

# 融合数学软件开展大学数学教学研究

张 宁, 鲁志波, 李新娜

信息工程大学基础部, 河南 郑州  
Email: zhangning62010@163.com

收稿日期: 2021年4月9日; 录用日期: 2021年5月3日; 发布日期: 2021年5月10日

## 摘 要

将数学软件的应用融入教学已经成为大学数学类课程教学改革的重要内容, 本文针对教学中遇到的问题, 通过抽象与直观、繁琐与便捷、理论与实践三个方面阐述了如何将数学软件有效的融入教学, 实现抽象知识的可视化、节省教与学的时间、培养学生解决问题的能力、提高学生学习的兴趣和能动性。

## 关键词

数学软件, 大学数学, 教学改革

# Research on University Mathematics Teaching by Integrating Mathematics Software

Ning Zhang, Zhibo Lu, Xinna Li

Foundation Department of Information Engineering University, Zhengzhou Henan  
Email: zhangning62010@163.com

Received: Apr. 9<sup>th</sup>, 2021; accepted: May 3<sup>rd</sup>, 2021; published: May 10<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

Integrating the application of mathematical software into teaching has become an important part of the teaching reform of university mathematics courses. Aiming at the problems encountered in teaching, this paper expounds how to effectively integrate mathematical software into teaching from three aspects: abstract and intuitive, cumbersome and convenient, theory and practice, so as to realize the visualization of abstract knowledge, save the time of teaching and learning, and cultivate students' ability to solve problems ability, improve students' interest and initiative in

learning.

## Keywords

Mathematics Software, University Mathematics, Reform in Education

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》是工科院校学生必修的三门数学类公共基础课。传统的课程教学偏重的是学生抽象思维能力、逻辑思维能力的培养，是“PPT+板书”的数学课堂，这样的课堂通过具体的数学推理，能够较好的完成知识层面的传授，但是由于缺乏直观，会使部分学生对抽象知识难以理解；由于时间和空间的限制，也无法在有限的时间内处理大量的信息；由于理论知识与实际应用的脱节，会使学生产生“学习无用”的错误思想。

随着大数据和人工智能时代的到来，数学类课程的重要性日益凸显，数学类课程的教学改革也势在必行。数学软件即处理数学问题的应用软件，它为计算机解决现代科学技术各领域中所提出的数学问题提供求解手段，将数学软件的应用融入教学已经成为数学类课程教学改革的重要内容。数学软件强大的计算、绘图等功能，可以实现抽象知识的可视化、节省教与学的时间、培养学生解决问题的能力、提高学生学习的兴趣和能动性。

数学软件之于数学教学，正如蜗牛的壳之于蜗牛，蜘蛛的网之于蜘蛛一样，已经成为数学教学的一部分，广大教学工作者也为此做了大量的教学研究(如文献[1][2])，这些文献对不同数学软件功能及应用做了详尽的介绍，告诉我们“可以做”，激励我们利用信息技术去改变教学方式。除此之外，我们还要关注“如何做”，如何实现将数学软件有机的融入课堂教学中，本文将结合日常教学中的一些实践经验，分别以三门数学课程为代表，针对教学中遇到的问题，以及如何利用数学软件来有效的解决这些问题，从三个方面做了总结与探讨。融合数学软件开展大学数学教学，不仅为学生应对后续的学习和发展夯实基本理论基础，也为学生进行高层次学习和科学研究提供基本技术支撑。

## 2. 抽象与直观

习主席说过：“知识是每个人成才的基石，在学习阶段一定要把基石打深、打牢”。我国著名数学家苏步青曾经说过：“扎扎实实地打好基础，练好基本功，我认为这是学好数学的秘诀”。数学类课程，一定要重视基础知识的学习。然而，大学数学课程普遍的抽象性为学生的学习造成了很大的困难，如何将抽象的知识直观化，可视化，使学生更好的理解并掌握，一方面是老师的恰当的启发引导和形象生动的讲解，另一方面就是借助数学软件的绘图演示功能进行辅助教学。

《高等数学》是学生进入大学阶段接触的第一门数学课程，其知识的高度抽象性、严密逻辑性很容易让学生产生挫败感，进而影响学习的积极性。针对这一问题，在教学中，我们引入 Mathematica 软件，借助直观图形及动态演示帮助学生加深对所学知识的理解，帮助学生学好高等数学，快速适应大学数学的学习特点，激发学习的动力[3]。

以极限为例，极限是微积分中的基础概念，它指的是变量在一定的变化过程中，逐渐稳定的一种变

化趋势以及所趋向的值(极限值), 而学生学习的最大困难是无法感知变化过程, 对此, 教学中可以设计数学演示实验, 实现图形和数据的直观表达。

例 1: 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  演示实验。(代码可以直接复制到 Mathematica 中运行)

```
Manipulate[
  Plot[Sin[x]/x, {x, -作图范围, 作图范围},
  AxesStyle -> {{Thickness[0.01], Arrowheads[.051]}, {Thickness[0.01],
  Arrowheads[.051]}}, TicksStyle -> Directive[Black, 18],
  Ticks -> {{-2 Pi, 0, 2 Pi}, {0.5, 1}},
  PlotLabel ->
  Text[Style["函数  $\frac{\sin x}{x}$  图形", Black,
  Large]],
  AxesLabel -> {Text[Style["x", Black, Large]],
  Text[Style["y", Black, Large]]}, PlotRange -> {-0.5, 1.5},
  PlotStyle -> {Red, Thickness[0.01]}, {作图范围, 6 Pi, 200}]
Manipulate[
  Text[StringJoin["x: ", ToString[x],
  "\n! $\frac{\sin x}{x}$ :"],
  ToString[N[Sin[x]/x, 10]],
  BaseStyle -> {Large, Blue}], {x, 50.3333}, -50.3333, 50.3333,
  0.001]]
```

演示实验结果见图 1。

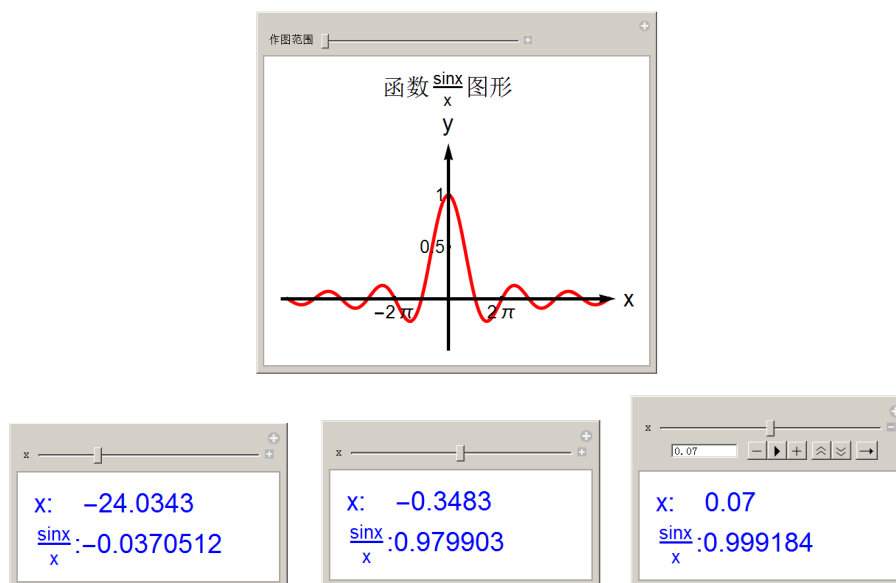


Figure 1. Demonstration experiment of  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

图 1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  演示实验

### 3. 繁琐与便捷

信息技术高速发展的今天, 数据处理、人工智能等无不以大学数学知识为其理论和算法基础的一部分, 海量的数据处理也是直接面临的问题。然而现实是, 学生通过课堂学习, 对习题求解大多只靠手算, 不仅计算量大、计算繁琐, 还处处受限、无法实用。大学数学知识只有与计算机和数学软件相结合, 才能凸显出它超强的实用价值。针对这一问题, 我们主要从两个方面进行处理。首先, 还是“重基础”, 通过课堂教学, 使学生重点理解和掌握基本概念、基本方法和基本原理, 让学生不仅知其然, 还要知其所以然。然后, 在此基础上, 通过数学软件应用举例, 用计算机和数学软件代替笔算, 节省学生很多时间, 能大大提高学生的学习兴趣 and 动手解决实际问题的能力。

如在《线性代数》的学习中, 学生会花较长时间学习矩阵运算, 却只能解决一些低阶矩阵的运算问题, 而实际应用中面对的将是成百上千甚至更高阶的矩阵, 手工运算无法实现, 这时只能借助计算机, 利用数学软件, 才能避免冗长繁杂的计算, 快速、高效的解决问题。

如 Cramer 法则的教学中, 首先介绍定理的基本内容和利用定理解决问题的基本思路, 然后设置例 2 介绍 MATLAB 软件中 Cramer 法则的具体实现; 又如方阵特征值与特征向量的教学中, 首先师生共同探索特征值与特征向量计算方法, 要求学生会笔算低阶方阵的特征值与特征向量, 然后通过例 3 介绍 MATLAB 软件中特征值与特征向量的具体实现。从这些例子中, 学生通过对比会实际感受到计算机和数学软件的便捷, 既有助于基本理论知识的掌握、提高解题效率, 又有助于实际问题解决经验的积累。

$$\text{例 2: 解线性方程组} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 + x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

解: 在 MATLAB 命令窗口输入如下命令:

```
A=[1 -2 3 -4; 0 1 -1 1; 1 3 0 1; 0 -7 3 1];b=[4; -3; 1; -3];
```

```
x=inv(A)*b
```

运行后即可得方程组的唯一解为  $\mathbf{x} = (-8, 3, 6, 0)^T$ 。

$$\text{例 3: 求方阵 } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ 的特征值与特征向量。}$$

解: (1)在 MATLAB 命令窗口输入如下命令:

```
A = [1, 1, 1, 1, 1; 1, 1, -1, -1, -1; 1, -1, 1, -1, -1; 1, -1, -1, 1, -1; 1, -1, -1, -1, 1];
```

```
A = sym(A) (%将矩阵 A 当作符号矩阵处理, 并且求出线性无关的特征向量<不进行正交化和单位化>)
```

```
[v, p] = eig(A)
```

运行后即可得矩阵  $A$  的特征值分别为  $-3, 2, 2, 2$ , 对应的线性无关的特征向量分别为:

$$\xi_1 = (-1, 1, 1, 1, 1)^T, \xi_2 = (1, 1, 0, 0, 0)^T, \xi_3 = (1, 0, 1, 0, 0)^T, \xi_4 = (1, 0, 0, 1, 0)^T, \xi_5 = (1, 0, 0, 0, 1)^T。$$

### 4. 理论与实践

“纸上得来终觉浅, 绝知此事要躬行”, 学到的东西, 不能停留在书本上。对于应用性较强的学科, 在注重理论教学的同时, 也要重视实际问题的融入。针对这一问题, 我们搜集整理了各课程相关的应用

案例,形成案例库,并用 MATLAB 程序实现,向学生展示,使学生可以模仿这些例子进行问题的处理,慢慢学会将所要解决的问题通过数学软件进行实现,提前接触数学建模和数学软件的应用,也让学生深切感受到学有所用,学以致用。

《概率论与数理统计》是研究随机现象(不确定性现象)规律性的学科。当今许多重要学科,如信息论、控制论、可靠性理论都以它为基础,概率统计方法与其他学科相结合已经发展出许多边缘学科,如生物统计、统计物理、数学地质、数理经济等[4]。随机现象的普遍性,使得概率论与数理统计方法已经广泛应用于几乎所有领域,甚至人们的日常生活中。

如正态分布的应用——考试录取员工预测问题:考试成绩一般服从正态分布,在考试录取和考试分数线的划定,就可按照正态分布知识进行计算。

例 4 某公司准备通过招聘考试招收 320 名职工,其中正式职工 280 名,临时职工 40 名;报考的人数是 1821 人,考试满分是 400 分。考试后得知,考试平均成绩  $\mu = 166$  分,360 分以上的高分考生有 31 人。王瑞在这次考试中的了 256 分,问他能否被录取?能否被聘为正式工?

理论分析:设分数为  $X$ ,则  $X$  服从正态分布  $N(166, \sigma^2)$ ,录取率  $320/1821 = 0.175728$ ;正式工录取率  $280/1821 = 0.153762$ 。

由  $P\{X > 360\} = 31/1821 = 0.01702$ ,  $\Phi\left(\frac{360-166}{\sigma}\right) = 1 - 31/1821 = 0.983$  求出  $\sigma = 91.5$  (由标准正态分布计算)。

$$\text{计算 } P\{X > 256\} = 1 - \Phi\left(\frac{256-166}{91.5}\right) = 1 - 0.8389 = 0.1611。$$

因为  $0.153762 < 0.1611 < 0.175728$ ,所以估计小王可被录取,但不大可能为正式员工。

设计 MATLAB 程序判断王瑞的录取情况。

```
a=(1821-31)/1821;
b=(1821-320)/1821;
c=(1821-280)/1821;
d=256;
s=(360-166)/norminv(a,0,1);
x=norminv(b,0,1)*s+166;
y=norminv(c,0,1)*s+166;
if(d<x)
fprintf('王瑞没有被录取')
elseif(x<=d<y)
fprintf('王瑞被录取为临时工')
else(d>y)
fprintf('王瑞被录取为正式工')
end 结果显示: 王瑞被录取为临时工。
```

## 5. 结语

大学数学课程的教学,如果只是从一个概念到另一个概念,从一个公式到另一个公式,数学就成了无本之木、无源之水,这样的数学教学过程也必然没有活力、枯燥乏味。将数学软件融入课堂教学,实现抽象知识的直观化、繁琐运算的便捷化、理论知识的实践化,助力培养经济社会发展急需的创新型、

应用型、复合型人才。

### 参考文献

- [1] 朱丽. 谈数学实验在高校数学教学中的应用[J]. 山东工业技术, 2016(1): 291.
- [2] 张化朋, 王振平. 数学软件在大学数学教学中的应用[J]. 科教导刊, 2011(15): 31.
- [3] 刘兴元, 何宜军. Mathematica 软件的绘图功能在高等数学教学中应用示例[J]. 邵阳学院学报(自然科学版), 2008, 5(4): 41-44.
- [4] 王丽霞. 概率论与数理统计理论、历史及应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2010.