

Research on Numerical Simulations of Heavy Oil Thermal Recovery by Steam Injection*

Xiaohong Wang, Anfeng Shi, Zhifeng Liu, Jiangtao Jia, Bin Wu

Department of Thermal Science and Energy Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei
Email: xhwang@ustc.edu.cn

Received: Nov. 19th, 2012; revised: Nov. 30th, 2012; accepted: Dec. 10th, 2012

Abstract: The works on the developments of the numerical scheme for multi-phase flows in porous media and the adaptive mesh refinement in numerical simulations of heavy oil thermal recovery by steam injection are introduced. First, a finite analytic method was developed to deal with a challenging problem in numerical simulations in the case of strong geological heterogeneity, which cause the upscaling permeability to have a rapid change cross the grid interfaces and therefore the nodal flow effects will lead the flow fingering to the high permeability region. With the traditional numerical scheme, refining the coarse grid enough is the only manner to describe the flow pattern accurately. Second, for the incompressible two-phase flows, a numerical scheme, which could avoid the grid orientation effects efficiently, was proposed. Next, the adaptive mesh refinement technique was applied to the numerical simulations for the processes of thermal recovery by steam injection, where the different heterogeneous cases of the reservoir were considered, like the reservoir with the permeability variations, the different rock-types, the fractured porous media, the complex faulted reservoir or complex boundary reservoirs. The proposed AMR technique is fast and can give good accuracy. At last, on the basis of above theoretical research, a software package for the reservoir simulations, where the AMR technique was included, was developed.

Keywords: Thermal Recovery by Steam Injection; Reservoir Simulation; Computational Fluid Dynamics; Fluid Flows in Porous Media; Multi-Phase Flows; Adaptive Mesh Refinement

复杂地层注蒸汽热采稠油数值模拟的研究

王晓宏, 施安峰, 刘志峰, 贾江涛, 吴斌

中国科学技术大学热科学和能源工程系, 合肥
Email: xhwang@ustc.edu.cn

收稿日期: 2012年11月19日; 修回日期: 2012年11月30日; 录用日期: 2012年12月10日

摘要: 本文对多孔介质中多相流动数值计算格式构造及复杂地层注蒸汽热采稠油自适应网格法方面的研究工作给予介绍。对于非均匀渗透率多孔介质中的流动问题, 通过有限分析法构造数值格式, 有效克服了网格结点附近渗流速度的奇点效应, 和经典数值格式相比, 计算效率得到了显著提高。从 B-L 方程出发, 对于不可压缩两相流动, 提出了数值模拟算法, 该算法有效避免了两相渗流数值模拟的网格取向效应。对于复杂断层及复杂边界、渗透率空间分布不均匀、分布不同种类输运性质岩石或裂缝-孔隙双重介质等复杂地层中的注蒸汽热采稠油自适应网格法开展研究, 大幅度提高了计算速度。在上述研究工作的基础上, 自主开发了油藏数值模拟自适应网格法计算软件。

关键词: 注蒸汽热采稠油; 油藏数值模拟; 计算流体力学; 渗流; 多相流; 自适应网格法

*基金资助: 国家自然科学基金项目(编号: 11172295、编号: 50674081)、中国科学院知识创新工程重大项目(编号: KJCX1-YW-21)、国家 863 项目(编号: 2006AA06Z228)。

1. 引言

稠油的资源量十分巨大, 已探明原始稠油地质储量近万亿吨。随着常规油气藏的不断衰竭, 稠油资源在 21 世纪能源结构中扮演越来越重要的角色, 由于复杂的地质成藏条件, 油藏的地质构造往往较为复杂: 油藏内部分布大量断层构造、油层厚度不一、含油区域高低起伏等, 我国稠油油藏具有陆相沉积的特点, 油层非均质性严重, 地质构造的断层多, 且油藏类型多。

蒸汽注采是稠油开发的主要手段。注蒸汽热采稠油是一个带有相变的多孔介质中多相流动问题, 其数值模拟存在很多亟待解决的难点。对于渗透率非均匀性强的油藏, 在不同流度区域的交界面附近, 流动将出现严重的不均匀, 由于渗流速度在区域之间的角点附近呈幂函数发散, 采用经典格式进行数值计算时, 在交界面附近只有将网格划分得很细, 计算结果才能较为精确^[1-3], 但随网格尺寸减小的收敛速度很慢; 多相渗流的数值模拟存在网格取向效应, 在流度比相差较大的情况下, 不同的网格系统选取方向将导致不同的计算结果^[4]; 在油藏数值模拟中, 常采用较细尺度的非结构化网格去贴近油藏不规则边界和断层, 这样形成的线性代数方程组结构复杂, 矩阵条件数大, 且在数值离散与程序实现上远较均匀网格系统要复杂, 相对需要更多的计算机时; 地质结构复杂, 除渗透率空间分布不均匀和分布断层外, 还可能分布不同种类运输性质的岩石或为裂缝-孔隙双重介质等; 油藏内部存在一个物理量变化非常剧烈的很狭窄的锋面, 在锋面处计算网格必须很小, 如果整个相关的开采区域在空间上采用均匀网格, 计算量就会非常大, 计算研究费用难以承受。本文对多孔介质中多相流动数值计算格式构造及复杂地层注蒸汽热采稠油自适应网格法方面的研究工作予以介绍。

2. 数学模型

为简化起见, 本文仅给出单纯介质油藏水平井注蒸汽热采稠油的控制方程, 具体如下:

①水组分质量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi(\rho_w S_w + \rho_g S_g)] + \nabla \cdot [\rho_w \mathbf{V}_w + \rho_g \mathbf{V}_g] = (\rho_w Q_w + \rho_g Q_g) \delta(x - x_w) \delta(y - y_w) \quad (1)$$

②油组分质量守恒方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho_o S_o] + \nabla \cdot [\rho_o \mathbf{V}_o] = \rho_o Q_o \delta(x - x_w) \delta(y - y_w) \quad (2)$$

③能量守恒方程:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [\phi(\rho_w S_w U_w + \rho_o S_o U_o + \rho_g S_g U_g) + (1 - \phi) U_R] \\ & + \nabla \cdot [\rho_w U_w \mathbf{V}_w + \rho_o U_o \mathbf{V}_o + \rho_g U_g \mathbf{V}_g] \\ & = \nabla \cdot (k \nabla T) + (\rho_w U_w Q_w + \rho_o U_o Q_o + \rho_g U_g Q_g) \\ & \quad \times \delta(x - x_w) \delta(y - y_w) \end{aligned} \quad (3)$$

方程(1)~(3)中的 S 为 α 相饱和度, Q 为源项, 用以表征油井的作用, (x_w, y_w) 为水平井的位置。流体运动满足达西定律:

$$\mathbf{V}_\alpha = -\frac{KK_{ra}}{\mu_\alpha(T)} (\nabla P_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) \quad (4)$$

其中 K 表示绝对渗透率, K_{ra} 为相对渗透率 μ_α 为 α 相粘度。方程(1)~(4)为多变量的强非线性偏微分方程组。

油藏开采过程作为多相和多组分渗流问题, 其数学控制方程为强非线性、多参数和多变量的偏微分方程, 且其中的物理参数: 如绝对渗透率 K 、相对渗透率 K_{ra} 和孔隙度 ϕ 等, 和物理变量: 如温度 T 和饱和度 S_α 等可能发生不连续间断, 从而油藏数值模拟中存在一系列亟待解决的数学物理问题。对于油藏开发过程, 由于开采方式不同和地质结构复杂, 其控制方程的数学形式可能比方程(1)~(4)更加复杂。

3. 多孔介质中多相流动的自适应网格法简介

自适应网格(AMR)方法在不同的领域得到广泛的应用, 如计算空气动力学中的激波^[5,6]、磁流体流动^[7]、燃烧^[8]和多孔介质中两相流^[9-11]等, AMR 方法采用由多层网格组成的网格系统, 从 $k = 1$ (最粗的网格)到 $k = k_{max}$ (最精细的网格), 不同层网格尺度逐层递减一半。在物理量变化快的地方, 如温度和饱和度锋面采用细网格, 而在物理量变化慢的地方采用粗网格。如图 1 所示。

为了动态跟踪锋面, 每过一段时间对网格进行重新划分, 对于单纯均匀介质油藏注蒸汽热采稠油问题, 采用如下的网格细分准则: 对于某一处于

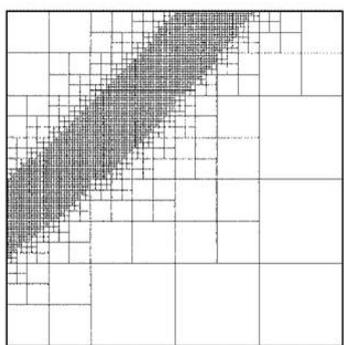


Figure 1. Illustration for the AMR grid structure
图 1. AMR 网格结构示意图

$k(k > k_{\max})$ 层的粗网格,若温度 T 或各相饱和度 S_α 在该网格内部及其周边邻近精细网格点上的变化幅度大于控制阈值 ε_T 或 ε_{S_α} , 就对该粗网格进行细化。AMR 网格系统由不同层的格子所组成,对于粗网格,求解有限差分方程得到的只是粗格子上的等效物理量(或称平均物理量),如何由粗网格的等效物理量计算所覆盖的细网格上物理量是 AMR 方法中的最基本步骤之一,这被称为细粒化运算,对于由同一种类输运性质岩石构成的油藏区域,由于粗网格不是锋面,温度、压力和饱和度都是连续的,我们采用多项式插值实行细粒化处理运算。对 AMR 网格系统重新划分时,需计算新出现的粗格子上等效物理量,对于孔隙率、温度和压力等,采用该粗格子所覆盖的所有最精细网格点上这些物理量的算术平均,而等效饱和度采用对孔隙率的加权平均^[12]。

在锋面处物理量变化很快,网格的空间尺寸必须很小,由计算流体力学的 CFL 稳定性条件,小网格的计算时间步长也必须很小,若整个计算区域都采用同样的时间步长,计算量必然很大。为了减小计算量,在 AMR 方法中对大网格采用大的时间步长,而对小网格则采用小的时间步长,这是 AMR 方法的重要特色之一,它可以有效地提高计算速度,我们令

$\Delta t_k / \Delta t_{k+1} = \Delta x_k / \Delta x_{k+1} = \Delta y_k / \Delta y_{k+1} = 2$ 。这意味着 k 层网格的时间步长 $\Delta t_k = 2^{k_{\max} - k} \Delta t_{k_{\max}}$ 。我们利用控制容积法,对流项采用迎风格式,离散方程(1)~(3)得到水相和油相的质量守恒方程及能量守恒方程的 AMR 有限差分格式。AMR 有限差分方程由相互耦合的不同层网格的有限差分方程组成, k 层网格的有限差分方程中包含其邻近 $k-1$ 层、 k 层或 $k+1$ 层格子的物理量,采用改进后的算法求解注蒸汽稠油热采这类带有

相变的多孔介质中的多相流动问题^[12,13]。针对注蒸汽热采稠油的油藏数值模拟,采用自适应网格法,可以大幅度地提高计算速度,对于三维空间,AMR 方法可将计算速度提高几十至百倍以上^[12-28]。

4. 复杂地层注蒸汽热采稠油数值模拟研究

本小节将对我们在多孔介质中多相流动数值计算格式构造及复杂地层注蒸汽热采稠油自适应网格法方面的研究工作给予介绍。

4.1. 利用有限分析法构造非均匀渗透率多孔介质中流动的计算格式

对于单相稳态渗流问题:

$$\nabla \cdot [k(x, y) \nabla P] = 0 \quad (5)$$

若渗透率 $k(x, y)$ 在空间上不连续分布,传统的数值计算方法要计算出相对准确的渗流场,需要采用加密计算网格的办法,特别是加密间断面附近的计算网格。Romeu 和 Noetinger 曾定量分析了各种数值计算方法(包括对相邻计算网格渗透率取调和平均、算术平均、几何平均和取单边值等)带来的系统误差,并定量分析了随着网格细分,各种数值计算结果向真值的收敛速度。其结论是:当渗透率差异较大,即渗透率所满足的随机分布的方差较大时,上述数值算法都会带来明显的误差^[1]。

通过仔细研究渗透率非连续分布的渗流场的特征,发现之所以传统的数值计算方法难以高效计算渗透率非均匀分布的渗流场,其原因在于渗流速度在不同渗透率区域之间的角点附近呈幂函数发散,而利用有限分析方法构造计算格式可以有效克服网格结点处的奇点效应^[29]。我们首先构造网格结点无穷小邻域上渗流场的奇性解,然后将渗流解析解拓展到有限计算网格尺度上,建立相邻或相近网格节点物理量之间的数学联系,推导出离散网格界面处介质流量的准确表达形式,从而完成构造数值求解渗流场的有限分析法计算格式。对于渗透率非均匀分布二维流场的计算,采用传统经典格式,每个计算网格内需要划分 $n \times n$ 次, n 高达几十甚至上百,而采用有限分析法计算格式进行计算, n 取 2 或 3 即可(见图 2)。另外不同类型的渗透率空间分布的数值算例均显示利用有限分析法计算格式, n 取 2 或 3,即每个网格内只需细

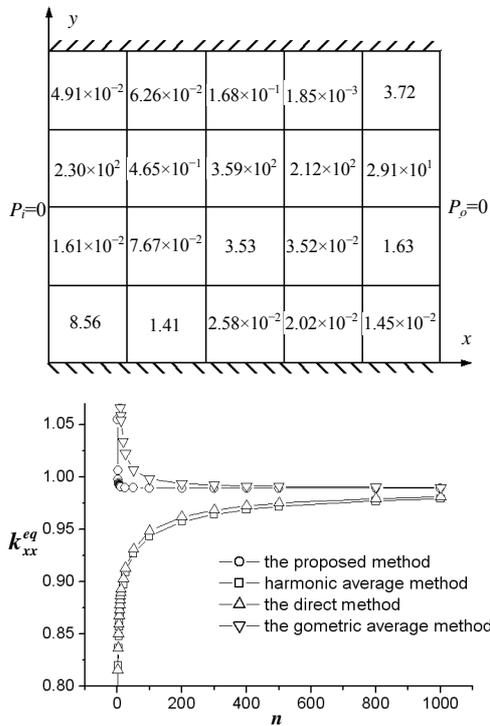


Figure 2. The comparison of convergence between the finite analytic scheme and the traditional finite difference schemes for the seepage flow with heterogeneous permeability distribution
图 2. 非均匀渗透率流场不同计算格式的收敛性对比

分 2 次或 3 次即可^[29]。该计算格式将很容易推广到多相渗流的计算中。

4.2. 有效避免多相渗流的网格取向效应数值格式的研究

多相渗流数值模拟的网格取向效应多年来一直是一个难点问题，众多学者利用相对渗透率的两点上游加权、九点差分格式，高阶差分格式、PEBI 或 Voronoi 网格系统以及有限元法等，尝试减小网格取向效应，取得了一定的进展^[30-39]。

通过理论分析明确渗流场中饱和度存在间断及得以保持的数学条件^[40]，从 Buckley-Leverett 方程出发，推导出考虑相界面处各相介质网格流度间断导致的奇点效应的多相渗流有限分析法，利用特征线法以求解。多个不同的数值算例均显示该算法不仅可以提高计算精度和计算效率，且未观察到网格取向效应。

4.3. 复杂断层及不规则边界油藏蒸汽注采过程的自适应网格法

对于复杂断层油藏，根据断层的物理性质，提出

将断层视为渗流率极低的介质而不是看作内边界。针对断层油藏划分均匀的结构化网格，对于被断层穿过的最精细层网格渗流率提出了一个简单的计算方法，对自适应网格系统中各层次粗网格的等效渗透率利用 King 提出的重正化方法予以计算。在整个注采过程的计算中，并未对断层区域强制采用精细网格，在蒸汽锋面尚未波及及时将自适应地采用粗网格计算(见图 3)。数值结果表明，断层附近物理量变化较缓时采用较粗层次的网格并不影响计算精度^[24]，自适应网格法可以大幅度地提高复杂断层油藏蒸汽注采过程的计算速度。由于采用结构化网格，编程难度并未因断层的存在而增加。

对于不规则边界油藏，利用一块较大的矩形或立方体覆盖整个油藏，在该区域上建立基于均匀结构化网格的 AMR 网格系统，在实施 AMR 算法之前，对边界处的最精细网格进行预处理，以确定此类网格的计算参数。和复杂断层油藏蒸汽注采过程的自适应网格法相类似，利用重正化方法对自适应网格法中的各

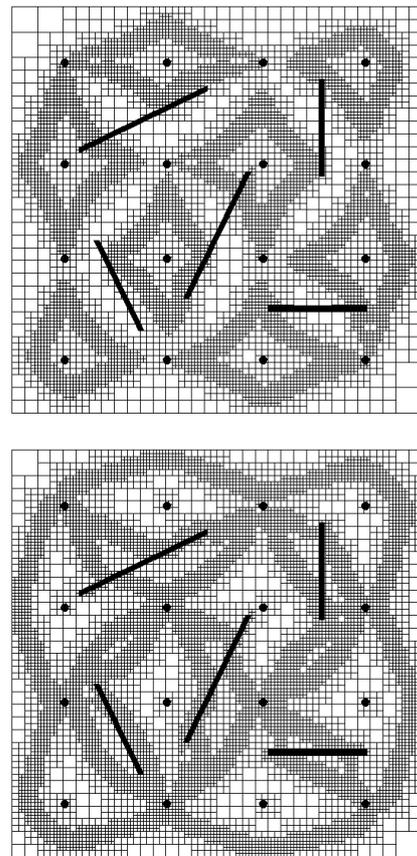


Figure 3. AMR grid structure at different time
图 3. 不同时刻 AMR 网格结构图

层次粗网格的渗透率进行粗化, 在建立动态 AMR 网格系统的网格粗化准则中, 本文仅采用油藏温度和各相饱和度的空间变化作为控制阈值, 这样边界区域在相变锋面未到达时将自适应地采用粗网格进行计算。数值算例显示边界附近自适应地采用粗网格进行计算并不影响油藏数值模拟的计算精度, 自适应网格法在保持计算精度的同时(见图 4), 大幅度提高了计算速度^[25,26]。

4.4. 裂缝 - 孔隙油藏蒸汽注采过程的自适应网格法

对于均匀裂缝性油藏, 建议对裂缝和基质采用完全相同的自适应网格结构, 这种结构下的自适应网格算法既简便又有效。然而, 在非均匀裂缝性情况下实施自适应网格法, 需要面临一些复杂的数学物理问题。由于裂缝与基质之间的流体交换受基质渗透率大小的控制, 而且相邻基质块之间的联系很微弱, 因此基质渗透率在空间的急剧变化会导致相邻基质饱和度的空间不连续, 直接对基质粗网格的变量进行插值

或平均将带来问题的复杂性。为了解决这一问题, 我们对裂缝和基质方程分别使用不同的网格系统 - 仅对裂缝使用自适应网格结构, 而对基质使用全精细网格。由于在 DP 模型下不考虑基质之间的影响, 在 Newton-Raphson 迭代过程中使用一种特殊的裂缝-基质方程解耦方法, 将基质方程和变量完全消去, 只剩下自适应网格下的裂缝方程和变量需要参与大型稀疏矩阵的求解。此外, 这一解耦方法也同样适合于 DK 模型, 只需将相邻基质网格的变量暂时“显式化”, 即在进行 Newton-Raphson 迭代过程中取上一迭代步的值。数值算例的结果表明该自适应网格法相比全精细网格计算能够在保证计算精度的前提下大幅提高计算速度^[13,14,19,22]。

4.5. 自适应网格法算例

为进一步说明自适应网格法的应用, 本文给出一个非均匀裂缝性油藏 SAGD 过程的算例。该油藏长 500 m, 垂直截面为 80 m × 32 m。忽略油藏沿油井方向的变化, 于是问题可以简化为二维情形。边界条件如下设置: 底部恒压, 顶部无流动, 两个侧面采取周期性边界条件。裂缝垂直及横向绝对渗透率分别在区间 [150 mD, 600 mD] and [750 mD, 3 D] 均匀分布。基质绝对渗透率呈幂指数分布, 均值为 0.1 mD, 最大值与最小值之比为 100。其他参数采取 3.4 节表 3.2 的参数设置。

在该算例中, 最精细网格的空间步长及时间步长分别取 $\Delta x \times \Delta y = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ 及 $\Delta t = 6 \text{ hours}$ 。自适应网格总层数取 4, 网格结构的划分准则使用裂缝和基质的温度和相饱和度, 阈值均取 $\varepsilon_T = 5 \text{ K}$ 和 $\varepsilon_{S_\alpha} = 0.05$ 。线性方程组求解采用稀疏矩阵的预处理共轭梯度法。

图 5 显示了采用全精细网格及自适应网格法计算得到的累积产油量的对比。图 6 和 7 分别显示了在第 400 天及第 700 天采用全精细网格及自适应网格法计算得到的裂缝温度空间分布的对比。从图中可见, 油藏中存在一个具有陡峭温度锋面的蒸汽腔。随着蒸汽腔的膨胀, 蒸汽腔到达油藏顶部后逐渐向两侧蔓延。图 8 显示了基质油相饱和度的对比。很明显, 基质油相饱和度在空间是间断的, 而本文提出的自适应网格法也能很好地描述其中的间断。图 9 显示了第 700 天的自适应网格结构, 可见, 细网格主要分布于井口附近及蒸汽腔周围。

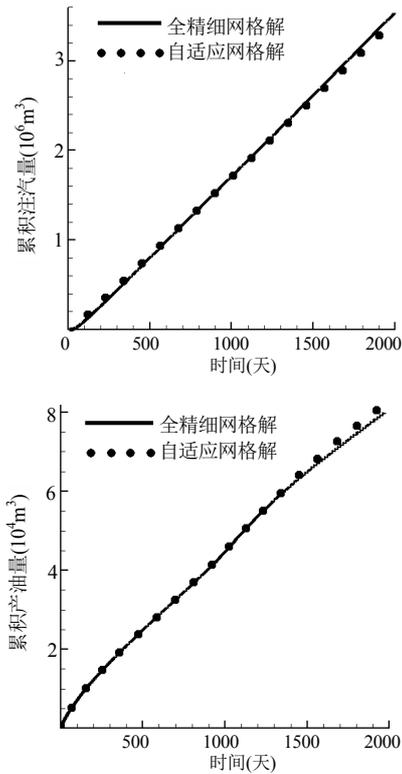


Figure 4. The comparisons of the cumulative steam injection and oil production between the AMR algorithm and the reference results
图 4. 累积注汽量和累积产油量对比

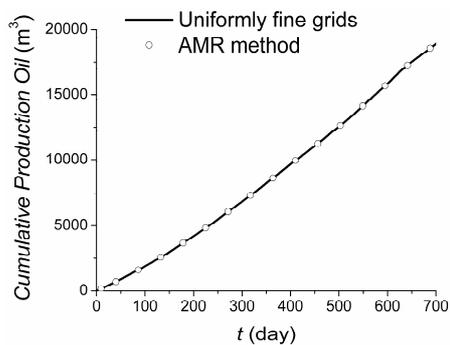


Figure 5. Comparisons of the AMR result with the fine grid solution for the cumulative production oil through time
图 5. 累积产油量随时间变化曲线的自适应网格计算结果与全精细网格解的对比

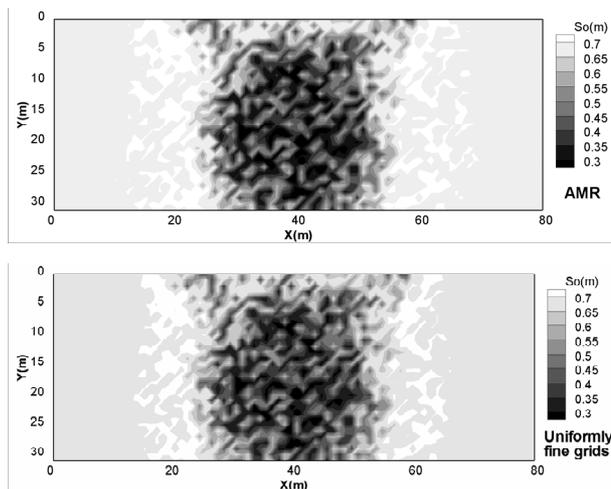


Figure 8. Comparisons of the AMR result with the fine grid solution for the oil saturation distribution in matrix at time $t = 700$ day
图 8. 第 700 天自适应网格法与全精细网格计算基质油饱和度空间分布的对比

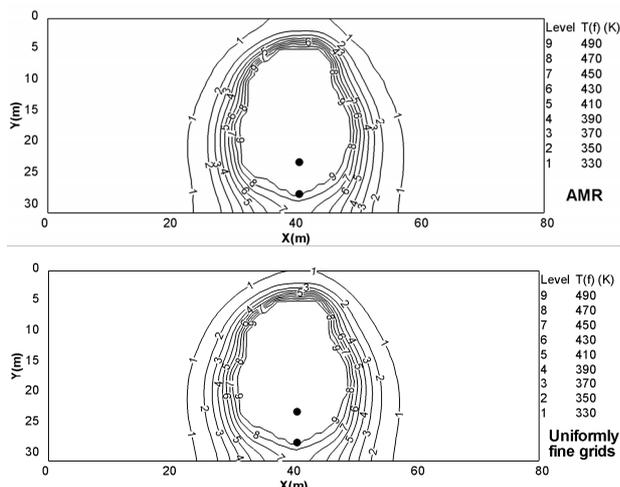


Figure 6. Comparisons of the AMR result with the fine grid solution for the temperature distribution in fracture at time $t = 400$ day
图 6. 第 400 天自适应网格法与全精细网格的裂缝温度空间分布的对比

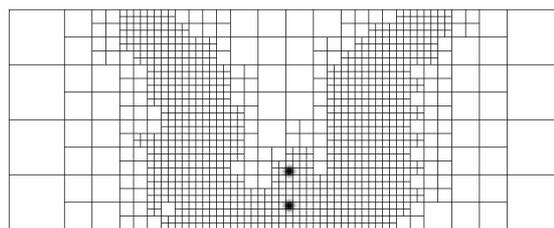


Figure 9. The AMR grid structure at time $t = 700$ day
图 9. 第 700 天自适应网格结构图

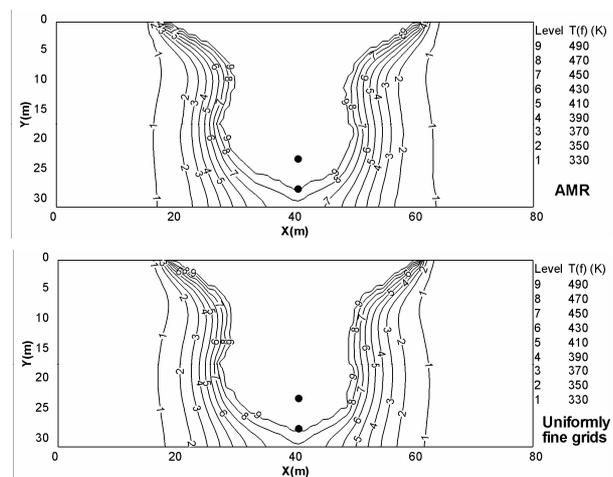


Figure 7 Comparisons of the AMR result with the fine grid solution for the temperature distribution in fracture at time $t = 700$ day
图 7. 第 700 天自适应网格法与全精细网格的裂缝温度空间分布的对比

从图 5~8 可见, 自适应网格算法计算结果与全精细网格解相符地很好。在同一台 CPU 上运算, 自适应网格法使用了 35 分钟而全精细网格下使用了 5 小时 23 分钟, 前者计算效率远高于后者。

5. 注蒸汽热采稠油自适应网格法计算软件的开发

在对复杂地层注蒸汽热采稠油数值模拟中数学物理问题的研究工作基础上, 我们自主开发了《注蒸汽热采稠油数值模拟软件》, 该软件为多孔介质中多相流动的数值模拟器, 计算内核由 FORTRAN 语言编写, 界面采用 visual C++编写, 在该软件中采用自适应网格技术, 可以大幅度提高计算速度^[23,28]。

本软件除了提供基本的计算功能之外, 还提供了丰富的软件帮助, 方便使用者迅速掌握本软件的使用方法。点击“运行程序”之后, 进入程序的设置界面, 程序的设置包括油藏计算区域和油井设置、岩石(多孔介质)属性设置、流体属性设置、初始化设置等, 如图

10 所示:

在计算完成后, 根据需要显示油藏物理量的空间分布或油井的注汽量及产油量等, 比如可以显示不同时刻油藏饱和度的空间分布和累积产油量曲线(参见图 11)。



Figure 10. Graphic user interface
图 10. 图形用户界面

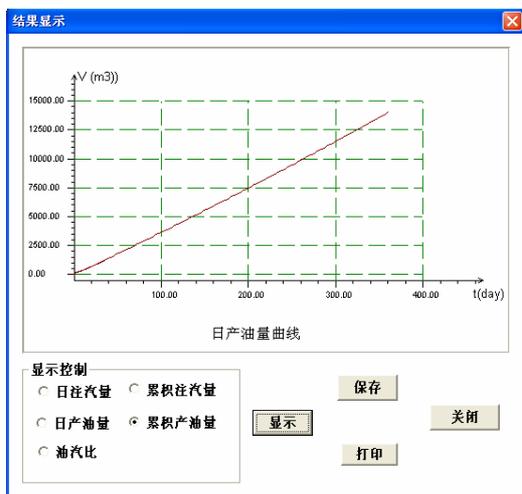
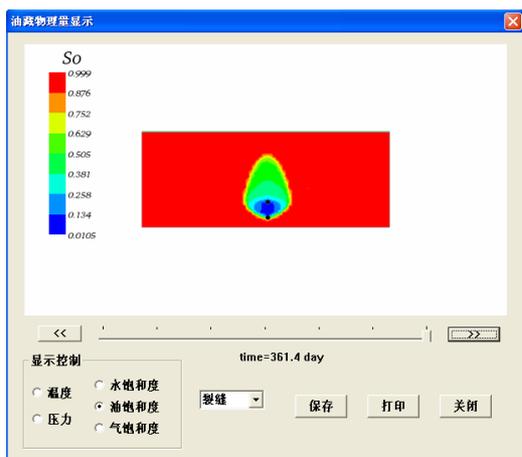


Figure 11. Display interface for computational results
图 11. 计算结果显示界面

用户也可以在图 11 所示的界面中录入需要保存数据的时刻保存数据, 利用软件提供的数据图像显示功能查看不同时间的油藏的各物理量的空间分布。

6. 结论

构造计算非均匀渗透率多孔介质中流动的高精度数值格式以及有效减小多相渗流网格取向效应的数值格式, 一直是多孔介质数值模拟的热点和难点。对于非均匀渗透率多孔介质中的流动问题, 通过有限分析法构造了数值格式, 和传统经典数值格式相比, 计算效率得到了显著提高; 从 B-L 方程出发, 对于不可压缩两相流动, 提出了数值模拟算法, 该算法有效避免了多相渗流的网格取向效应。对于不规则边界的含断层油藏, 针对含有断层以及不规则边界处的计算网格提出预处理方案, 这样即使采用结构化网格予以计算也具有较好的计算精度。对于渗透率空间分布不均匀、分布不同种类输运性质岩石或裂缝-孔隙双重介质油藏, 以及复杂断层及复杂边界油藏中多相渗流数值模拟的自适应网格法开展研究, 在物理量变化快的地方采用细网格和小时间步长, 网格结构将动态变化以跟踪锋面的运动, 从而大幅度提高了计算速度。在上述研究工作的基础上, 自主开发了注蒸汽热采稠油油藏数值模拟软件, 在该软件中加入自适应网格技术, 可以有效提高计算速度, 通过软件自带的数据处理功能, 可以了解注蒸汽热采稠油过程中主要物理量在不同时刻的变化趋势, 使用者还可以随时调整参数进行重新计算, 可以利用该软件作为计算平台进行工业设计的最优化计算, 这将有助于发展和完善注蒸汽热采稠油技术, 同时也有助于维护注蒸汽热采稠油的安全生产。

参考文献 (References)

- [1] R. K. Romeu, B. Noetinger. Calculation of internodal transmissibilities in finite difference models of flow in heterogeneous porous media. *Water Resource Research*, 1995, 31: 943-959.
- [2] I. W. Yeo, R. W. Zimmerman. Accuracy of the renormalization method for computing effective conductivities of heterogeneous media. *Transport in Porous Media*, 2001, 45: 129-138.
- [3] R. A. Dawe, C. A. Grattoni. Experimental displacement patterns in a 2×2 quadrant block with permeability and wettability heterogeneities-problems for numerical modeling. *Transport in Porous Media*, 2008, 71: 5-22.
- [4] 韩大匡, 陈钦雷, 闫存章. 油藏数值模拟基础[M]. 石油工业出版社, 1993.
- [5] M. J. Berger, J. Olinger. Adaptive mesh refinement for hyperbolic

- partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 1984, 53: 484-512.
- [6] M. J. Berger, P. Colella. Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 1989, 82: 64-84.
- [7] H. Friedel, R. Grauer and C. Marliani. Adaptive mesh refinement for singular current sheets in incompressible magnetohydrodynamic flows. *Journal of Computational Physics*, 1997, 134: 190-198.
- [8] P. Haldenwang, D. Pignol. Dynamically adapted mesh refinement for combustion front tracking. *Computers and Fluids*, 2002, 31: 589-606.
- [9] R. D. Hornung, J. A. Trangenstein. Adaptive mesh refinement and multilevel iteration for flow in porous media. *Journal of Computational Physics*, 1997, 136: 522-545.
- [10] J. A. Trangenstein. Multi-scale iterative techniques and adaptive mesh refinement for flow in porous media. *Advances in Water Resources*, 2002, 25: 1175-1213.
- [11] J. A. Trangenstein, Z. Bi. Multi-scale iterative techniques and adaptive mesh refinement for miscible displacement simulation. *SPE*, 2002, 75232.
- [12] X.-H. Wang, M. Quintard and G. Darche. Adaptive mesh refinement for one-dimensional three-phase flow with phase change in porous media. *Numerical Heat Transfer B*, 2006, 50: 231-268.
- [13] H.-S. Luo, X.-H. Wang and M. Quintard. Adaptive mesh refinement for one dimensional three-phase flows in heterogeneous fractured porous media. *Numerical Heat Transfer B*, 2008, 54: 476-498.
- [14] H.-S. Luo, X.-H. Wang and A.-F. Shi. The AMR technique for SAGD processes in highly heterogeneous fractured reservoirs. *Proceedings of 6th International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, Guangzhou, 2009, 419-424.
- [15] A.-F. Shi, J.-T. Jia, X.-H. Wang and H.-S. Luo. Adaptive mesh refinement for 2D and 3D numerical simulations of steam-assisted gravity drainage process. *Proceedings of 6th International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, Guangzhou, 2009, 546-551.
- [16] B. Wu, H.-S. Luo, X.-H. Wang and A.-F. Shi. Renormalization methods for calculating three-dimensional effective permeability. *Proceedings of 4th International Conference on Applications of Porous Media*, Istanbul, 2009, 167-170.
- [17] X.-H. Wang, H.-S. Luo and M. Quintard. Application of multi-level grids for flow in heterogeneous porous media: Calculation of equivalent permeability using the LSAT. (To be submitted for publication)
- [18] H.-S. Luo, X.-H. Wang. Oil displacement for one-dimensional three-phase flow with phase change in fractured media. *Transport in Porous Media*, 2009, 79: 377-392.
- [19] 罗海山, 王晓宏, 施安峰. 裂缝-孔隙油藏 SAGD 过程的自适应网格数值计算[J]. *中国石油大学学报(自然科学版)*, 2011, 35: 140-145.
- [20] 王晓宏, 施安峰, 罗海山. 蒸汽辅助重力驱油的流场数值模拟自适应网格法的研究. *资源高技术论坛*, 长沙, 2008.
- [21] 施安峰, 王晓宏, 罗海山. 三维蒸汽辅助重力驱油过程的自适应网格法[J]. *辽宁工程技术大学学报(suppl)*, 2009, 28: 4-7.
- [22] 罗海山, 王晓宏, 施安峰. 非均匀裂缝性油藏蒸汽驱的自适应网格计算[J]. *辽宁工程技术大学学报(suppl)*, 2009, 28: 89-92.
- [23] 王晓宏, 贾江涛, 施安峰等. 蒸汽辅助重力驱油油藏数值模拟自适应网格法计算软件 v1.0. 软件著作权(登记号: 2010SR001806).
- [24] 施安峰, 王晓宏, 贾江涛等. 复杂断层油藏蒸汽注采过程的自适应网格法研究[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2012, 40(3): 118-122.
- [25] 施安峰, 王晓宏, 贾江涛等. 复杂边界稠油油藏蒸汽注采过程自适应网格法的研究[J]. *力学季刊*, 2012, 33(4): 513-520.
- [26] 施安峰, 王晓宏, 郑晓磊等. 地下水源热泵地下水渗流场自适应网格法的研究[J]. *排灌机械工程学报*, 2012, 30(6): 621-626.
- [27] 唐明云, 施安峰, 王晓宏, 贾江涛. 轻质组分挥发对蒸汽热采稠油影响的数值模拟[J]. *石油学报*, 2012, 33(6): 113-119.
- [28] 王晓宏, 贾江涛, 施安峰, 罗海山, 吴斌. 注蒸汽热采稠油油藏数值模拟自适应网法计算软件的设计开发[J]. *计算机应用与软件*, 2012, 29(8): 17-28.
- [29] Z. F. Liu, X.-H. Wang. Finite analytic numerical method for two-dimensional fluid flow in heterogeneous porous media. *Journal of Computational Physics*, 2013, 235: 286-301.
- [30] M. R. Todd, P. M. O'dell and G. J. Hirasaki. Methods for increased accuracy in numerical reservoir simulators. *SPE Journal*, 1972, 12: 515-530.
- [31] J. L. Yanosik, T. A. McCracken. A nine-point, finite-difference reservoir simulator for realistic prediction of adverse mobility ratio displacements. *SPE Journal*, 1979, 19: 253-262.
- [32] G. S. Shiralkar, S. Gautam and R. E. Stephenson. A general formulation for simulating physical dispersion and a new nine-point scheme. *SPE Reservoir Engineering*, 1991, 6: 115-120.
- [33] K. H. Coats, A. B. Ramesh. Effect of grid type and difference scheme on pattern steamflood results. *Journal of Petroleum Technology*, 1986, 38: 557-569.
- [34] W. H. Chen, L. J. Durlafsky. Minimization of grid orientation effects through use of higher order finite difference methods. *SPE Advanced Technology Series*, 1993, 6: 47-71.
- [35] C. W. Brand, Z. E. Heinemann and K. Aziz. The grid orientation effect in reservoir simulation. *SPE paper 21228*, 1991.
- [36] Z. E. Heinemann. Modeling reservoir geometry with irregular grid. *SPE Reservoir Engineering*, 1991, 6: 225-232.
- [37] M. Evazi, H. Mahani. Generation of Voronoi grid based on vorticity for coarse-scale modeling of flow in heterogeneous formations. *Transport in Porous Media*, 2010, 83: 541-572.
- [38] 姚军, 李亚军, 黄朝琴. 考虑渗透率张量的各向异性油藏有限元数值模拟方法[J]. *武汉工业学院学报*, 2009, 28(3): 1-5.
- [39] 安永生, 吴晓东, 韩国庆. 基于混合 PEB I 网格的复杂井数值模拟应用研究. *中国石油大学学报(自然科学版)*, 2007, 31(6): 60-63.
- [40] 吴斌, 刘志峰, 王晓宏. 油水两相流非活塞式驱替的数值算法探讨[J]. *数值计算与计算机应用*, 2012, 33(4): 274-281.