数进行估计, 结果表明对于 β_x , 两种估计方法相差不大, 但对于 v_x , 两种估计方法有较大差异。

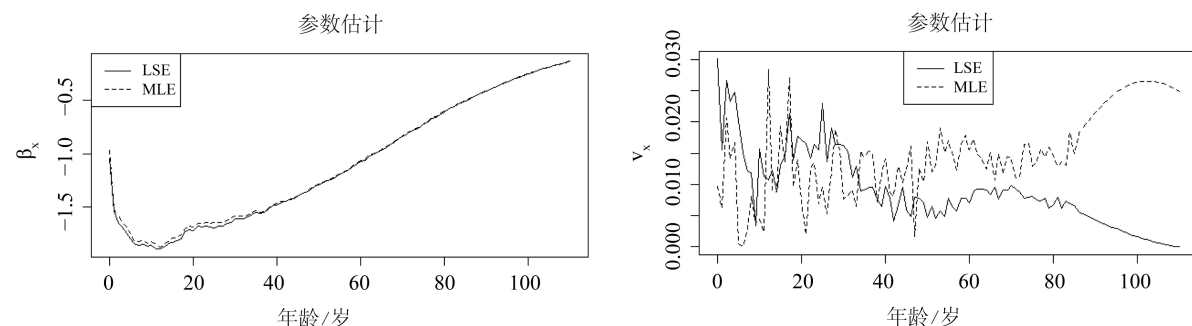


Figure 3. Use LSE and MLE to estimate the parameters of the LL model

图 3. 使用 LSE 和 MLE 估计 LL 模型的参数

图 4 显示了使用两种估计方法对 2006 年及 2018 年的对数死亡率进行拟合, 除部分区间显示出较大差异外, 其余区间差异较小, 因而选用 LSE 或是 MLE 进行参数估计皆较为合理。

3.2.3. 样本外数据预测

运用回溯测试的方法, 以 1995~2006 年为参照, 用这个时间间隔内的死亡率和出生时预期寿命来拟合 LL 模型。基于 2007~2018 年观测到的出生时预期寿命的单一值, 并运用 Kannisto 模型得到 90~110 岁的拓展数据, 得出完整的死亡率曲线。图 5 显示, 重建的死亡率曲线通常比观测数据更平滑。

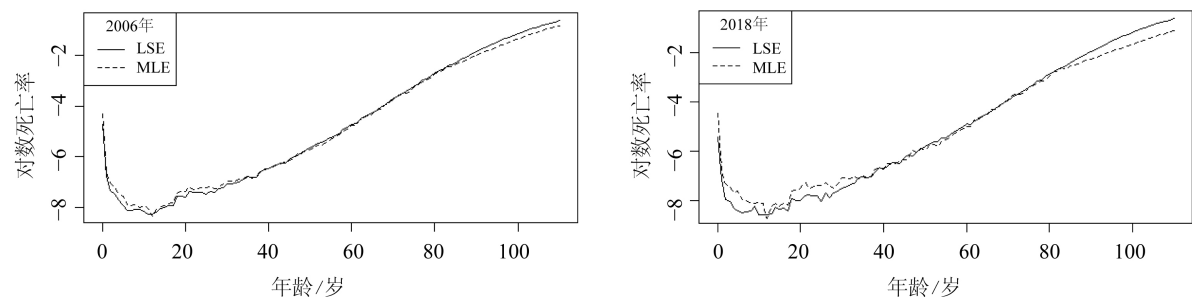


Figure 4. Use LSE and MLE to fit logarithmic mortality
图 4. 使用 LSE 和 MLE 拟合对数死亡率

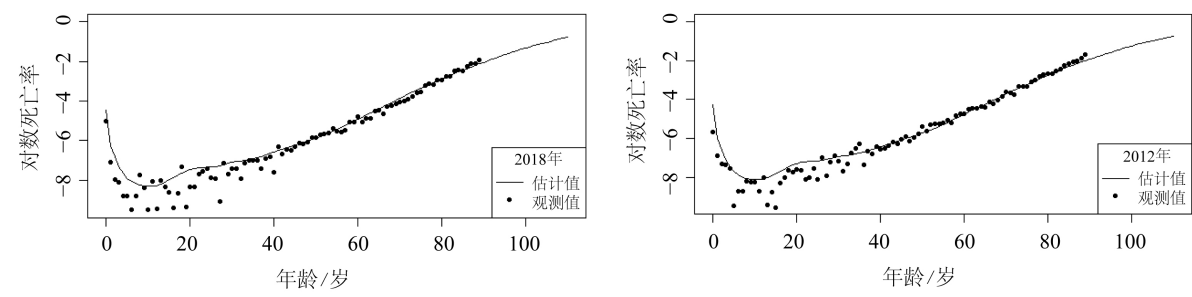


Figure 5. Observed and estimated log mortality of the mainland population
图 5. 大陆人口的观测和估计对数死亡率

由表 4 可以看出, LL 模型的预测精度高于 RH 模型, 因为 LL 模型的误差低于 RH 模型。其中, ME: 平均误差、MSE: 均方误差、RMSE: 均方根误差、MAE: 平均绝对误差。

Table 4. Prediction accuracy
表 4. 预测精度

模型	LL	RH
ME	5.56E-04	-3.94E-03
MSE	6.47E-05	1.66E-04
RMSE	8.04E-03	1.29E-02
MAE	2.26E-03	4.99E-03

3.2.4. 预测

预测步骤:

- (1) 利用 LL 模型使用 1995~2018 年的历史数据在 0~89 岁年龄范围内进行拟合, 并用于预测未来 22 年直至 2040 年的死亡率;
- (2) 使用 Kannisto 模型将中国 0~89 岁之间的观测死亡率矩阵扩展至 110 岁, 方法: 用 80~89 岁的数据进行拟合, 预测 90~110 岁的数据;
- (3) 一种模型如果对同一个预测点模拟多个预测, 将产生一系列结果, 这些结果可通过标准寿命表计算转化为预期寿命;
- (4) 由 LC 模型给出的任何预测预期寿命值都被用作 LL 模型中的输入值, 以导出死亡率曲线, 从而获得两条可比较的曲线;

- (5) 对于每个模拟的轨迹，LL 方法可以产生死亡率曲线，产生中值预测的不确定性；
- (6) 99%的预测区间是基于一千次蒙特卡罗模拟计算的。

表 5 给出了 LL 模型中参数 k 及 $e_{\theta,t}$ 的预测值，其中取 $\theta=0$ ，即采用 LC 模型估计出的平均预期寿命值来预测大陆人口未来死亡率。

Table 5. Coefficient predicted value
表 5. 系数预测值

年份/年	k	e_0	年份/年	k	e_0
2019	-30.38	80.30	2030	-55.41	82.89
2020	-32.23	80.50	2031	-57.89	83.14
2021	-35.06	80.80	2032	-59.76	83.33
2022	-36.87	80.99	2033	-63.09	83.67
2023	-39.35	81.24	2034	-65.02	83.86
2024	-42.19	81.54	2035	-68.22	84.18
2025	-43.68	81.69	2036	-69.47	84.31
2026	-46.00	81.93	2037	-71.99	84.56
2027	-48.74	82.21	2038	-73.63	84.73
2028	-51.57	82.50	2039	-75.41	84.90
2029	-54.19	82.77	2040	-79.19	85.28

图 6 表明了 LL 模型预测的对数死亡率曲线比 LC 模型更平滑，并且它利用死亡率和预期寿命之间的线性关系，当预测到遥远的未来时，产生的死亡率分布在年龄维度上更少失真。

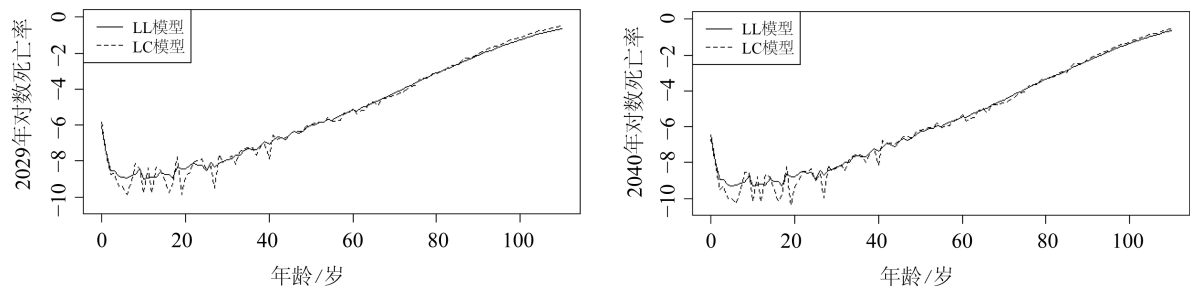


Figure 6. Comparison of logarithmic mortality curves predicted by LL model and LC model
图 6. LL 模型和 LC 模型预测的对数死亡率曲线对比

4. 死亡率改善水平

图 7 中给出了 1995~2015 年(分为 4 个阶段)大陆人口历史死亡率改善指标的变化趋势，其中有三个阶段的曲线基本位于零轴上侧，说明了死亡率随时间推移而有着一定的改善，即死亡率是随时间变化而下降的。

图 8 给出了由 LL 模型预测的大陆未来死亡率年均改善指标，可以看出，四个阶段的曲线皆在零轴上侧，但随着年龄的增长，曲线呈下降趋势，说明 80 岁以上老年人口死亡率改善水平没有 80 岁以下人

口高, 也即老龄人口死亡率要高于其它年龄人口。

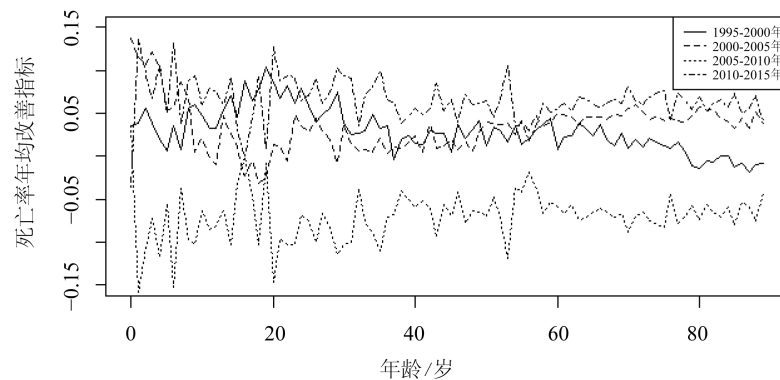


Figure 7. Continental observations

图 7. 大陆观测值

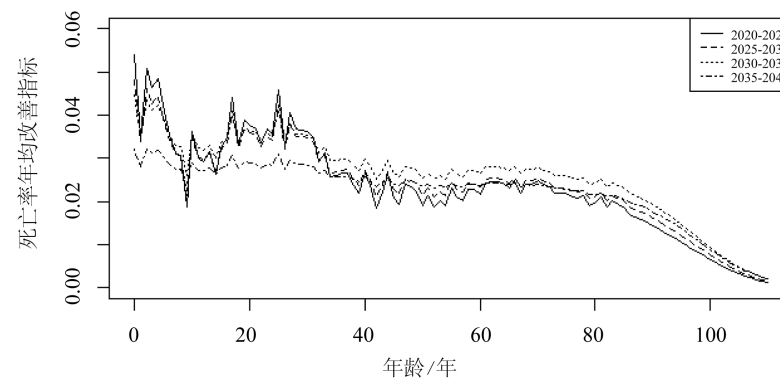


Figure 8. Continental predicted value

图 8. 大陆预测值

5. 结论

本文将五种二项式死亡率模型与 LL 模型进行对比研究, 使用数据较为齐全的台湾人口死亡率数据进行模型检验, 通过计算皮尔逊相关系数及经验死亡率数据发现: (1) θ 岁人口的预期寿命 e_θ 与 x 岁人口的中心死亡率 m_x 之间存在高度相关性; (2) 可以运用 Kannisto 模型对我国大陆人口死亡率数据进行外扩, 获得 90 岁以上的高龄人口数据。

对大陆原始数据(0~89 岁, 1995~2018 年), 首先对二项式死亡率模型的拟合效果进行检验, 发现 RH 模型拟合效果最优, 但其预测精度要低于 LL 模型; 然后进行参数估计, v_x 随着年龄的增长, 观察到了更大的差异, 这是因为在所分析的时期内, 人口规模较小, 年龄越小变化越大; 最后进行预测, LL 模型预测的对数死亡率曲线比 LC 模型更平滑, 并且它利用死亡率和预期寿命之间的线性关系, 当预测到遥远的未来时, 产生的死亡率分布在年龄维度上更少失真。

采用死亡率年均改善指标对大陆人口死亡率改善水平进行度量, 死亡率随时间推移而有着一定的改善, 即死亡率是随时间变化而下降的, 80 岁以上老龄人口死亡率要高于其它年龄人口。

基金项目

本文由国家自然科学基金项目(12061066)和甘肃省自然基金项目(20JR5RA528)共同支持。

参考文献

- [1] 王晓军, 路倩. 动态死亡率模型的研究进展[J]. 应用概率统计, 2020, 36(4): 415-440.
- [2] 王晓军, 米海杰. 中国人口死亡率改善水平比较分析[J]. 统计研究, 2013, 30(2): 58-63.
- [3] 曾燕, 陈曦, 邓颖璐. 创新的动态人口死亡率预测及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(7): 1710-1718.
- [4] 胡仕强, 陈荣达. 我国有限人口数据下长寿衍生产品定价的贝叶斯方法[J]. 系统科学与数学, 2018, 38(4): 497-510.
- [5] 陈宁. 基于神经网络死亡率模型的我国死亡率预测及应用[D]: [硕士学位论文]. 天津: 天津财经大学, 2019.
- [6] Pascariu, M.D., Basellini, U., Aburto, J.M. and Canudas-Romo, V. (2020) The Linear Link: Deriving Age-Specific Death Rates from Life Expectancy. *Risks*, **8**, 109-126. <https://doi.org/10.3390/risks8040109>
- [7] Lee, R.D. and Carter, L.R. (1992) Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association*, **87**, 659-671. <https://doi.org/10.1080/01621459.1992.10475265>
- [8] Renshaw, A.E., Haberman, S. (2006) A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors. *Insurance: Mathematics and Economics*, **38**, 556-570. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2005.12.001>
- [9] Currie, I.D., Durban, M. and Eilers, P.H.C. (2006) Generalized Linear Array Models with Applications to Multidimensional Smoothing. *Journal of the Royal Statistical Society*, **68**, 259-280. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9868.2006.00543.x>
- [10] Cairns, A.J.G., Blake, D. and Dowd, K. (2006) A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration. *Journal of Risk and Insurance*, **73**, 687-718. <https://doi.org/10.1111/j.1539-6975.2006.00195.x>
- [11] Plat, R. (2009) On Stochastic Mortality Modelling. *Insurance: Mathematics and Economics*, **45**, 393-404. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2009.08.006>
- [12] Purushotham, M., Valdez, E. and Wu, H. (2011) Global Mortality Improvement Experience and Projection Techniques. Society of Actuaries.
- [13] Thatcher, A.R., Kannisto, V. and Vaupl, J.W. (1998) The Force of Mortality at Ages 80 to 120. Odense University Press, Odense.