

# Finite Element Analysis of Controllable Reactor

Songwei Cao, Zhongdong Yin, Shishuo Zhao, Haipeng Liu

State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources,  
North China Electric Power University, Beijing  
Email: cao541603@126.com

Received: Sep. 3<sup>rd</sup>, 2012; revised: Sep. 5<sup>th</sup>, 2012; accepted: Sep. 11<sup>th</sup>, 2012

**Abstract:** Model of reactor based on the Finite Element Method (FEM) is built on base of a controllable reactor model with self-excitation structure. ANSYS simulation model of a 380 V/13A controllable reactor is built. The results show that the two small section segments of the cores of traditional controllable reactor saturate by turns, it increases the consumption of the cores and windings of controllable reactor, by separating the cores can it reduce the consumption of the controllable reactor.

**Keywords:** Controllable Reactor; Model Based on FEM; ANSYS; Reduce Consumption

## 可控电抗器的有限元分析

曹松伟, 尹忠东, 赵士硕, 刘海鹏

华北电力大学, 新能源电力系统国家重点实验室, 北京  
Email: cao541603@126.com

收稿日期: 2012年9月3日; 修回日期: 2012年9月5日; 录用日期: 2012年9月11日

**摘要:** 本文基于交流可控饱和电抗器的自励磁结构, 建立了电抗器的有限元模型。以 380 V/13A 可控电抗器为研究对象, 建立了可控电抗器磁场分布的 ANSYS 有限元模型。分析结果表明, 在传统磁控电抗器的结构下的两个铁心柱小截面段的交替饱和, 在小截面段附近铁心区域存在较大的横向磁场分量, 增加了可控电抗器铁心和绕组附加损耗, 可以通过对小截面进行了分段处理降低可控电抗器铁心和绕组的部分附加损耗。

**关键词:** 可控电抗器; 有限元模型; ANSYS; 降低损耗

### 1. 引言

有限单元的思想最早由 Courant 于 1943 年提出, 至今, 其在电气工程领域中的有限元法已经成为各类电磁场、电磁波工程问题定量分析与优化设计的主导数值计算方法<sup>[1]</sup>。

有限元法是从变分原理或加权余量法出发, 结合单元剖分和分片插值, 用以求解数理方程的一种离散化数值方法。其将场域离散化的过程中保持了明显的物理意义, 既基于物理的最小作用原理; 有限元法适用范围广泛, 可应用于区域边界线和内部媒质分界线等形状复杂, 以及场域内场的分布变化较大的场合;

剖分比差分法灵活; 计算程序通用性比较强。但是其单元的剖分缺乏规律, 制作单元剖分图和准备已知数据时较为复杂; 对于无边界区域的求解不方便。

针对可控并联电抗器在高压电网中应用越来越广泛, 而其原理是利用控制电抗器中的磁路饱和度来实现电抗器容量的连续调节, 但是其存在损耗大、谐波严重和相应速度较慢的缺陷, 目前研究学者通过外部电路来解决这些问题, 如移向消谐和快速励磁等手段, 但是效果并不明显。本文通过对其运行时的饱和状态以及不饱和状态下的磁场进行数值分析可以加深对其缺陷以及不足的机理的理解, 进而做到避免其

不足, 为工程设计提供指导。

## 2. 可控电抗器的有限元模型建立

利用有限元方法求解可控电抗器的电磁场时, 为分析方便, 选取可控电抗器为电压源激励, 电磁装置线圈中的电流与各种瞬态场量均未知, 计算过程中必须考虑电压源对线圈电流与电磁场所加的约束方程。基于有限元的电磁场分析对新型可控电抗器的设计有重要的指导作用<sup>[2]</sup>。

在可控电抗器的磁场进行三维有限元分析时, 提出以下假设: 忽略谐波电流的影响、线圈导线涡流的去磁作用、虑涡流对磁场分布的影响以及位移电流等<sup>[3]</sup>。可控电抗器的工作频率设定为 50 Hz, 属于低频似稳交变磁场<sup>[4]</sup>, 任一单元内各点的磁感应强度值相同。忽略位移电流后, 可控电抗器的麦克斯韦方程组可表示为<sup>[5]</sup>:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

式中,  $\nabla \times$  和  $\nabla \cdot$  分别为旋度算子和散度算子;  $\mathbf{H}$  为磁场强度矢量;  $\mathbf{J}$  为电流密度矢量;  $\mathbf{E}$  为电场强度矢量;  $\mathbf{B}$  为磁通密度矢量。在电磁介质中, 场量间的关系为:  $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ 。式中,  $\mathbf{D}$  为电位移矢量;  $\varepsilon$  为介电常数;  $\mu$  为磁导率;  $\sigma$  为电导率。

为了减少未知数的个数, 引入矢量磁位  $\mathbf{A}$  与标量电位  $\varphi$ , 则:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (4)$$

将上式代入式(2), 矢量磁位微分方程可表示为:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} \quad (5)$$

给定第一类和第二类边界条件<sup>[6]</sup>, 则用矢量磁位  $\mathbf{A}$  表示的边界问题为:

$$\begin{cases} \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} \\ \Gamma_1 : \mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \\ \Gamma_2 : \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \times \mathbf{n} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

与式(5)等价的变分问题可以表示为<sup>[7]</sup>:

$$\Omega : \min I(\mathbf{A}) = \int_{\Omega} 1/2 \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} d\Omega \quad (7)$$

$$\Gamma_1 : \mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \quad (8)$$

将磁场区域离散为有限数量的空间单元, 由单元形成节点, 并将解函数  $A(x, y, z)$  用基函数  $g_i$  和节点函数值  $A_i$  表示为:

$$\hat{A} = \sum_{i=1}^N A_i g_i \quad (9)$$

式中,  $N$  为求解区域中的节点总数。将式(7)按直角坐标展开, 则:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{A}) = & \int_{\Omega} \frac{1}{2\mu} (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) dx dy dz \\ & - \int_{\Omega} \frac{1}{2\mu} (A_x J_x + A_y J_y + A_z J_z) dx dy dz \end{aligned} \quad (10)$$

式中,  $B_x$ 、 $B_y$  和  $B_z$  的离散形式为:

$$\begin{cases} \hat{B}_x = \sum_{i=1}^N A_{xi} \frac{\partial g_i}{\partial y} - \sum_{i=1}^N A_{yi} \frac{\partial g_i}{\partial z} \\ \hat{B}_y = \sum_{i=1}^N A_{xi} \frac{\partial g_i}{\partial z} - \sum_{i=1}^N A_{zi} \frac{\partial g_i}{\partial x} \\ \hat{B}_z = \sum_{i=1}^N A_{yi} \frac{\partial g_i}{\partial x} - \sum_{i=1}^N A_{xi} \frac{\partial g_i}{\partial y} \end{cases} \quad (11)$$

将  $\hat{A}$  和  $\hat{B}$  的离散式(9)和(11)代入式(10), 则  $I(A(x, y, z))$  的变分问题转化为对多元函数求极值<sup>[7,8]</sup>:

$$\partial I / \partial A_{wi} = 0 \quad (w=x, y, z; i=1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

对式(12)中任一节点  $i$  的矢量磁位求偏导数并令其等于零, 可以得到  $3N$  个有限元方程, 表示为矩阵形式<sup>[9,10]</sup>:

$$[\mathbf{S}] \cdot [\mathbf{A}] = [\mathbf{F}] \quad (13)$$

式中,  $[\mathbf{S}]$ 、 $[\mathbf{A}]$  和  $[\mathbf{F}]$  分别为系数矩阵、矢量磁位矩阵和右端项矩阵。将上式表示为子阵:

$$\begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] & \cdots & [S_{1N}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] & \cdots & [S_{2N}] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ [S_{M1}] & [S_{N2}] & \cdots & [S_{MN}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_N \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中子阵

$$[S_{ij}] = \frac{1}{\mu} [C_{ij}] = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N)$

$$C_{pq} = \begin{cases} \textcircled{1} \int_{\Omega} \left( \frac{\partial g_i}{\partial r} \frac{\partial g_j}{\partial r} + \frac{\partial g_i}{\partial s} \frac{\partial g_j}{\partial s} \right) dpdrds, \\ \quad p = q, r \neq s \neq p, q \\ \textcircled{2} - \int_{\Omega} \frac{\partial g_i}{\partial p} \frac{\partial g_j}{\partial q} dpdrds, p \neq q \end{cases} \quad (16)$$

$(p, q, r, s = x, y, z), (i, j = 1, 2, \dots, N)$

$$[F_i] = \begin{bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_{\Omega} g_i J_x dx dy dz \\ \int_{\Omega} g_i J_y dx dy dz \\ \int_{\Omega} g_i J_z dx dy dz \end{bmatrix} \quad (17)$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N)$

利用牛顿-拉夫逊法对非线性方程组(13)进行求解, 求出三维电磁场任意点的矢量磁位后, 再由式(11)求出  $B_x$ 、 $B_y$  和  $B_z$ , 则可以求得磁感应密度  $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$ 。

### 3. 基于 ANSYS 的可控电抗器电磁场分析

ANSYS 电磁场分析基于有限元基本原理<sup>[11-13]</sup>, 以 Maxwell 方程组作为电磁场分析的出发点<sup>[14]</sup>, 将所处理的对象划分为有限个单元(包含若干节点), 然后根据矢量磁位或标量电位求解一定边界条件和初始条件下节点处的磁位或电位, 继而进一步求解磁通密度、电场分布、涡流电场等其它相关量。

ANSYS 可对如下的电磁场类型进行分析: 二维静态、谐性和瞬态磁场分析; 基于边界的三维静态、谐性和瞬态磁场分析以及基于节点的三维磁场分析(静态、谐性和瞬态), 电场分析, 另外还有用于分析和计算电磁场或波辐射性能的高频电磁场分析。

对于可控电抗器来说, 由于采用交直流共同激励, 属于谐性瞬态问题, 铁心材料的非线性, 需要采用非线性求解的方法, 虽然基于 ANSYS 的三维模型时模拟结构最贴切的模型, 能够从各个视角观察磁场分布情况, 但是由于其建模及有限元剖分较复杂, 计算量大, 通常需要更多的计算时间。若选用电抗器一

个剖面做二维分析也能全面反映出电抗器的工作状态(电抗器模型是坐标对称的)能简化模型, 并且计算量小, 因此, 本文建立了可控电抗的二维分析模型。

由于可控电抗器铁心的磁材料是非线性 B-H 曲线, 需要采用非线性瞬态分析方法进行求解分析。瞬态分析中, 边界条件和载荷都是时间的函数, ANSYS 分析中把随时间变化的载荷离散化为多个时间段, 在每个时间段里对应一定的边界条件, 然后分别对每个时间段逐步进行分析, 这里每个时间段的加载求解称为一个载荷步。在每个载荷步中, 需要说明它的加载方式——阶跃(Stepped)、斜坡(Ramped)或自动时间阶跃(Automatic time stepping)。阶跃载荷指的是该载荷步内载荷是一常量, 而在观点处发生跳越变化; 斜坡载荷则是在时间段内载荷呈线性变化; 自动时间增量是 ANSYS 程序根据求解情况自动采取的一种加载方式。当然, 在一个问题当中, 可以采取任意一种或多种加载方式。

决定可控电抗器铁心电磁场分布的主要因素是铁心的结构和尺寸、交流线圈与直流线圈匝数和布置方式、交流电流、直流电流大小等。另外, 由于需要考虑铁心在空气中的漏磁, 所以应对可控电抗器周围的空气进行建模。

#### 3.1. 定义单元类型和实常数

单元类型确定了所分析问题区域的物理特性, 根据问题的实质, 在模型的不同物理区域可以定义几个单元类型。对可控电抗器的建模需要使用到单元类型 PLANE53<sup>[15]</sup>, 其是用于二维(平面和轴对称)磁场问题建模的单元。PLANE53 单元有 8 个节点, 每个节点最多 4 个自由度: 磁矢量势的 z 分量(AZ)、时间积分电标量势(VOLT)、电流(CURR)和电动势降(EMF)。

PLANE53 是以磁矢量势理论为基础的, 可以用于以下低频磁场分析: 静磁、涡流(AC 时间谐波和瞬态分析)、电动力磁场(静态、AC 时间谐波和瞬态分析)以及电磁-电路耦合场(静态、AC 时间谐波和瞬态分析)。该单元具有非线性磁能力, 可用于 B-H 曲线或永久磁体退磁曲线的建模。对于 PLANE53 单元必须定义其线圈实常数, 包括线圈区域截面积(CARE)、线圈总匝数(TURN)、折合线圈长度(LENG)、电流正方向(DIRZ)和填充系数(FILL)等。

### 3.2. 定义材料性能

对于所建立的模型可以是下列材料区域中的一种或多种<sup>[16]</sup>: 空气(自由空间)、导磁材料、导电区和永磁体, 每种材料区都要输入相应的材料特性。考虑到可控电抗器铁心的材料特性, 分别对铁心、绕组和远场空气的材料特性进行定义, 包括磁导率、电导率和相对介电常数等。由于可控电抗器的铁心工作区域包括饱和区及不饱和区, 因此需要考虑铁心材料的非线性 B-H 曲线, 具体数据详见第二章。

在 ANSYS 中得到的磁化曲线如图 1 所示。

此外, 设定铁心的电阻率为  $5e-7\ \Omega\cdot m$ ; 对于空气模型, 设定空气的相对磁导率为 1; 绕组的相对磁导率为 1, 电阻率为  $0.0214\ \Omega\cdot m$ 。

### 3.3. 创建可控电抗器几何模型

根据前面的分析, 在 ANSYS 中创建可控电抗器的几何模型。将铁心各部分粘合, 如图 2 所示。此外还需在铁心周围建立空气模型, 空气模型为一长方体, 可控电抗器置于空气模型的中心位置。

### 3.4. 对模型进行剖分

使用 ANSYS 提供的 Mesh Tool 工具对模型进行网格划分。考虑有限元法的要求和可控电抗器磁场的特点, 先将整个场域分为几个小区域, 如绕组区域、外空气区域, 同时对每个区域进行等强度剖分, 可控电抗器铁心和绕组为主要的求解区域, 为了使分析求解细致精确, 所以网格剖分密度应高于其他区域, 在本文中, 对铁心采用自由网格划分, 对绕组线圈采用映射网格划分, 而周围空气模型的分析可以较为粗略,

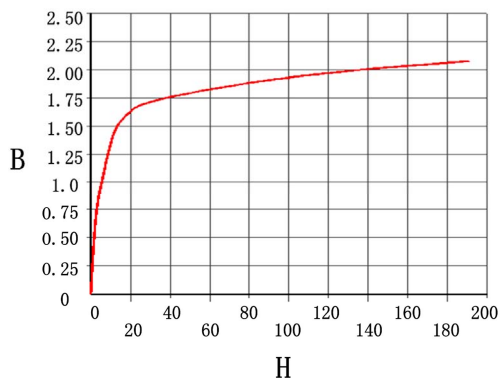


Figure 1. Fitting magnetization chart of core in ANSYS  
图 1. ANSYS 中铁心磁化曲线拟合图

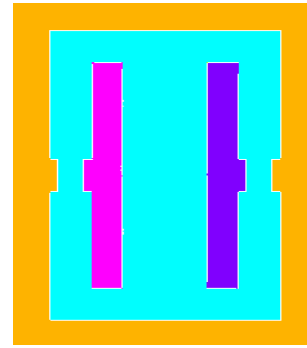


Figure 2. ANSYS model of MCR  
图 2. 可控电抗器的 ANSYS 建模

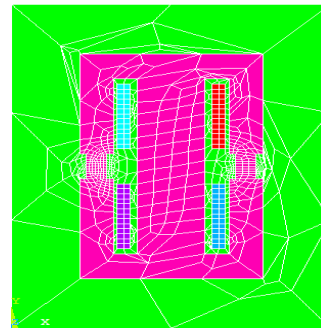


Figure 3. Subdivision of MCR model  
图 3. 可控电抗器的模型剖分

网格划分相对较大。这样可以提高运算速度、减小数据占用的空间。对可控电抗器铁心的剖分结果如图 3 所示。

### 3.5. 建立电路单元

实际可控电抗器的直流激磁是通过晶闸管整流得到的, 在 ANSYS 中, 考虑到建模的实用性和方便性, 对可控电抗器的工作绕组和控制绕组分开进行了操作, 用建立外电路的方法, 对工作绕组施加交流电压, 控制绕组施加直流电流。ANSYS 提供一种通用电路单元 CIRCU124 对线性电路进行模拟, 该单元求解未知的节点电压(在有些情况下为电流)。电路由各种部件组成, 如电阻、电感、互感、电容、独立电压源和电流源、受控电压源和电流源等, 这些元件都可以用 CIRCU124 单元来模拟。在本文中, 利用 CIRCU124 单元模拟了可控电抗器交流工作绕组的独立电压源, 直流控制绕组的独立电流源。

### 3.6. 耦合线圈的自由度

由于线圈(支路)有唯一的电流及电势, 在每个线

圈区域都必须耦合 CURR、EMF 自由度，CURR 表示每匝线圈中的电流，EMF 表示通过线圈终端的电动势降，且每一组耦合都必须有独立的耦合设置号。

### 3.7. 施加边界条件

对铁心外边界施加磁力线平行边界条件；对电路单元的每个独立回路约束 VOLT 自由度，即每个回路选择一个节点，令  $VOLT = 0$ 。对于可控电抗器的研究，由于施加的电压是随时间变化的，相当于交流电压基础上加上一个直流分量，并且需要考虑非线性的情况，所以采用了 2-D 瞬态磁场分析，在 ANSYS 求解的分析类型中选择“Transient” (瞬态)分析类型。

在全部计算完成后可通过 Set Result 选择不同子步所对应的不同时刻的计算结果，通过 Plot Result 绘制变压器铁心的磁力线、磁力线分布图，以及磁场强度云图等。另外，可通过 Define Variable 定义不同节点或单元上通过的电流等变量，并绘制出它们在整个求解时间段内的变化曲线。

## 4. 仿真结果分析

运用 ANSYS 仿真软件对可控电抗器铁心的磁场分布进行仿真，设置总仿真时长为 0.2 s 即 10 个周期，步长为 0.0001 s。取  $t = 0.195$  s 时刻的计算结果，此时可控电抗器的励磁电流处于正半波峰值处，铁心的磁感应强度位于整个周期的最大值。

当不加直流激磁时，得到可控电抗器铁心的磁力线分布以及磁感应强度分别如图 4 所示。

无直流偏磁时，变压器磁力线基本都分布在铁心内，整个区域的漏磁较少。根据图 1 可控电抗器铁心 B-H 曲线的设置，认为当铁心磁通密度小于 1.6 T 时，变压器都工作在线性区域。由图 4 可以看出，无直流激磁时，空载可控电抗器三铁心柱及上下铁轭的磁通密度都小于 1.6 T，此时可控电抗器工作在线性区域。当增大直流激磁时，电抗器左边柱铁心的小截面段逐渐进入饱和区，在电源正半周时，可控电抗器铁心磁场的分布如图 5 所示。

由图 5 可以看出，当增大直流激磁时，在电源的正半周，左铁心柱的小截面段进入饱和状态；同样，在电源负半周时，右铁心柱的小截面段进入饱和状态，在整个电源周期内，可控电抗器的两个铁心柱的小截面段交替饱和。

另外，从上述分析结果还可以看出，由于两个铁心柱小截面段的交替饱和，在小截面段附近铁心区域存在较大的横向磁场分量，因此，进一步增加了可控电抗器铁心和绕组附加损耗，为了减小上述损耗，可以对小截面进行了分段处理，采用分段并联式磁阀结构降低可控电抗器铁心和绕组部分的损耗，建模如图 6 所示。

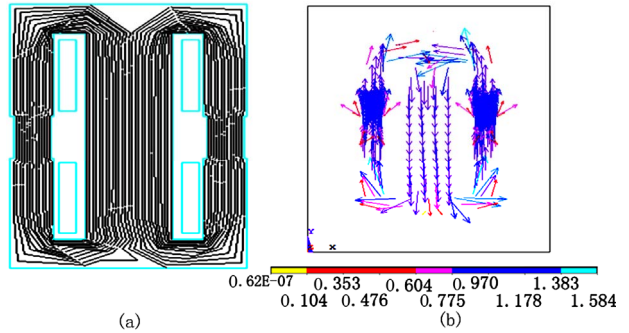


Figure 4. Magnetic field analysis of MCR when no load: (a) Magnetic line; (b) Magnetic induction density  
图 4. 空载时可控电抗器的磁场分析: (a) 磁力线分布; (b) 磁感应强度

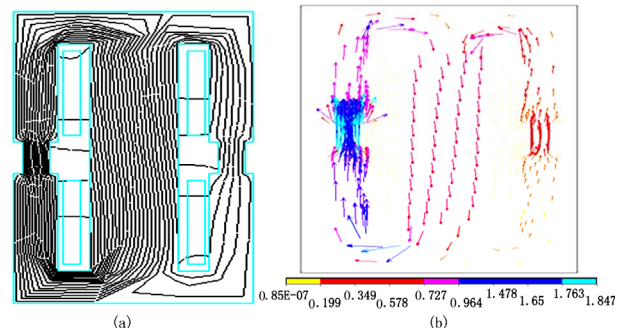


Figure 5. Magnetic field analysis when left core is saturated: (a) Magnetic line; (b) Magnetic induction density  
图 5. 左铁心柱小截面饱和时可控电抗器的磁场分析: (a) 磁力线分布; (b) 磁感应强度

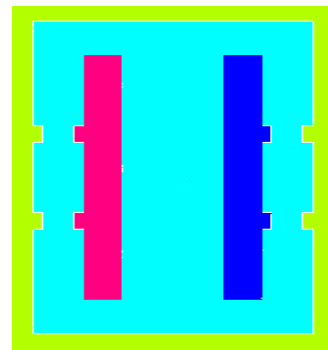


Figure 6. Model of MCR when valve is distributed and shunted  
图 6. 磁阀分段并联可控电抗器建模

## 5. 结论

本文对可控电抗器的磁场分布和磁路特性进行了分析,以 380 V/13A 可控电抗器为研究对象,建立了可控电抗器磁场分布的 ANSYS 有限元模型,利用二维非线性瞬态场路耦合有限元方法分析了各种等级直流量作用下,可控电抗器运行时铁心磁场分布情况,由于两个铁心柱小截面段的交替饱和,在小截面段附近铁心区域存在较大的横向磁场分量,增加了可控电抗器铁心和绕组附加损耗,为此,可以对小截面进行了分段处理,从而降低可控电抗器铁心和绕组的部分附加损耗。

## 参考文献 (References)

- [1] 冯桥. 交流可控电抗器磁场的数值分析与控制电路设计[D]. 浙江大学, 2002.
- [2] 潘艳霞. 新型磁控开关型故障限流器研究[D]. 上海交通大学, 2008.
- [3] 瓦修京斯基(苏), 著, 崔立君, 杜恩田, 译. 变压器的理论与计算[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983.
- [4] 周克定. 工程电磁场数值计算的理论与应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 1994.
- [5] 马信山, 张济世, 王平. 电磁场基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- [6] 刘圣民. 电磁场的数值方法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1991.
- [7] 颜威利, 杨庆新, 汪友华. 电气工程电磁场数值分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [8] M. Fabbri, A. Morandi, F. Negrini, et al. Magnetic-shield-type fault current limiter equivalence circuit. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2004, 14(3): 1966-1973.
- [9] 梁振光. 大型变压器场路耦合三维瞬态涡流场和绕组短路强度的研究[D]. 沈阳工业大学, 2001.
- [10] 陈敏. 高温超导变压器中电磁问题的研究[D]. 中国科学院电工研究所, 2004.
- [11] 小飒工作室. 最新经典 ANSYS 及 Workbench 教程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [12] N. Demerdash, T. Nehl, O. Mohammed, et al. Nonlinear three dimensional magnetic vector potential finite element solution of field problems including experimental verification. IEEE Transactions on Magnetics, 1981, 17(6): 3408-3410.
- [13] S. Sugita, H. Ohsaki. FEM analysis of current limiting characteristics of a superconducting thin film current limiting device by the current vector potential method. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2003, 13(2): 2020-2023.
- [14] 金建铭, 王建国译. 电磁场有限元方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001.
- [15] 阎照文. ANSYS 10.0 工程电磁分析技术与实例详解[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.
- [16] ANSYS Inc. Release 10.0 documentation for ANSYS, 2004.