

对小学阶段面积相关知识的分析 ——以北师大版教材为例

陈晓婷

伊犁师范大学数学与统计学院, 新疆 伊宁

收稿日期: 2022年9月6日; 录用日期: 2022年9月30日; 发布日期: 2022年10月9日

摘要

本文采用文献研究法和内容分析法对小学阶段面积等内容进行了分析, 研究发现, (1) 小学阶段面积知识点呈螺旋式上升, 符合小学生认知发展规律, 循序渐进, 有利于学生逐步深入理解相关知识点; (2) 北师大版教材对内容的引入注重与生活进行结合, 使学生形成良好的数感, 有利于数形结合思想的形成; (3) 北师大版教材在对内容学习过程中重视“发现问题, 提出猜想, 动手操作, 多方发散”的思路, 将已有经验知识进行迁移, 从而更为顺利得到新知。

关键词

面积, 北师大版, 教材分析

Analysis of the Knowledge Related to Area in Primary School—Taking the Textbook of Beijing Normal University as an Example

Xiaoting Chen

School of Mathematics and Statistics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

Received: Sep. 6th, 2022; accepted: Sep. 30th, 2022; published: Oct. 9th, 2022

Abstract

This paper uses the literature research method and the content analysis method to analyze the area and other contents of primary school. The research finds that: 1) The knowledge points of area in primary school are spiraling up, which conforms to the law of cognitive development of primary school students and is gradual and orderly, which is conducive to students gradually un-

derstanding relevant knowledge points; 2) The introduction of content in the textbook of Beijing Normal University pays attention to the combination with life, so that students can form a good sense of numbers, which is conducive to the formation of the idea of combining numbers with shapes; 3) In the process of learning the content, the textbook of Beijing Normal University attaches importance to the idea of “discovering problems, putting forward conjectures, doing hands-on operations, and diffusing in many ways”, transferring the existing experience and knowledge, so as to obtain new knowledge more smoothly.

Keywords

Area, Beijing Normal University Edition, Textbook Analysis

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

数学是我们认识世界的重要工具，“图形与几何”是小学阶段数学学习的重要领域之一，图形的面积则是“图形与几何”模块中的重要内容。生活中许多方面涉及到了面积方面内容，体现了数学与生活的密切关联性。图形的面积在小学阶段主要包括长方形、正方形、平行四边形、梯形、三角形、组合图形、圆这七种图形类型。小学阶段图形的面积求法较为简单，体现了小学阶段学习内容的基础性，但在后续阶段初中的学习当中，更加多的是求面积的综合问题，难度颇大。因此在小学阶段对面积内容建立扎实基础，有利于学生在后续阶段的学习。面积的求法看似简单，部分教师直接给学生展现求规则图形的面积公式，甚少给学生展现其中的原理，而学生对没有经过理解的知识只能是囫圇吞枣，死记硬背。面积是儿童第一次对“空间与几何”中一个抽象概念的计算，但教师在“面积”教学方面有诸多的障碍与困惑[1]，因此教师对教材面积内容有更好的理解有利于解除教师困惑。在进行分析过程中会发现北师大版教材的不足之处，教师可以通过本文作为备课时的注意点。

2. 研究方法及对象

2.1. 研究方法

本文采用文献研究法、内容分析法以及比较分析法进行研究。

2.2. 研究对象

本论文选用的教材主要为2013年教育部审定北师大版小学数学教材，主要从内容结构、引入、内容呈现三方面对小学北师大版数学教材中面积及其相关内容进行分析。

3. 面积内容结构的分析

由表1可知，小学阶段学习面积内容主要分布在三年级下册、五年级上册以及六年级上册三个年级段。三年级下册的第五单元，首先学习了面积的概念，再学习较为简单的长方形、正方形的面积。五年级上册第四单元学习多边形的面积，如平行四边形、梯形、三角形这三类图形的面积计算方法，第五单元学习组合图形的面积。六年级上册第一单元学习圆的性质，紧接着学习计算圆的面积。小学阶段面积知识点呈螺旋式上升，符合小学生认知发展规律，循序渐进，有利于学生逐步深入理解相关知识点。

Table 1. Distribution of area knowledge structure**表 1.** 面积知识结构分布

	具体内容	分布年级
	面积 (由面积的概念, 进而研究长方形和正方形的面积计算方法)	三年级下册
面积的认识	图形的面积 (用拼接和割补的方法得出平行四边形、梯形、三角形、组合图形等图形的面积)	五年级上册
	圆 (学习圆的面积)	六年级上册

4. 面积相关内容情境引入的分析

4.1. “面积的认识”引入的分析

北师大版对“面积”概念的引入采用的是开门见山的方法。引入部分展现了日常生活中较为常见的三种物品进行对比, 不同大小的书本、硬币以及树叶, 当我们将相同类别物品进行比较大小的时候实际上就是对图形的面积进行对比。用智慧老人形象的插画直接引出面积的概念[2]。这一部分主要让学生通过生活中具体的事物去感受“面积”这一抽象概念。学生在未接触“面积”之前, 已经拥有“比较”的经验, 如果让学生比较哪个图形比较大, 他们会利用已有的知识经验将图形重叠进行比较, “面积”概念的引入使学生抽象概念具体化, 使学生更能体会比较的并不是面, 而是面积。

“面积单位”的引入则是通过对比的方法。引入部分男孩和女孩都对同一本数学教科书面积进行比较, 他们将数学书与若干个相同大小的格子重叠起来, 但发现两人所使用的格子数目不一样。男孩发现“数学书的封面的面积是 6 个格子”, 而女孩发现“量出来的结果是 24 个格子”。引出问题, “为什么他们量出来的结果不一样呢?”从而推导出要比较面积的大小就需要同一单位[2]。《数学课程标准》当中对测量部分要求第一学段“体会建立统一度量单位重要性”[3], 因此对于面积、面积单位来说, 学生应该在第一学段建立起比较不同面积大小时应统一它们的单位这一思想。

长方形面积的学习, 北师大版是以实践验证的方法进行导入, 直接给出一个标准的长方形, 提示学生用一平方厘米的小正方形进行探索。教材中展示了两种思路, 第一种: 因为长方形用 6 个小正方形刚好摆满, 因此长方形的面积是 6 平方厘米; 第二种: 长方形内摆正方形, 每行可以摆三个, 共两行, 因此得到 $3 \times 2 = 6$ (平方厘米)[2]。长方形面积的引入, 也是利用学生前面学习面积的已有经验, 将一个未知的量用已知的量进行转化, 符合建构主义学理论, 有利于培养学生的数感, 将抽象事物以数的形式呈现。

单位换算知识点以动手操作实践进行引入, 在这之前学生学习了平方厘米、平方分米、平方米的大小概念, 学习了周长的内容, 了解到长度的单位换算。北师大版教材要求学生用 1 平方厘米的小正方形平铺一平方分米的大正方形, 这时需要多少个小正方形[2]。教材还提示大正方形一行可以铺 10 个小正方形, 引导学生推出平方厘米与平方分米之间关系。

4.2. “多边形面积”的引入

北师大版对“多边形面积”的引入, 首先是先让学生比较图形的面积, 开门见山地给出一系列图形在表格内让学生进行探究比较图形面积大小[4]。这一部分的过渡有两个目的: 1) 由于多边形面积是在五年级学习, 而面积这一内容是在三年级学习, 这一部分有利于唤起学生的记忆; 2) 由于图形不全都填满一个小方格, 发散学生思维, 对如何比较图形的大小进行思考。

在“认识底和高”这一课，教材从日常生活中常见的梯形桥门引出四边形内容。梯形桥门上有一个牌子写着“限高 4.5 米”，引出疑问“限高中的‘高’指的是哪条线段呢？”[4]，从而引出对梯形知识点的学习。这个从日常生活中常见事物引出知识点更有利于学生感受生活中的数学知识，有利于培养学生数形结合的核心素养。

在探索活动中，北师大版教材都是以日常生活中常见的事物进行引入。在“探究平行四边形面积”这一课中，教材展现长方形草坪中间有一块平行四边形空地，引出问题“如何求平行四边形的面积？”，循序渐进地引导学生思考，让学生深刻感受到数学其实与生活息息相关，探究活动从而引起学生的兴趣。“探究三角形面积”这一课中，以同学们最感兴趣的“流动红旗”进行引入。女孩提出用数格子的方法求出三角形面积，而男孩则说将三角形转化为学过的图形，引起学生的思考[4]。北师大版教材将探究与思考融合起来，让学生从旧知识推出新知识，有利于知识的迁移。

在日常生活中，所求图形的面积并非都为规则图形，北师大版在编排组合图形面积中，提出了较为常见的实际问题，展现了不规则图形的客厅，智慧老人想为客厅铺上地砖，从而引出需要求客厅面积的问题[4]。更体现了其实生活中到处充满数学，有利于学生数感的形成。

4.3. “圆面积”的引入

在学习圆的面积内容之前，学生已经学习了圆的相关概念知识，计算圆的面积，教材使用了之前出现频繁的方格纸求面积，却发现圆所围成的面积并不能用正方形小方格所填满[5]，用画方格的方法并不可行，引起学生思考，那么能有什么方法求出其面积呢。这一部分是以疑问引出求圆面积的内容，这一部分的内容较为难让学生理解，因此需要对学生进行适当的提示。在第二课时当中又以一副图进行导入，一个喷头头进行旋转一周对农作物进行灌溉，从而使学生了解到，求此时灌溉多大面积的农田，实际上是对喷头所喷洒的圆形求其面积。

5. 面积相关内容呈现的分析

5.1. “面积的认识”内容学习

在面积概念的学习当中，通过同类别实物的不同大小面积和学生亲自重叠图形使学生感受面积的概念。北师大版注重学生进行亲身感受，使概念的理解更加深入。在比较两个长方形过程中，学生利用以往经验会将两个图形重叠起来进行比较大小，进而也引出矛盾点：直接重叠无法很好地比较图形的大小，因此可通过将两者多余部分剪下来进行比较。另一方法是用小正方形摆一摆。显然，教材注重从现实情境出发，紧密联系实际生活以及学生的已有经验，通过探究实践活动，加强学生对事物的认知，增强学生的空间观念及几何直觉[6]。但在这一过程中，教材提供小正方形给学生进行比较，可能会引发部分的疑问“为什么要用小正方形？其它图形不可以吗？”，实际上，只要是能够对长方形进行平铺的图形都可以作为面积单位参照物，学生对不同图形进行测量实践过程中，注重使学生感受选择不同图形对测量结果的影响[7]，教师在教授课程时提供多种图形供给学生实践，逐步推导出最佳的面积单位参照物是正方形。

5.2. “面积单位”内容学习

在“面积单位”的学习当中，如何让学生理解 1 平方厘米、1 平方分米、1 平方米是这节课的难点，在这一过程，教师选择哪一单位开始进行教学是重点。在严倩梅老师的研究中能发现，学生在画 1 平方厘米的结果是与实际图形更为相似的。学生通过已有经验能够感知到边长为 1 厘米的正方形面积是 1 平方厘米，从而教师可利用迁移的方法进而让学生感受 1 平方分米、一平方米的概念[8]。

这一过程实际上也是为面积单位换算进行铺垫，在学习面积单位换算之前学习长方形、正方形面积的计算公式，能够使学生更为理解为什么 1 平方分米 = 100 平方厘米，如果这一过程学生无法很好地理解概念，学生将进率进行死记硬背，无法建立良好的记忆链接，容易遗忘。

5.3. “图形面积”内容学习

在“长方形、正方形的面积”学习当中，教材用一个较为巧妙的方式使长方形面积与小正方形面积连接起来，学生比较容易接受。长方形面积的公式的推导是一个重点内容，它既是正方形面积公式的基础，同时也是探索三角形、平行四边形、梯形面积公式的前提。长、宽上对应的小正方形数量，有助于学生理清面积与面积单位之间的关系，从抽象内容之中建构起数量关系，学生更好地感悟长方形面积公式的内涵[9]。

北师大版教材在面积内容，都会提供两种方式：第一种，借助小正方形面积引出其他图形面积；第二种，利用拼接的方法。学习平行四边形及三角形面积过生的难点是让学生理解推导的过程，因此让学生进行动手操作是更为直观的方式。平行四边形面积的学习当中，把平行四边形转化为长方形面积，平行四边形的高就是转化的长方形的宽。三角形面积学习过程中，教材提示学生将三角形转化为长方形或者平行四边形。在“组合图形面积”的学习当中，转化是比较重要的研究方法，而转化的过程可能是拼接，也可能是补全为完整图形，或者是将其分解为若干个自己熟悉的图形。

“圆的面积”的学习是小学几何课程中重要的内容之一，使学生思维从研究线段图形到向曲线图形的一个飞跃。第一部分，教材展示的是数格子的方法计算圆的面积，演示了两种情况下不能得到圆的面积。第二部分将圆分为 8 等份、 16 等份、 32 等份[10]……当圆的份数越多，它们拼接起来就越接近于一个平行四边形面积，由平行四边形面积推导出圆的面积。圆的学习，在学生对平面图形的认识与探索过程中，都标志着“由直到曲”的跨越，更是数学思想从“有限”到“无限”的跨越。在学生对平行四边形与圆形的转化基础上，将已知条件和确定的规则，迁移至圆的面积求解当中，进而发展学生推理能力[11]。在教材第一部分，实际上圆的面积内小格子在区域无限小的情况下就可以把圆的面积覆盖，但教材并没有展示这一情况，如果教材加上这一部分能更让学生体会到化曲为直的思想。

6. 总结

通过对教材内容的分析，发现教材有以下特点：

1) 教材通过生活中常见的事物进行引入以及引发学生思考，例如书、硬币、树叶让学生感受面积这一概念；梯形桥底的限高标志引出梯形的高；空地、三角形、客厅地板、喷洒头灌溉面积，从而引出如何求平行四边形、三角形、组合图形、圆形面积。在日常生活中比较容易看见的事物容易引起学生的共鸣，让学生体会到数学的用处，搭建起数学与生活实际问题的桥梁。

2) 北师大版侧重于让学生在“发现问题，提出猜想，动手操作，多方发散”中得到推导公式。在学生实践的过程中可培养学生空间思维能力，提高学生的数感，有利于数学核心素养的形成。

3) 转化思想贯穿整个几何教学过程当中，转化思想不仅提高了学生的空间想象能力，还提高了学生的推理能力，在对知识进行迁移的过程中发现其中的关系。每一环节的学习都起到很好的承上启下作用，每一部分环环相扣，每一新内容的学习实际上就是回顾之前学习以及为后学习内容做铺垫的过程。

4) 教材编排过程循序渐进，符合学生的认知发展规律。根据学生对图形掌握程度的不一样，进一步让学生理解推导公式，灵活运用公式，并正确算出结果。而每一部分的难易程度把握也较适合，学习面积内容之后先学习长方形面积，因为正方形是特殊的长方形，从而顺利推出正方形面积。在梯形、平行四边形、三角形面积学习当中，依然是以长方形面积作为已知规则。

7. 教学建议

根据对小学阶段面积相关知识的分析,笔者总结以下建议以供教师参考:

1) 认真研读教材,深刻挖掘知识点之间的联系,明确教学目的,结合学生学情。教师在课堂中引导学生将新旧知识进行联立,加强知识点之间的相互联系,帮助学生实现知识迁移,提高学生对知识的兴趣。

2) 创设问题情境,引导学生联系与生活密切相关的内容。学生在课堂参与的过程中,提高空间想象能力及数学建模能力。教师应注意构建以学生为主体的课堂,帮助学生构建知识的形成。

3) 加强对数学核心素养相关理念的深刻理解和把握。挖掘教材深刻含义,综合所学知识,从提高学生数学素养的角度进行教学设计。

4) 利用现代信息技术,如几何画板、GeoGebra等动态展示图形软件。信息技术能形象生动将图形展现于学生面前,提高学生对课堂的专注度,进而提高课堂教学效率以及学生对图形的深刻理解。

参考文献

- [1] 张宇燕. 苏教版、人教版和北师大版小学数学教材中“平面图形面积”内容编排的比较[J]. 北京教育学院学报(自然科学版), 2016, 11(1): 45-50, 63.
- [2] 义务教育教科书数学三年级下册[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2014: 49-60.
- [3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011年版)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012.
- [4] 义务教育教科书数学五年级上册[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2014: 49-60.
- [5] 义务教育教科书数学六年级上册[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2014: 2-6.
- [6] 王明菊. 小学平面图形面积教学研究[D]: [硕士学位论文]. 呼和浩特: 内蒙古师范大学, 2015.
- [7] 危雄. 如何科学展现数学知识的形成过程——基于“面积和面积单位”教学的思考[J]. 课程教学, 2020(6): 42-44.
- [8] 严倩梅. 小学数学诊断式教学初探——以“面积单位”教学为例[J]. 名师在线, 2020(22): 63-64.
- [9] 张缅. 在“层层操作”中把握数学本质——《长方形和正方形的面积计算》教学实践及思考[J]. 教苑拔萃, 2019(12): 74-75.
- [10] 夏婵婵. 指向数学核心素养的“圆的面积”教学策略探析[J]. 小学教学参考, 2019(23): 12-14.
- [11] 张宇燕. 苏教版、人教版和北师大版小学数学教材中“平面图形面积”内容编排的比较[J]. 北京教育学院学报(自然科学版), 2016(1): 45-50.