

# PBL理念下高中函数教学设计

刘凯, 赵雪

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2023年12月21日; 录用日期: 2024年1月18日; 发布日期: 2024年1月26日

## 摘要

教学设计是教育活动中至关重要的一环, 它贯穿于教学的始终, 是教师实施教学的重要依据; 教学设计能够提高教学效果, 有利于教学工作的科学化, 有利于教学理论与教学实践的结合。而现实情况是广大教师对教学设计的认识不够清楚, 同时缺乏科学的, 操作性强的教学设计方法。本文介绍了PBL理论下的教学设计一般流程并以高中数学函数的概念一课为例, 写出了PBL模式的教学设计案例。

## 关键词

PBL, 教学设计, 函数概念

# Teaching Design of High School Function under PBL Concept

Kai Liu, Xue Zhao

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Dec. 21<sup>st</sup>, 2023; accepted: Jan. 18<sup>th</sup>, 2024; published: Jan. 26<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

Instructional design is a vital part of educational activities, which runs through the whole teaching process and is an important basis for teachers to implement teaching. Teaching design can improve the teaching effect, is conducive to the scientific teaching work, and is conducive to the combination of teaching theory and teaching practice. However, the reality is that the majority of teachers do not have a clear understanding of instructional design, and at the same time, there is a lack of scientific and operational instructional design methods. This paper introduces the general process of instructional design under the PBL theory, and takes the concept of high school mathematical functions as an example to write a case study of PBL model.

## Keywords

### PBL, Instructional Design, Function Concept

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. PBL 理论及特点

随着中学数学课程改革不断深入, 关于如何发展学科核心素养的探讨如火如荼, 学科核心素养的培养最终要回到课堂, 回归教学, 而教学的出发点和关键在于教学设计。最新的高中数学课程标准[1], 倡导以学生为本, 创设学习情境, 以学科核心素养的发展为目标的, PBL 是来源于国外的比较成熟的, 教学理论, 近年来也在国内流行。这种教学模式下, 学生在问题情境中, 自主地探索、思考、学习, 从而成为课堂的主人, 因而契合新课程改革理念, 适合发展核心素样, 具有理论意义和实践价值。

PBL (Problem-Based Learning) 是一种基于问题解决的学习理论和教学方法。其核心思想是通过向学生提出真实、复杂和有挑战性的问题, 引导学生主动探究、思考和解决问题的过程。最先由加拿大医学教授霍华德 - 巴罗斯(Howard Barrows) [2] 提出, 从医学教学逐渐扩展到其他学科。PBL 理论的主要特点包括:

- 1) 问题驱动: 学习过程以问题为导向, 学生通过思考和解决问题来获得知识和技能。
- 2) 自主学习: 学生在 PBL 中是学习的主体, 他们负责主动学习和解决问题的过程。教师不再是知识的传授者, 而是学习的指导者和支持者。
- 3) 小组合作: PBL 中通常以小组形式进行学习和问题解决, 鼓励学生之间的合作和互动。
- 4) 反思和评估: PBL 强调学生的反思和评估过程, 帮助学生总结和巩固所学的知识和技能。学生通过反思自己的学习和解决问题的过程, 发现自己的不足并不断改进。

## 2. 一般的教学设计步骤

“教学设计”源自于“Instruction design”一词, 概念诞生于 20 世纪 60 年代末, 经过发展于 90 年代已经广泛应用于教学实践, 是教学的重要环节[3]。教学设计是根据课程标准的要求和教学对象的特点, 将教学诸要素有序安排, 确定合适的教学方案的设想和计划。

参考《课程与教学论》[4], 一般教学设计过程可以分为以下步骤

- 1) 分析需求: 首先确定教学目标和学生需求。
- 2) 制定教学目标: 根据需求分析的结果, 制定清晰明确的教学目标, 包括知识、技能和态度等方面的目标。
- 3) 设计教学活动: 根据教学目标, 设计教学活动, 选择适合的教学方法和教学资源, 计划教学时间和顺序。
- 4) 编写教学材料: 根据教学活动设计, 编写教学材料, 包括课件、讲义、练习题等。
- 5) 实施教学: 根据教学设计和教学材料, 进行实施教学活动, 引导学生参与学习, 提供必要的指导和支持。
- 6) 评价和反思: 在教学结束后, 进行总结和反思, 回顾教学过程和教学效果, 总结成功经验和改进方向。

### 3. 融入 PBL 理论的教学设计流程

为了把 PBL 理论融入教学设计流程, 笔者将教学设计分为三个环节, 见图 1。

一、分析: 包括课标分析, 教材分析, 学生分析等。

二、设计过程: 这是教学设计的主体。

三、评价和反思: PBL 模式下的评价和反思是促进学生学习和成长的关键工具, 同时也有助于确保 PBL 教学的有效性。以下是 PBL 模式下的教学评价和反思的关键要点:

1) 形式多样的评价方法: PBL 教学应采用多样的评价方法, 包括但不限于小组项目评价、个人反思、口头报告、书面报告、实际问题解决能力的测试等。

2) 教师应该反思他们的教学设计, 了解哪方面成功, 哪方面需改进。

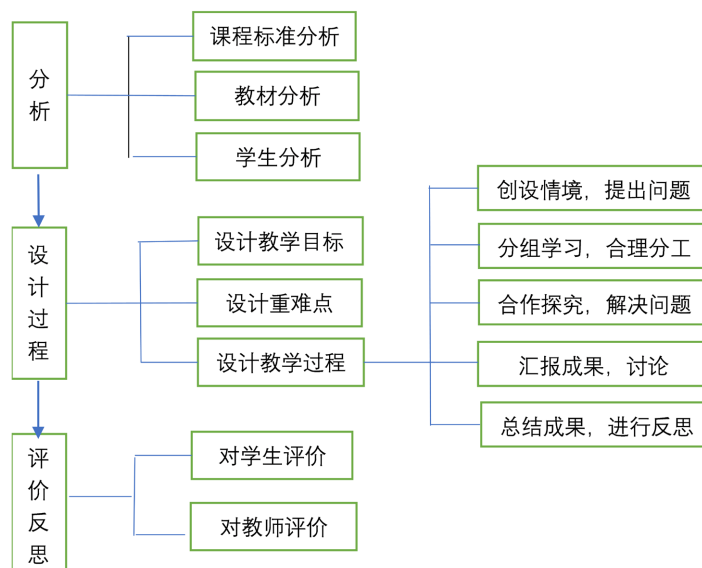


Figure 1. Instructional design flow chart

图 1. 教学设计流程图

### 4. PBL 教学设计举例

下面对人教 A 版(2019)必修一、3.1.1 函数的概念一课进行教学设计。

环节一:

1) 课程标准分析: 重在理解函数的本质, 体会集合与对应在函数概念中的作用

2) 教材分析: 本节课在第一章集合的基础上, 借助集合工具描述高中的函数, 同时, 建立函数的概念, 是后续学习函数的表示及函数性质的先决条件。教材先通过分析大量实例, 归纳共性, 得到函数及相关概念。之后结合初中学过的三个具体函数, 进一步强化概念, 最后通过例题让学生主动构建函数模型, 体现数学与实际联系, 培养数学建模素养。

3) 学生分析: 初中生刚刚升入高中, 在抽象思维能力, 逻辑推理, 知识迁移, 应用符号的意识方面都比较弱, 对于突然抽象起来的函数必然感到困难。

环节二:

教学目标:

1) 通过分析大量实例, 归纳函数定义, 使学生理解对应关系, 理解高中函数的新符号新概念。

2) 经历数学归纳推理的过程, 体会数学的推理的严谨, 感受数学的符号美, 简洁美

3) 发展学生的抽象思维能力, 数学建模素养。

教学重点: 函数概念和新符号

教学难点: 对应关系及其符号

教学过程:

(一) 引入:

问题 1: 初中我们学习过函数的概念, 为什么在高中还要学习函数, 难道函数的概念改变了么? 实际上, 数学家对函数的认识逐步深刻, 经过三百多年才形成了现在的样子, 也就是今天我们要学习的样子。请同学们先回顾一下初中函数的定义是什么样的?

生:  $y =$  关于  $x$  的表达式

生: 一次二次反比例函数

生: 一个变量随着另一个变量变化而变化

设计意图: 引发学生学习的好奇心与学习兴趣, 复习初中函数概念, 为接下来与高中函数概念做对比。

阅读教材引例

引例 1: “复兴号”高铁(如图 2)。



Figure 2. Cited case 1

图 2. 引例 1

问题 2: 同学们知道复兴号这个名字的寓意么? 350 km/h 速度快不快, 在世界上什么水平?

有人说列车运行两个小时, 会行驶 700 km, 这个说法对不对?

生: 中华民族伟大复兴的中国梦

生: 世界领先

生: 不对, 题目只叙述了半小时内列车的运行情况, 之后的情况不清楚

设计意图: 增强数学情境性, 加强国民自信, 体会描述自变量因变量范围的必要性。

问题 3, 很好, 如果要严谨全面的描述一个函数, 除了清楚两个变量间的对应关系, 是否有必要附加变量的取值范围? 请同学们用集合表示自变量  $t$ , 和因变量  $S$  的取值范围, 并分别用字母  $A, B$  代表

设计意图: 学习用集合表示自变量, 因变量的范围, 体会定义域, 值域是函数的要素

引例 2: 某电气维修公司工人工资  $w$  与工作天数  $d$

问题 4: 引例 1 和引例 2 中的两个例子同一个函数么?

生: 是

生: 不是, 虽然解析式或者说对应关系相同, 但是变量的范围不同

设计意图: 进一步体会定义域, 值域是函数的要素

引例 3: 北京市空气质量指数变化图(如图 3)。

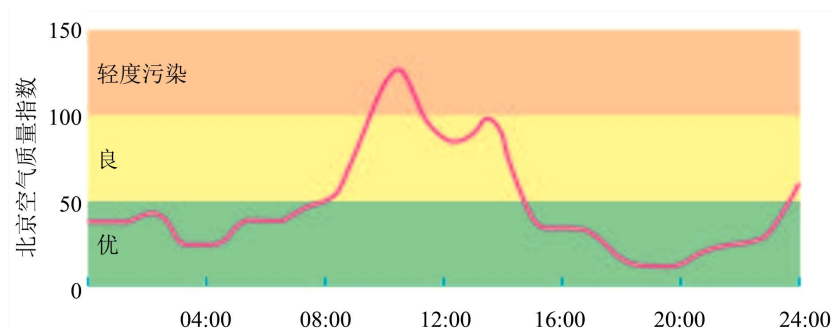


Figure 3. Cited case 3

图 3. 引例 3

问题 5: 这里  $I$  与  $t$  的对应关系表现形式和引例 1, 2 的不同, 但是  $I$  仍是  $t$  的函数, 这说明什么?

生: 说明函数关系有多种表现形式

生: 说明函数的本质是对应

设计意图: 引导学生认识函数可以有不同表示形式, 体会函数的本质

引例 4: 恩格尔系数(如图 4)

年份 $y$	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
恩格尔系数 $r$ (%)	36.69	36.81	38.17	35.69	35.15	33.53	33.87	29.89	29.35	28.57

Figure 4. Cited case 4

图 4. 引例 4

问题 6: 这里恩格尔系数  $r$  是年份  $y$  的函数么? 如果是, 能不能仿照前面 3 个例子, 描述一下这个函数?

设计意图: 经历了前面 3 个例子, 让学生进行类比, 体会 4 个例子的共性

问题 7: 请同学们分析并归纳上面 4 个例子的共同特征, 你觉得函数的本质是什么?

生: 1) 有两个数集

2) 两个变量间都有一个确定的对应关系

3) 依据某种对应关系,  $A$  中的每个元素对应于  $B$  中的唯一的一个元素

生: 本质在对应关系

设计意图: 培养学生的归纳能力, 分析问题能力, 把握事物本质的能力, 这一步是从具体升华到抽象的关键。

(二) 形成定义: 板书或者展示给出高中函数的定义.

(三) 分析概念

问题 8: 请同学们观察高中函数定义, 与初中函数定义比较, 有哪些不同之处?

生: 有两个集合, 高中是说从集合到集合的函数, 初中没有集合, 是从  $x$  到  $y$  的函数

生: 有新符号,  $f(x), y = f(x)$

生: 自变量, 函数值, 定义域, 值域

设计意图: 高中函数的定义对于初中刚毕业的学生来说高度抽象, 故而由浅入深, 由表及里, 分解问题, 逐一破解。

问题 9: 对于第一处不同, 是形式的不同, 还是本质的不同? 能否具体说说

生: 形式不同, 本质没变, 说到底还是集合中的数与数的对应。

设计意图: 通过提问, 学生能够注意到学习对象的本质。

问题 10: 对于第二处不同, 同学们, 对应关系为什么抽象, 因为两个事物之间的所谓关系, 又不是用一条绳子连着, 没有具体形象, 所以叫做抽象。定义的叙述中, 对应关系又用一个字母  $f$  代表, 就显得更加抽象了, 请同学们思考, 为什么用字母  $f$  代表对应关系? 提示: 我们所学的数学多数来源于国外, 所用的符号多数是外文单词的首字母。同学们阅读教材可以看见  $f$  代表 function, function 经历学生的查找, 是作用的意思。那么能不能从这个角度, 把对应关系理解为一种作用? 如函数  $y = x^2, y = 2x$ , 这里的对应关系是什么? 可否理解为作用? 是什么样的作用? 如果把  $f$  理解为一种作用, 是否抽象的对应关系, 生动形象起来了, 并且  $f(x)$  大家也不难知道是什么意思了。为什么  $y = f(x)$

生:  $f(x)$  就是  $f$  作用到  $x$  上得到的结果, 不是  $f$  乘以  $x$

生:  $f(x)$  是  $f$  作用到  $x$  上得到的结果, 叫函数值, 或者说是自变量  $x$  对应的因变量, 用一个字母代表就是初中的  $y$ , 故而  $y = f(x)$ 。因变量现在叫函数值。

设计意图: 引导学生猜测数学符号的来源及背后的意义, 并从这个角度将抽象的符号转为具体的作用, 从而抽象和具体两相比照, 思维碰撞, 加深对抽象和具体的理解, 破解难点, 提升学生的学习兴趣, 发展抽象思维能力, 提高思维的逆向和发散能力。

问题 11: 对于第三处不同, 自变量, 函数值这两个概念和初中的自变量, 因变量是什么关系?

生: 自变量还是自变量, 一般是  $x$  代表

生: 函数值是初中的因变量, 不过高中用  $f(x)$  表示, 代表自变量  $x$  对应的因变量, 可以叫做  $x$  的函数值。

设计意图: 通过提问引发思考, 引起探讨, 理清了新概念。

问题 12: 在初中同学们经常会说类似这样的话: 当  $x=1$  时,  $y=2$ , 这句话你现在能否用高中的符号表示? 由此, 你认为  $f(x)$  这个符号好不好? 好在哪?

生:  $f(1)=2$

生: 好, 简洁。

师: 融自变量和函数值于一身, 括号里面是自变量, 套上  $f$  又代表了里面对应的函数值。

设计意图: 引导体会新符号的优越性, 体会数学的智慧和简洁美

#### (四) 强化概念的理解与运用

问题 13: 请同学们结合初中学过的一次, 二次, 反比例函数, 具体说说它们的要素。

设计意图: 引起动手操作, 新旧知识螺旋学习, 加深新概念的理解和熟练

#### (五) 迁移与应用

问题 13:

例 1: 试构建一个具体实际问题, 使得其中变量的函数关系是  $y = x(100 - x)$

设计意图: 与具体问题结合, 从被动学习到主动运用是思维的逆向和飞跃, 能够锻炼学生发散思维能力, 培养数学建模素养, 检验学习水平。

问题 14: 请同学自己编制函数问题, 并描述其中的要素

设计意图: 知识和能力迁移的重要一步, 培养抽象思维, 发散思维, 建模能力



(六)作业: 书后题 1, 2, 3, 4  
环节三: 设计教学评价和反思(见表 1)

**Table 1.** Design teaching evaluation  
**表 1.** 设计教学评价

评价对象	评价来源	评价内容
对学生的评价	组内互评, 学生互评	1.这节课学了什么知识? 你理解了么? 2.学习本节课需要哪些能力? 得到哪些方面的提升? 3.这样的学习模式是否兴趣更高, 效果更好? 4.能否自编问题, 进行互测? 5.有哪些意见或建议
	教师评价	1.知识是否能够理解和运用 2.抽象思维能力, 理解分析能力, 书写表达能力, 前后 3.相比是否有提升 4.学习的热情, 投入状态如何, 是否有效参与 5.构建一个问题, 使其中函数关系满足 $y = \frac{10}{x}$
对老师的评价	自身反思或同事意见	1.设置的问题是否合理, 梯度够不够, 是否有吸引力 2.分组是否合理, 讨论效果如何 3.是否按照计划实施, 过程控制如何, 时间分配, 重难点 4.语言准确性恰当性如何? 对学生的掌握和引导到位么? 5.口头测试, 测试题, 是否达到评价目的和效果

## 5. 小结与展望

本文探讨了 PBL 理念下的高中数学教学设计, 对 PBL 理念进行了介绍, 将 PBL 理念融入教学设计过程, 通过高中函数的概念一课给出了实践范例, 可见这种理论具有重要意义和可操作性。笔者相信, 问题驱动学习能够激发学生的学习兴趣, 提高学生的主动参与程度, 促进学生对数学概念的理解和应用能力的提升, 当然也具有其局限性, 如需要较长的准备时间、课堂管理需求高、操作和评价较困难、对教师要求较高。限于篇幅等原因, 本研究仍存在一定局限性, 如该教学模式的理论价值和实践价值, 并未过多展开探讨或实证, 有待广大教育工作者在理论与实践的过程中继续推敲、探讨。

## 基金项目

项目号: 吉林省教育科学“十三五”规划课题; 基于职后融合理念的硕师“数学教学设计与案例研究”课程的混合式教学模式设计与应用研究; 项目号 GH20271。吉林省北华大学 2021 研究生教育教学改革研究与实践重点项目, 项目号: JG2021022。

## 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] Barrows, H.S. and Tamblyn, R.B. (1980) Problem-Based Learning: An Approach to Medical Education. Springer Press, New York.
- [3] 裴新宁. 面向学习者的教学设计[M]. 北京: 教育科学出版社, 2006.
- [4] 王本陆. 课程与教学论 [M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2017.