

基于交叉定位法对无人机飞行的纯方位无源定位问题的研究

刘显鹤, 鲁建辉, 白雪健

沈阳航空航天大学理学院, 辽宁 沈阳

收稿日期: 2023年6月25日; 录用日期: 2023年7月19日; 发布日期: 2023年7月28日

摘 要

针对无人机编队飞行纯方位无源定位的问题, 通过不同无人机所发射信号以及接受信号之间的角度, 采用交叉定位法来进行定位不同编队类型的每一个无人机所在的位置, 并使其调整到正确位置。根据纯方位无源定位模型, 先确定整体飞行的形状, 再重新编号, 然后利用一条边建立新的三角形, 让附近的点移动到目标位置即可完成调整, 以此类推, 所有无人机都可以调整到目标位置。

关键词

无人机编队, 纯方位无源定位模型, 交叉定位法

Research on the Bearings-Only Passive Location Problem of UAV Flight Based on Cross-Location Method

Xianhe Liu, Jianhui Lu, Xuejian Bai

College of Science, Shenyang Aerospace University, Shenyang Liaoning

Received: Jun. 25th, 2023; accepted: Jul. 19th, 2023; published: Jul. 28th, 2023

Abstract

Aiming at the problem of azimuth-only passive positioning of Unmanned Aerial Vehicle (UAV) formation flight, the cross-location method is used to locate the position of each UAV of different formation types through the angle between the signals transmitted by different UAVs and the received signals, and adjust it to the correct position. According to the azimuth-only passive posi-

tioning model, first determine the shape of the overall flight, and then renumber, and then use a side to create a new triangle, and let the nearby points move to the target position to complete the adjustment, and so on, all UAVs can be adjusted to the target position.

Keywords

UAV Formation, Azimuth-Only Passive Positioning Model, Cross-Location Method

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

无人机在集群在遂行编队飞行时, 因为要避免发射大量电磁波, 所以一般会让大部分的无人机进行无线电静默, 让少部分的无人机发射信号, 其他无人机接收信号, 位置有偏差的无人机需要根据所接收的信号进行调整, 将自己的位置调整到正确的地点, 使无人机的队形不变, 这无论是在民用还是军用领域, 都是有一定的意义的。

我们由简单到复杂进行研究, 我们先研究两架固定编号无人机与两架未知编号无人机进行定位的问题。对此问题, 我们分类画圆, 利用每个圆所代表的方程及内部关系联立进行计算。

进行讨论分析, 之后, 我们研究一架固定编号无人机与至少 3 架无人机的定位问题, 最后我们考虑改变编队队形进行定位。

由于对无人机的定位问题的研究具有很重要的现实意义, 所以越来越多的人也运用了各种各样的方法进行对无人机定位问题的研究, 如周心雯[1]采用了加权最小二乘法; 来进行无人机的无源定位, 但是模型的计算复杂度较高, 计算时间较长。张楠等人[2]则采用了双站交叉定位法来进行定位, 但模型所考虑的情况只有两种, 不够全面。而佺云凡等人[3]采用了非线性滤波算法, 薛振森等人[4]采用了网格搜索算法, 并利用了仿真模拟技术进行定位, 但是也只讨论了圆形编队这样一种编队形式。国外对无人机无源定位的研究例如 WADE H. FOY [5]所建立的模型, 但是该模型的收敛性并没有被证明, Manickam Suresh [6]所建立的模型为声源定位模型, 该种定位方法对声音的要求较高, 所以相较于本文模型的结果会有不足, 普适性较差。

但是目前国内所常用的方法对无人机无源定位的结果和效率综合来看并不理想。本文由浅入深逐步分析每一种情况的定位方法, 然后利用交叉定位法得出不同情况的定位模型, 在定位过程中边调整边定位, 优化了效率及定位准确性。

2. 无人机无源定位问题研究

2.1. 圆形编队的无源定位问题

在编队由 10 架无人机组成, 形成圆形编队, 其中 9 架无人机(编号 FY01~FY09)均匀分布在某一圆周上, 另 1 架无人机(编号 FY00)位于圆心。无人机基于自身感知的高度信息, 均保持在同一个高度上飞行, 如图 1 所示。

接收信号的无人机所接收到的方向信息约定为: 该无人机与任意两架发射信号无人机连线之间的夹角(如图 1 所示)。例如: 编号为 FY01、FY02 及 FY03 的无人机发射信号, 编号为 FY04 的无人机接收到

的方向信息是 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ，如图 2 所示。

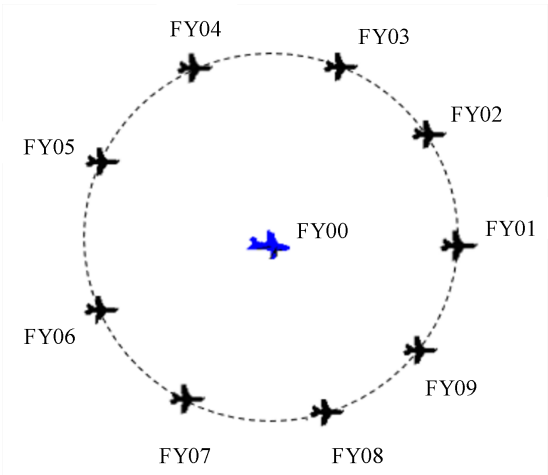


Figure 1. Schematic diagram of circular UAV formation
图 1. 圆形无人机编队示意图

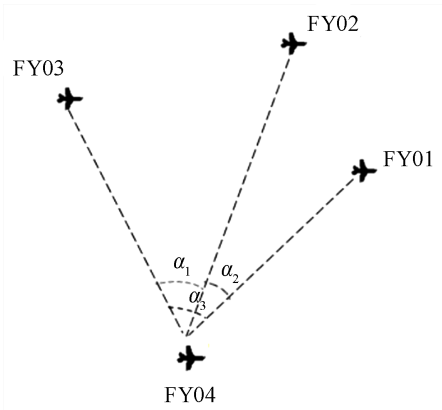


Figure 2. Schematic diagram of the direction information received by the UAV
图 2. 无人机接收到的方向信息示意图

我们先讨论两架编号未知的无人机与 FY00, FY01 进行对一架有偏差的无人机继续定位，若可以得到确切的定位，则至少利用两架无编号的无人机即可完成定位。

我们先进行分类，如表 1 所示。

Table 1. 6 groups of UAVs sending and receiving signals
表 1. 6 次的收发信号的无人机分组

组	无人机编号 1	无人机编号 2	无人机编号 3
1	FY00	k	FY01
2	FY00	k	M2
3	FY00	k	M3
4	FY01	k	M2
5	FY01	k	M3
6	M2	k	M3

这就相当于假设我们已知三个点的位置，去建立一个外接圆，一共 6 组，6 个外接圆，如图 3 所示。

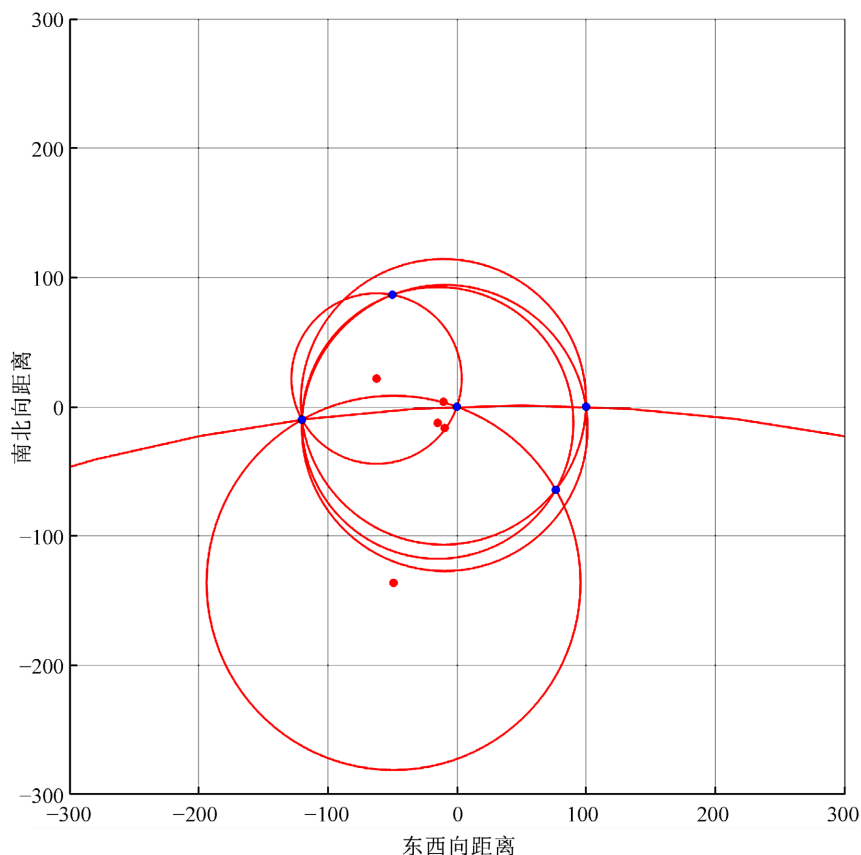


Figure 3. 6 sets of circumscribed circles
图 3. 6 个组的外接圆

我们每个外接圆的方程都可以假设，通过三个点在一个外接圆上，可以写出外接圆的表达式，之后我们通过两个已知点，以及 6 种分类中 6 个三角形中的已知角关系，还有 FY00、FY01 与另两个未知编号无人机的夹角是 40° 的倍数，可以写出 6 种分类的方程，这里我们以图中最小圆为例(以 FY00、K、M2 为圆上点的外接圆)，它的关系方程如下：

$$\begin{aligned}x_{m_2} &= R \cos(40m_2 - 40) \\y_{m_2} &= R \sin(40m_2 - 40) \\(x_k - x_2)^2 + (y_k - y_2)^2 - r_2^2 &= 0 \\(x_2 - x_{m_2})^2 + (y_2 - y_{m_2})^2 - r_2^2 &= 0 \\r_2 &= \frac{r}{2 \sin \alpha_2}\end{aligned}$$

我们把所有外接圆的方程关系进行联立，就可以利用已知参数去表示 k (位置有偏差的无人机) 的位置坐标。所以我们得出结论：至少两架未知编号无人机加上 FY00、FY01 就可以定位其他无人机位置。

接下来我们研究两架固定编号无人机与两架未知编号无人机进行定位的问题。

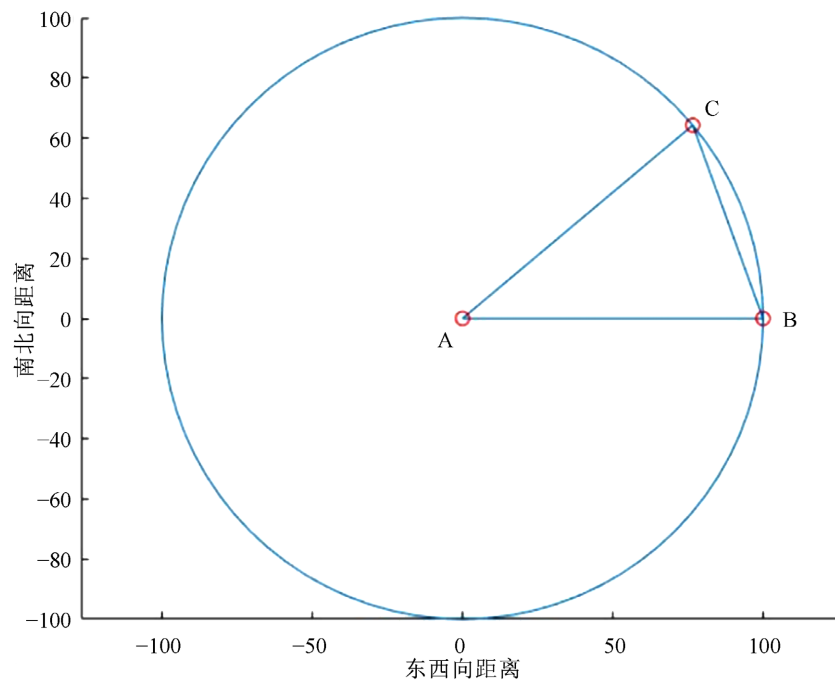


Figure 4. FY00, FY01, FY02 the triangle formed

图 4. FY00, FY01, FY02 所组成的三角形

思路：如图 4，我们以 FY00、FY01、FY02 为例，我们可以利用 FY00 和 FY01 发射信号，这样 C 所代表的角度就可以获得，我们再利用 FY00 和 FY02 发射信号，这样 B 的角度就可以获得，根据三角形内角和就可以得出此三角形中所有的角，以此类推，我们可以知道所有无人机与 FY00、FY01 所组成的三角形的所有夹角，FY09、FY00、FY01 的夹角已知为 30.72° ，这样我们根据每个三角形的顶角，就可以比较得出哪一个是 FY09，这样就可以从其他接收的角度来通过顺序得出其他无人机的编号，就成功化解了无源问题，接下来就是正常的定位问题。

同时我们还拥有一条已知边 AB，即 FY01 与 FY00 的距离为 100 m，这样，我们就可以利用正弦定理

$$\frac{AC}{\sin \angle B} = \frac{AB}{\sin \angle C}$$

得出 C 点的极坐标中的距离 ρ ，同理，所有的三角形中的 ρ 均可求，最终可以定位每一架无人机，从而进行调整。

步骤：我们先让 FY00 和 FY01 发射信号，FY02~FY09 接收信号，各自得到一个方向信息记为 a12~a19；

然后 FY00 和 FY02、FY03、FY04 发射信号，FY01 接收信号，得到三组方向信息记为 a22、a23、a24；

接着让 FY00 和 FY05、FY06、FY07 发射信号，FY01 接收信号，得到三个方向信息记为 a25、a26、a27；

然后 FY00 和 FY08、FY09 发射信号，FY01 接收信号，得到两个方向信息记为 a28、a29。

另外我们假设已知 FY01 与 FY00 的距离为 100 m，FY09、FY00、FY01 的夹角已知为 30.72° ，这样我们根据每个三角形的顶角，就可以比较得出哪一个是 FY09，这样就可以从其他接收的角度来通过顺序得出其他无人机的编号，就成功化解了无源问题，接下来就是正常的定位问题，案例中无人机初始位置见表 2。

Table 2. UAV initial position
表 2. 无人机初始位置

无人机编号	极坐标(m, °)
0	(0, 0)
1	(100, 0)
2	(98, 40.10)
3	(112, 80.21)
4	(105, 119.75)
5	(98, 159.86)
6	(112, 199.96)
7	(105, 240.07)
8	(98, 280.17)
9	(112, 320.28)

第一步：先绘制出最初的位置图，如图 5 所示。

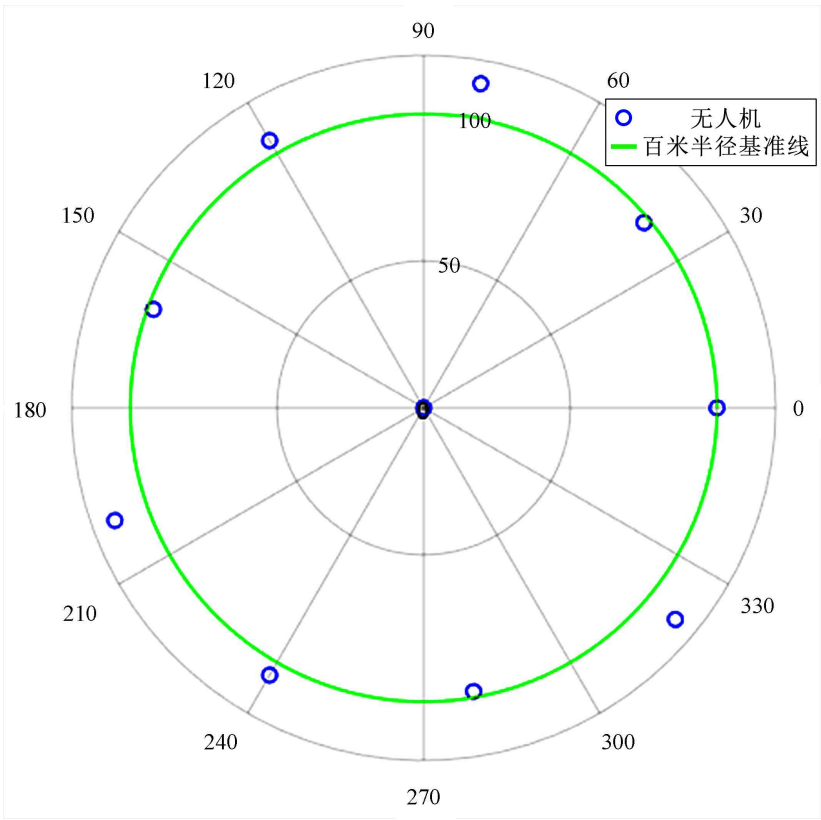


Figure 5. Initial position chart
图 5. 初始位置图

第二步：通过接收信号得到 FY02、FY03、FY04 极坐标上的角度，再用正弦定理得到 FY02、FY03、FY04 距 FY00 的距离。同时移动到正确位置。如图 6 所示。

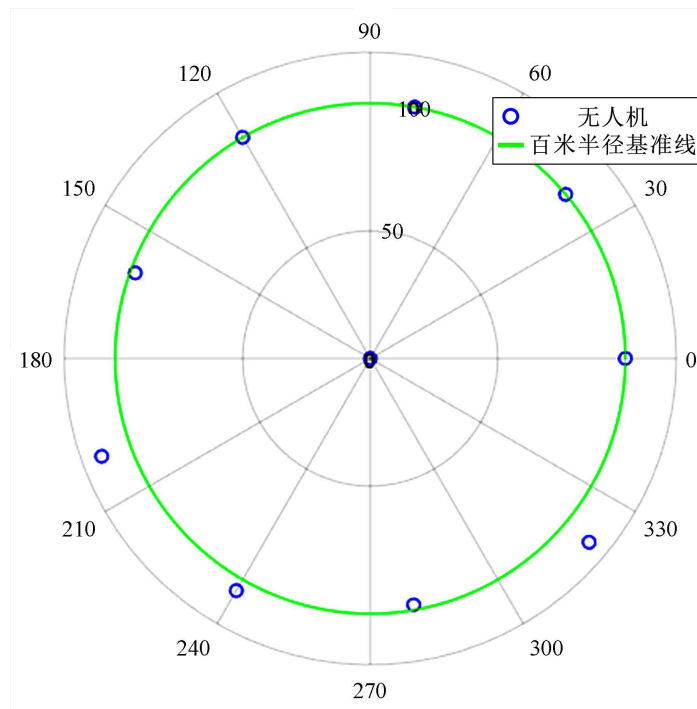


Figure 6. The overall position chart after the second move
图 6. 第二步移动之后的整体位置图

第三步：通过接收信号得到 FY05、FY06、FY07 极坐标上的角度，再用正弦定理得到 FY05、FY06、FY07 距 FY00 的距离。同时移动到正确位置。如图 7 所示。

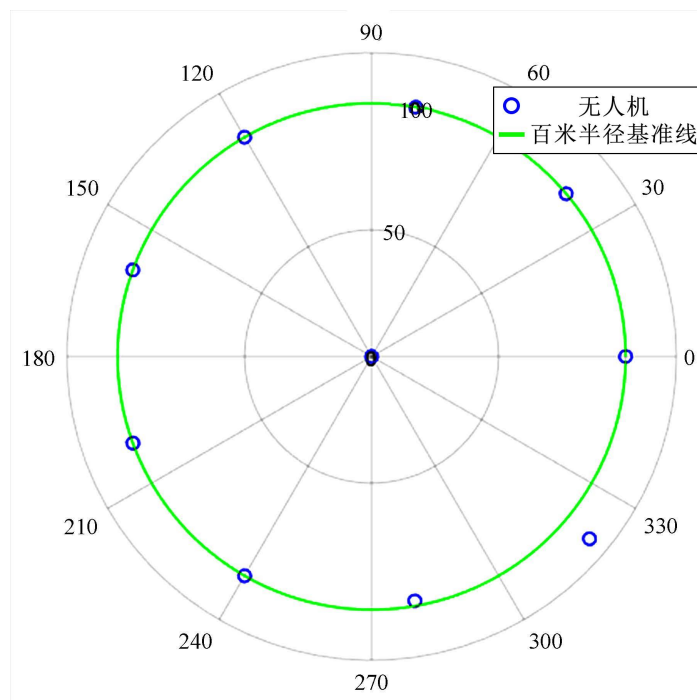


Figure 7. The overall position chart after the third step of movement
图 7. 第三步移动之后的整体位置图

第四步：通过接收信号得到 FY08、FY09 极坐标上的角度，再用正弦定理得到 FY08、FY09 距 FY00 的距离。同时移动到正确位置。如图 8 所示。

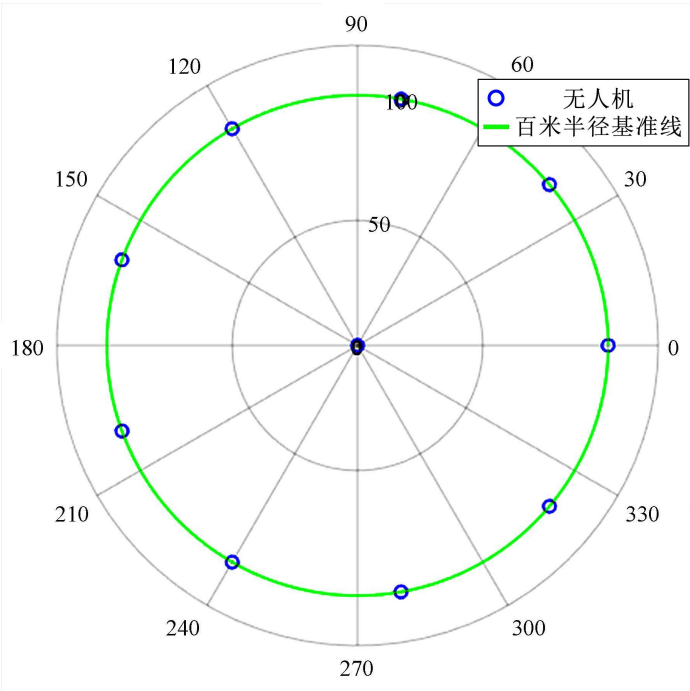


Figure 8. The overall position chart after the fourth step of movement
图 8. 第四步移动之后的整体位置图

根据此原理，我们设计出程序可以解出每一个无人机的调整方案，结果如表 3 所示，表中移动方向为以 FY01 与 FY02 为轴的逆时针方向。

Table 3. Circular UAV formation adjustment scheme
表 3. 圆形无人机编队调整方案

无人机	移动方向(度)	移动距离
FY01	0	0
FY02	35.112259	2.007449
FY03	261.959354	12.006267
FY04	294.763595	5.019951
FY05	166.826503	2.014575
FY06	19.626503	12.000227
FY07	61.469728	5.001567
FY08	271.729728	2.021453
FY09	142.611804	12.01114

2.2. 锥形编队的无源定位问题

实际飞行中，无人机集群也可以是其他编队队形，例如锥形编队队形(直线上相邻两架无人机的间距相等)，如图 9 所示。

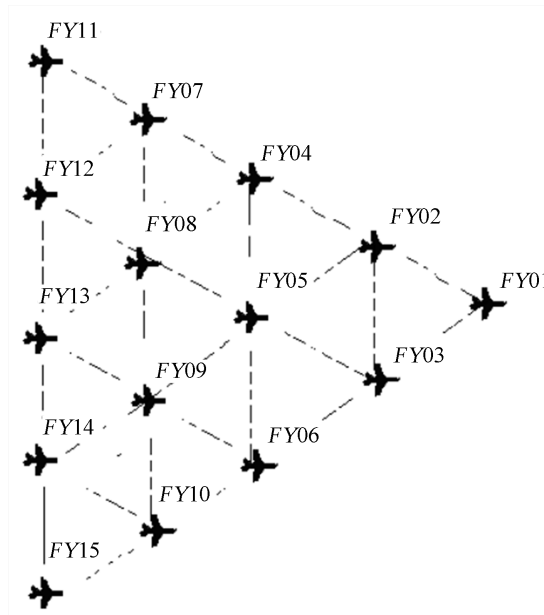


Figure 9. Schematic diagram of conical UAV formation
图 9. 锥形无人机编队示意图

我们先利用三个顶点发射信号进行确定飞行的整体形状，重新进行编号，然后选择临近的两个无人机作为底边进行创建等边三角形，以新编号的 FY02、FY03 为例，这样我们就可以得到，与等边三角形上的另外一点接近的无人机的理想位置，再根据原来的三角形的内部几何关系，我们就可以将其坐标解出，这样原始位置与目标位置均已知，我们就可以进行调整，调整之后，以此方法类推，以已知边为等边三角形的一条边进行延申，这样我们就可以把整个编队调整完成。

具体计算过程如下：

我们先让三个顶点的无人机发射信号，这样，其他所有接收信号的无人机都会得到三个角度： $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ，我们可以根据这三个角度，可以画出整个无人机编队的大体位置，如图 10 所示。

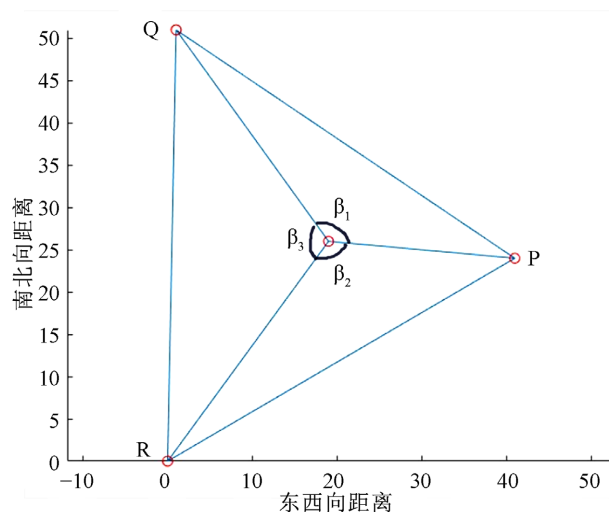


Figure 10. Schematic diagram of the angle after receiving the signals transmitted by the three vertices

图 10. 接收到三个顶点发射信号后的角度示意图

之后，我们重新进行编号，让最右面的无人机编号为 PY01，按照题中所给图的样式，以此类推，这样每个无人机的编号都重新确定了，之后，我们先看两架相邻的飞机，以 FY02, FY03 为例，在下图中分别以 A、C 来表示，我们以 AC 为等边三角形的一条边向右建立一个等边三角形，这个三角形的另一个顶点，一定在 FY01 点的附近(如图 11 中的 D 点)，这样，我们只需要将 D 点移动到 B 点即可。

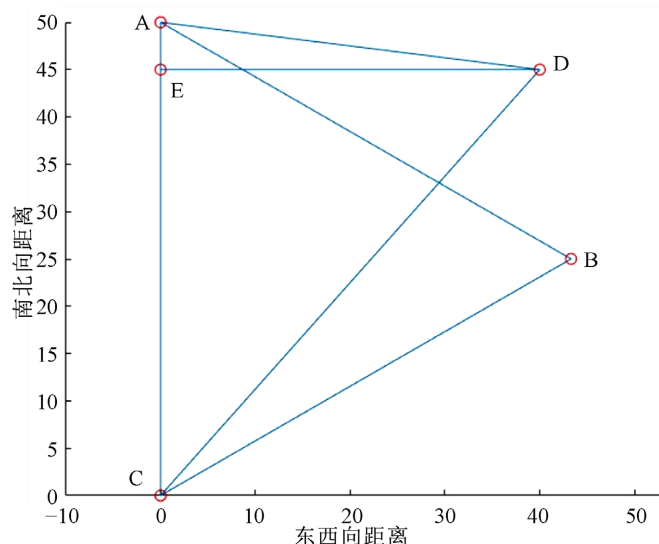


Figure 11. Geometric relationship diagrams of the original and target positions of FY01, FY02, and FY03 after numbering

图 11. 编号后的 FY01, FY02, FY03 的原来与目标位置几何关系图

我们以 AC 的中点为原点，向量 AC 方向为 y 轴正方向，向量 ED (E 点为无人机原位置 D 点向 AC 垂线的垂足)方向为 x 轴正方向，建立平面直角坐标系，这样我们假设 AC 的边长为 a，这样，我们的 A、B、C 三点坐标均可求。接下来我们让 FY02 (图 11 中的 A)、FY03 (图 11 中的 C)发射信号，这样 $\angle ADC$ 就已知了，然后，我们让 FY02 和 FY01 (图 11 中的 D)发射信号，这样 $\angle ACD$ 就已知了，这个三角形中的另一个角 $\angle CAD$ 也就已知了，之后，我们在 $\triangle ADC$ 中应用正弦定理

$$\frac{AC}{\sin \angle ADC} = \frac{AD}{\sin \angle ACD}$$

这样可以把 AD 求出来，我们在 $\triangle ADE$ 中，因为 $\triangle ADE$ 是直角三角形，所以我们直接就可以写出 DE 与 AE 的关于 a 和已知角的表达式，进而求出 D 点的直角坐标，也就很轻易可以知道如何移动可以使其到达正确位置。

我们为了节约时间，我们一开始是向 AC 的两侧做等边三角形，但是方法相同，得出的结果如图 12 所示。

$\triangle ACF$ 也是等边三角形，不过接下来再往左推进的时候，我们也可以找有一条已知的边进行做新的三角形，例如 AF, CF，我们利用这两条边同时进行，还是按照 ACD 三角形的原理，进行计算，就也可以得出调整方案，将两个绿色的原三角形调整为等边三角形，这样已知边一起推进，优化了模型，大大提高调整效率。

我们按照此原理，编写了程序，假设了 15 个原位置坐标，如表 4 所示。

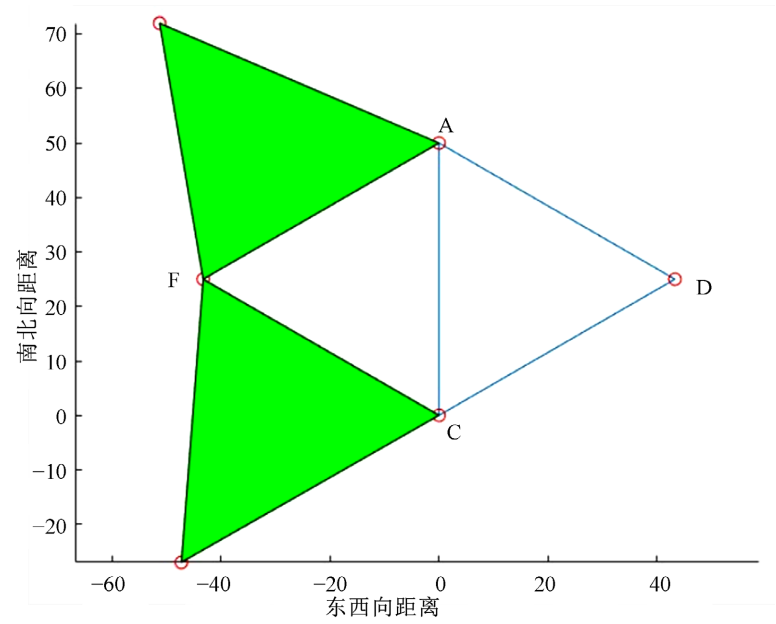


Figure 12. Diagram of constructing an equilateral triangle simultaneously from two known sides
图 12. 由两条已知边同时做等边三角形的图示

Table 4. Assumed original coordinates 15
表 4. 假设的原坐标 15 个

无人机	横坐标	纵坐标
FY01	81.1	3.2
FY02	0	50
FY03	0	-50
FY04	-90.8	95.8
FY05	-86.9	4.9
FY06	-81.9	-111.1
FY07	-166.6	157.7
FY08	-178	44.2
FY09	-170.9	-45.7
FY10	-178.5	-154
FY11	-271	192.5
FY12	-269	91
FY13	-266.7	-4.6
FY14	-264.4	-96.8
FY15	-270	-207.9

并利用程序进行调整，得到结果如表 5 所示，表中移动方向为以 FY01 与 FY05 为轴的逆时针方向。

Table 5. Conical formation adjustment scheme
表 5. 锥形编队调整方案

无人机	移动方向(°)	移动距离
FY01	329.819876	6.365371
FY02	0	0
FY03	0	0
FY04	45.017333	5.937901
FY05	273.473937	4.90902
FY06	112.960056	12.055036
FY07	229.376918	10.144806
FY08	50.419113	7.525374
FY09	241.805786	4.878873
FY10	37.068901	6.635975
FY11	33.825993	13.472912
FY12	44.394137	12.864674
FY13	33.719298	8.286428
FY14	325.130961	5.597316
FY15	37.778867	12.895526

从图像上进行调整的过程如图 13 所示。

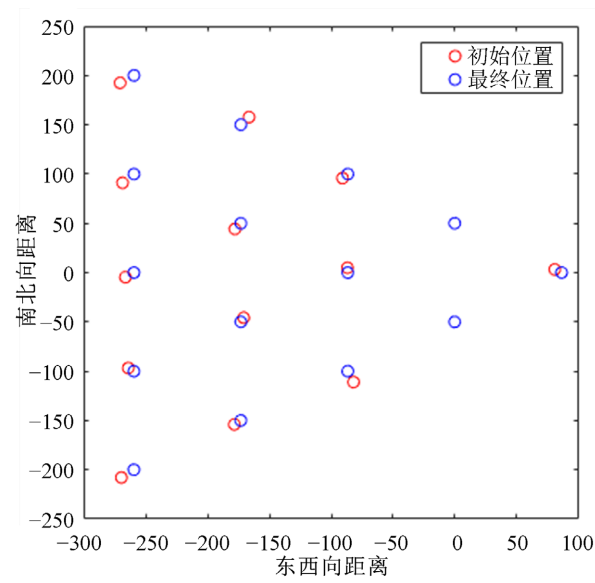


Figure 13. The adjusted image
图 13. 调整图像

3. 模型评估

3.1. 模型的优缺点

模型的优点：

- 1) 将问题转化成几何图形进行问题分析与图像绘制, 表述直观, 便于理解。
- 2) 深入考虑了圆形队列以及锥形队列的所有情况, 对于其他相同队列问题的研究具有一定的参考意义。

3) 模型的求解采用 matlab 软件, 得到的结果可信度较高。

模型的缺点:

- 1) 并未考虑天气因素, 信号干扰等现实中会发生的实际情况。
- 2) 只局限于两种队列形式, 没有研究更多的队列形式。

3.2. 模型的推广与改进

在问题分析中应该考虑圆形队列和锥形队列以外的常用的队列形式, 这样会更适合应用于实际。在模型建立时还可以使用其它建模方法, 如动态规划等进行优化, 从而提高定位准确性。

参考文献

- [1] 周心雯. 基于纯方位的无人机遂行编队飞行中的无源定位问题[J]. 中国新技术新产品, 2022(24): 34-37. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-9957.2022.24.012>
- [2] 张楠, 胡双霞, 赵琳琳, 等. 基于双站交叉无人机纯方位无源定位问题研究[J]. 齐鲁工业大学学报, 2023, 37(2): 26-32+38. <https://doi.org/10.16442/j.cnki.qlgydxxb.2023.02.005>
- [3] 仵云凡, 朱代根, 高朋, 等. 无人机遂行编队飞行中的纯方位无源定位[J]. 时代汽车, 2023(6): 25-28. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1672-9668.2023.06.009>
- [4] 薛振森, 郑柏慧, 陈礼根, 等. 基于几何建模与仿真模拟的无人机无源定位模型[J]. 数学建模及其应用, 2023, 12(1): 79-87. <https://doi.org/10.19943/j.2095-3070.jmmia.2023.01.10>
- [5] Foy, W.H. (1976) Position-Location Solutions by Taylor-Series Estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **AES-12**, 187-194. <https://doi.org/10.1109/TAES.1976.308294>
- [6] Manickam, S., Swar, S.C., Casbeer, D.W. and Manyam, S.G. (2021) Multi-Unmanned Aerial Vehicle Multi Acoustic Source Localization. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, **235**, 273-294. <https://doi.org/10.1177/0954410020943086>