

Analysis of Plastic Axial Load and Moment Capacity Curves for Fire-Exposed Steel Sections with Thermal Gradients

Yichu Zhang, Shouchao Jiang

School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai
Email: 1130355@tongji.edu.cn

Received: Apr. 10th, 2014; revised: Apr. 30th, 2014; accepted: May 7th, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

The load carrying capacity of steel beam-columns subject to fire is determined through axial and moment capacity curves (P-M curves). A uniform temperature distribution through the depth of the section is assumed in Codes and standards. This assumption may be acceptable for some members, such as a column exposed to fire from four sides, but it may not be valid for columns or beams exposed to fire from 1, 2, or 3 sides since significant thermal gradients develop across the section. This study evaluates the effects of section depth, and plate thickness on the plastic P-M interaction diagram of box section. And the P-M interaction diagram is developed by adjusting the P-M interaction diagrams based on a uniform temperature. The applicability of the proposed method to a design situation is illustrated through a numerical example. It is indicated from the results that the simplified method can be applied to predict the load-bending capacity of beam-columns with temperature gradient in section under fire exactly.

Keywords

P-M Curves, Temperature Gradients, Simplified Load-Bending Capacity Curves

火灾下箱形截面梁柱的截面承载力分析

张伊楚, 蒋首超

同济大学土木工程学院, 上海
Email: 1130355@tongji.edu.cn

收稿日期：2014年4月10日；修回日期：2014年4月30日；录用日期：2014年5月7日

摘要

火灾下由于梁和柱间相互作用，构件一般会在弯矩和轴力的联合作用下破坏，此时，构件的承载力由轴力 - 弯矩相关曲线(P-M相关曲线)决定。规范中给出的计算P-M相关曲线是基于截面全截面均匀升温的假定。此假定针对梁柱四面受火的情况是可行的，但当梁柱1、2、3面受火时，截面上各点的温度不同，计算结果可能会偏于不安全。因此，本文针对箱形截面分析了不同的高宽比、宽厚比对P-M相关曲线形状的影响，结果表明截面的高宽比和宽厚比对P-M相关曲线形状的影响不大。并且，本文提出一种简化P-M相关曲线，用来考虑不均匀升温对P-M相关曲线形状的影响。最后，通过一个数值计算实例来验证所提出的简化P-M相关曲线的准确性，结果表明，简化P-M相关曲线能很好的预测三面受火的箱形梁柱构件的破坏时间，并且偏于保守。

关键词

P-M相关曲线，不均匀升温，简化轴力 - 弯矩相关曲线

1. 引言

近年来由于火灾造成建筑物倒塌的事故时有发生，例如2005年发生在西班牙首都马德里市的温莎大厦大火[1]以及2001年的“911”事件[2]，撞击后的大火被认为是引起世贸大厦(WTC)倒塌的最主要原因。大火引起的高温会显著降低钢材的强度和刚度，同时，受约束的梁柱受热膨胀，不再表现为单独的梁或柱的受力模式，而会在弯矩和轴力的联合作用下破坏[3]。对于钢结构，梁柱构件的抗力主要由三种极限状态确定。

1) 第一种极限状态：构件在升温时，端部或者跨中的截面在轴力和弯矩以及不均温度的共同作用下达到全截面屈服。

2) 第二种极限状态：局部屈曲或者扭转屈曲。

3) 第三种极限状态：整体失稳，主要为弯曲失稳和弯扭失稳。

根据相关规范[4][5]，钢材在高温下会发生软化，强度也有所折减，这对第一种极限状态的抗力有很大影响。同时，钢材的软化和高温下的非线性本构关系也会影响构件的局部屈曲以及整体稳定承载力。本文主要针对钢柱在第一种极限状态下破坏的情况，利用截面的P-M相关曲线评估梁柱的承载力。目前规范[4][5]中用于计算P-M相关曲线是基于截面全截面均匀升温的假定，此假定在梁柱四面受火的情况是可行的，但其他情况比如钢梁上部有混凝土楼板或者边柱受火时，截面上各点的温度不同，采用截面温度均匀分布的假定可能会使得结果偏于不安全。

回顾以往研究，很少有学者考虑不均匀升温对构件承载力的影响，Markus[6]等人利用有限元软件，得到不同截面分类构件的全截面屈服承载力，同时考虑局部屈曲的影响，最后将结果与欧洲规范对比，发现由于局部屈曲的不利作用，规范中给出的厚实截面和非厚实截面的承载力偏于不安全，但Markus等人假设全截面均匀升温，未考虑不均匀升温对截面承载力的影响。Borges[7]等人考虑了不均匀升温下截面的极限弯矩承载力，文中将截面划分了多个层单元，通过数值计算得到截面全截面屈服时的弯矩，但他未考虑轴力作用的影响。Takagi[8]等人利用有限元软件分析欧洲和美国规范中常温下强度和稳定公式在高温下的适用性，结果表明，美国规范的公式在高温下偏于不安全，因此文中将常温下的强度和稳

定公式进行修正, 得到相应的 P-M 相关曲线, 此部分内容已被美国规范收录, 但是作者尚未考虑不均匀温度分布对截面承载力的影响。

Garlock 和 Quiel[9] [10]等人研究了不均匀升温对宽翼缘工字型梁柱构件承载力的影响, 文中提出由于不均匀温度分布致使截面的刚度中心和几何中心不再重合, 作用于形心处的轴力将会产生附加弯矩, 此附加弯矩与热膨胀引起的弯矩反向。同时, 刚度中心的偏移也会导致 P-M 曲线的偏移。在这些研究的基础上, Garlock 等人提出一种数值方法计算工字型截面不均匀升温下的 P-M 曲线, 但此方法需将截面划分为多个单元, 比如构件强轴受弯时, 把截面划分了 3 个板件, 根据每个板件的温度和材料特性得到整个截面的 P-M 曲线。可发现此方法过于复杂, 不够直观。

Mahamud[11]等人提出一种简单的方法用来计算不均匀升温引起的 P-M 曲线的偏移, 但是在截面中心温度高于 600, 温度差高于 200 时, 简化曲线与实际 P-M 曲线相差过大。

本文在前人的基础上, 提出了不均匀升温下 P-M 简化曲线, 此简化曲线偏于保守且表达式简单直观, 方便应用于实际工程, 还利用有限元软件分析实际三面受火的箱形钢柱的温度分布和受力性能, 利用 P-M 简化曲线预测钢柱的极限承载力及破坏时间。

2. 不均匀升温下载面的 P-M 曲线

在弯矩和轴力的作用下, 截面的极限屈服状态可以通过和 m_x, m_y 和 p ($m_x = M_x/M_p$, $m_y = M_y/M_p$, $p = N/N_p$) 所构成的方程来描述, 称这种方程为截面极限屈服面方程, 即 P-M 曲线方程。本文以箱形截面为例, 说明不均匀升温下载面 P-M 曲线方程的建立, 假设如下:

- (1) 梁柱平面外有足够的约束保证其不发生平面外失稳;
- (2) 忽略局部屈曲对构件承载力的影响。

稳定对承载力的影响可以通过将全截面屈服弯矩 M_p 和全截面屈服轴力 N_p 替换为临界屈曲弯矩 M_{cr} 和临界屈曲轴力 N_{cr} 。 M_{cr} 和 N_{cr} 的计算公式可以参见欧洲规范和美国规范。

为计算不均匀升温下箱形截面的 P-M 曲线, 假设构件三面受火, 为简化计算, 认为温度线形变化。将截面划分为数层, 假定每层纤维温度相同, 且全截面达到屈服, 图 1 给出不同温度下各层的屈服强度和弹性模量沿着高度方向的变化趋势, 本文假设温度沿着高度方向线形分布。

为确定塑性中和轴(PNA)位置, 需平移中和轴从截面底部到截面顶部, 当轴力为零时, 此时的中和轴即为塑性中和轴。为确保塑性中和轴位置的准确性, 应使中和轴的每步平移增量足够小。

$$N_p = \int_A \sigma_y dA = \sum_i f_{y,i} \times k_T \times A_i \quad (1)$$

$$M_p = \int_A \sigma_y y dA = \sum_i \text{sign}(y_i - Y_{PNA}) \times (y_i - Y_{GC}) \times f_{y,i} \times k_T \times A_i \quad (12)$$

构件在纯弯作用下全截面屈服时的弯矩 M_p 通过累加各层截面的截面面积 A_i 与相应的屈服应力 σ_i 和层单元的形心到参考轴(Y_{GC} 代表截面的几何中心)的距离 y_i 乘积得到。 σ_i 的正负取决于该层单元的形心位于中和轴(NA)的上方或者下方, 文中钢材在高温下的材料特性及本构关系按欧洲规范中相关规定取值。

3. 截面尺寸对 P-M 曲线的影响

箱形截面的几何尺寸主要参数有 2 个, 截面高宽比和板件宽厚比。图 2 和给出了箱形截面在相同温度分布时的 P-M 相关曲线。从图 2 和图 3 可看出, 箱形截面的几何尺寸对 P-M 曲线的形状以及相对于均匀升温的 P-M 曲线的顶点偏移量影响很小。

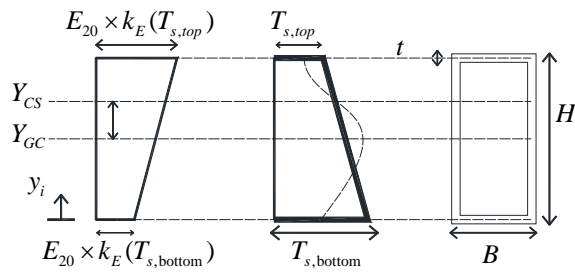


Figure 1. Eccentricity between center of stiffness and center of geometry of a box section with thermal gradient
图 1. 不均匀升温下箱形截面的刚度中心和几何中心

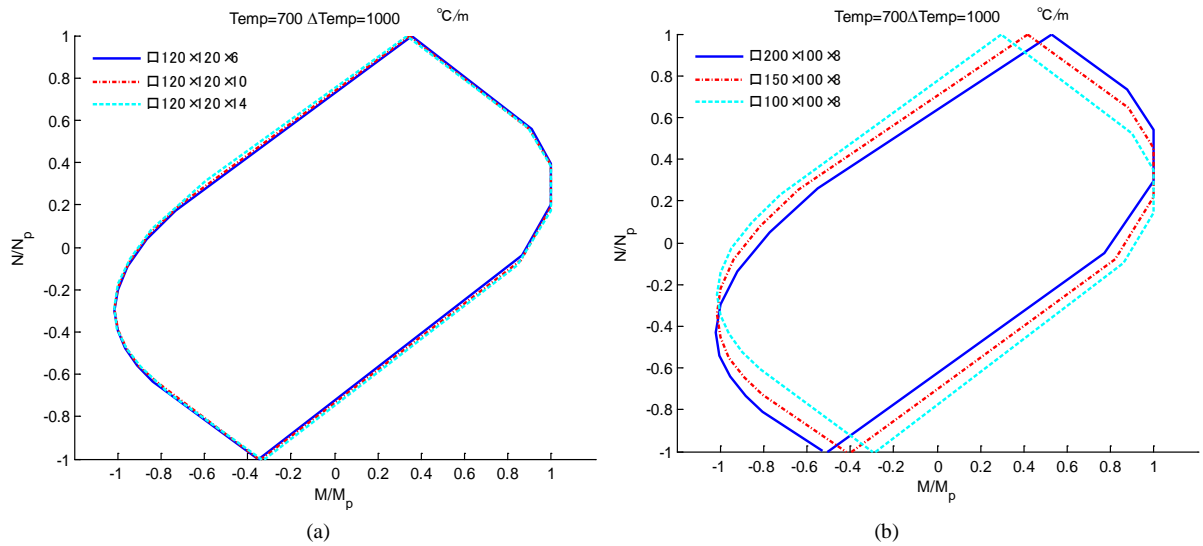


Figure 2. Comparison of plastic P-M interaction curves to evaluate: (a) Plate thickness; (b) Section depth
图 2. 比较截面尺寸对 P-M 曲线形状的影响: (a) 宽厚比; (b) 高宽比

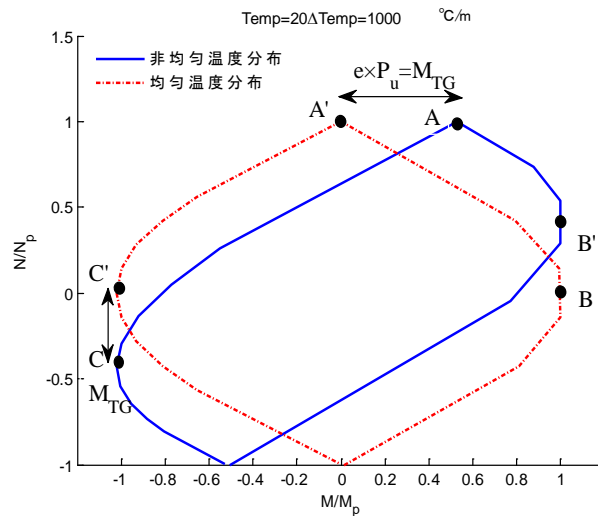


Figure 3. Characterizing P-M diagram for a box section with thermal gradient in the strong direction
图 3. 箱形截面不均匀升温下的 P-M 曲线

4. P-M 简化曲线

不均匀升温截面的 P-M 曲线的相对于均匀升温的 P-M 曲线的最大不同是存在一个顶点偏移量 M_{TG} ，如图 4，顶点 A 偏移到顶点 A'，这是由于不均匀温度使得截面的刚度中心和几何中心不再重合，作用于几何中心处的轴力会产生附加弯矩 $M_{TG} = P \times e$ ，其中 e 为截面刚度中心和几何中心的距离。为简化 P-M 曲线，本文采用如下假定：

(1) 假设 P-M 曲线为平行四边形，并且其两边分别平行于相应的均匀升温的 P-M 曲线，如图 3，A'B' 平行于 AB，A'C' 平行于 AC。

(2) P-M 曲线的顶点偏移量 M_{TG} 等于纯拉或者纯压时的全截面屈服轴力乘以截面的刚度中心和几何中心的偏心距 e ：

$$M_{TG} = N_p \times e \quad (3)$$

为了计算截面的刚度中心和几何中心的偏心距 e ，利用第 1 节中的层单元模型，可得到不同层的弹性模量，偏心距 e 的计算公式计算如下，以截面的几何中心轴为参考轴：

$$e = \frac{\sum A_i \times k_E(T_i) \times y_i}{\sum A_i \times k_E(T_i)} \quad (4)$$

根据公式(3)和公式(4)得到的将均匀升温下载面的 P-M 曲线偏移，即可得到相应的不均匀温度分布下的 P-M 简化曲线：

$$\begin{aligned} \frac{|M + M_{TG}|}{M_p} &= \left(1 - \frac{N}{N_p}\right) \frac{2(2 + \alpha)}{4 + \alpha} \\ \frac{|M - M_{TG}|}{M_p} &= \left(1 - \frac{N}{N_p}\right) \frac{2(2 + \alpha)}{4 + \alpha} \\ &\left(-0.9 \leq \frac{M}{M_p} \leq 0.9\right) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 α 为箱形截面两个腹板面积与一个翼缘面积之比。

为了验证 P-M 简化曲线的准确性，选取两种截面尺寸的箱形截面，观察在不同的温度分布下 P-M 简化曲线和数值计算出的精确 P-M 曲线[9] [10]的吻合情况。两种截面的尺寸分别为 $200 \times 100 \times 8$ 和 $120 \times 120 \times 14$ ，用来比较不同的截面厚度简化曲线的拟合效果。由图 4 和图 5 可看出，P-M 简化曲线在平均温度为 $400^\circ\text{C} \sim 700^\circ\text{C}$ ，截面最大温差为 $75^\circ\text{C} \sim 225^\circ\text{C}$ 的范围内均与精确 P-M 曲线吻合很好，并且可发现平均温度和温差越大，偏移量越大。这是由于温度越高，钢材的软化越明显，从而刚度中心越加偏移几何中心。同时，可以观察到增加板的厚度对 P-M 曲线的形状影响很小，简化 P-M 曲线较精确 P-M 曲线保守。

5. 算例分析

5.1. 温度分布计算

使用有限元程序 ANSYS 计算三面受火的钢柱的温度分布，采用 SOLID70 热分析单元，该单元支持热传导、对流、辐射的温度计算，受火区域的空气温度按照 ISO834 标准升温曲线进行控制，如公式(6)及图 6 所示。

$$T = 345 \log_{10}(8t + 1) + 20 \quad (6)$$

选用箱形截面 $200 \times 100 \times 8$ ，考虑到外墙的保护作用，柱只在内侧的三面受热，根据公式(6)，15 分钟

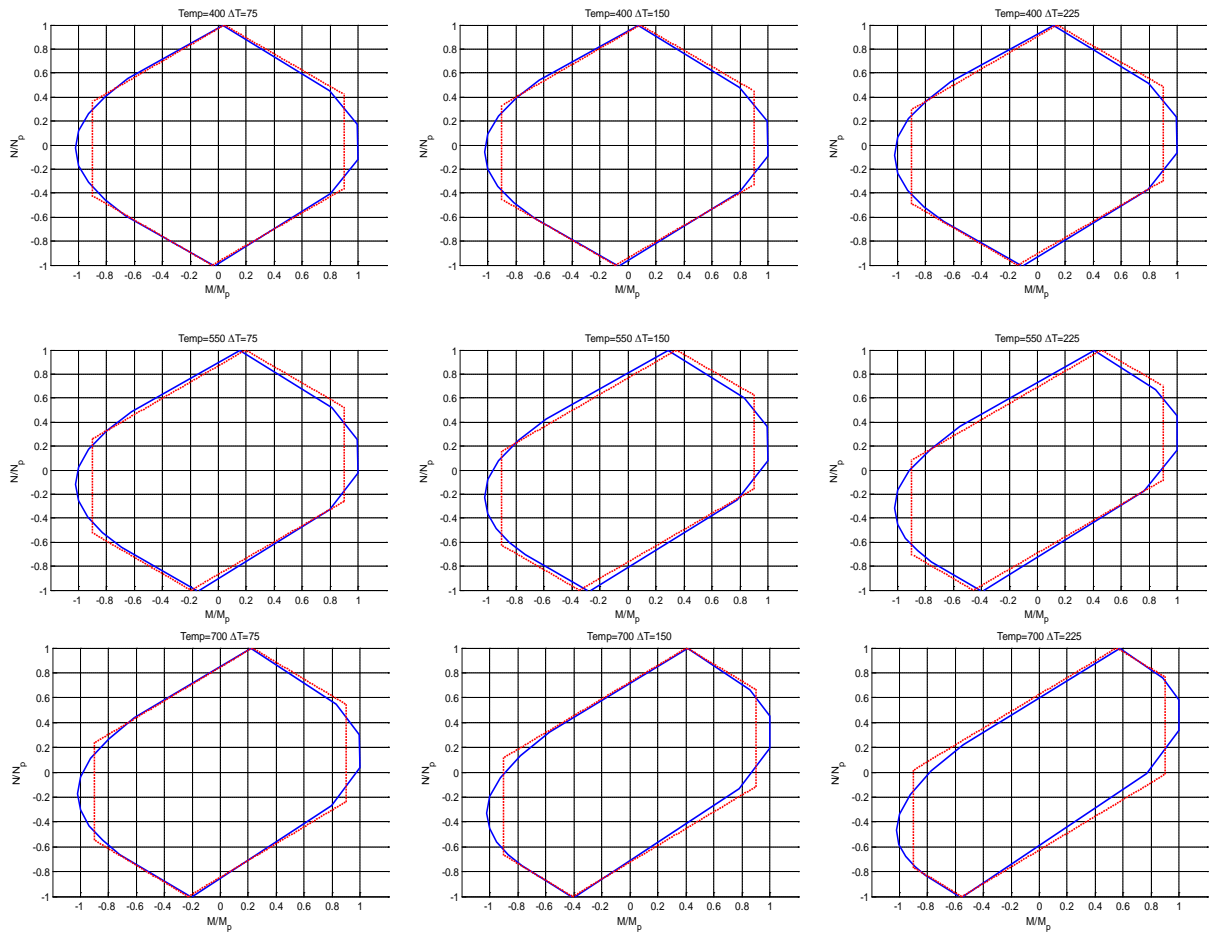
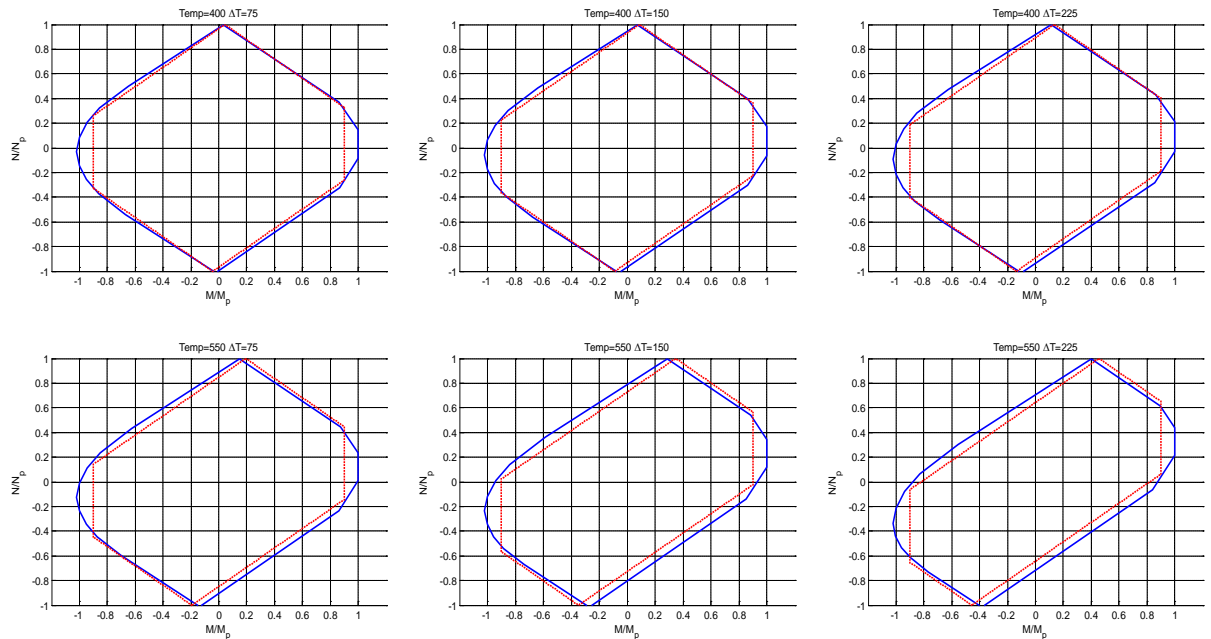


Figure 4. P-M diagrams obtained from analysis (solid curves) and as predicted by Equation (5) (dashed curves) for $200 \times 100 \times 8$ with different linear thermal gradients along its strong axis
图 4. 不均匀升温下箱形截面($200 \times 100 \times 8$)P-M 简化曲线(虚线)与精确曲线(实线)对比



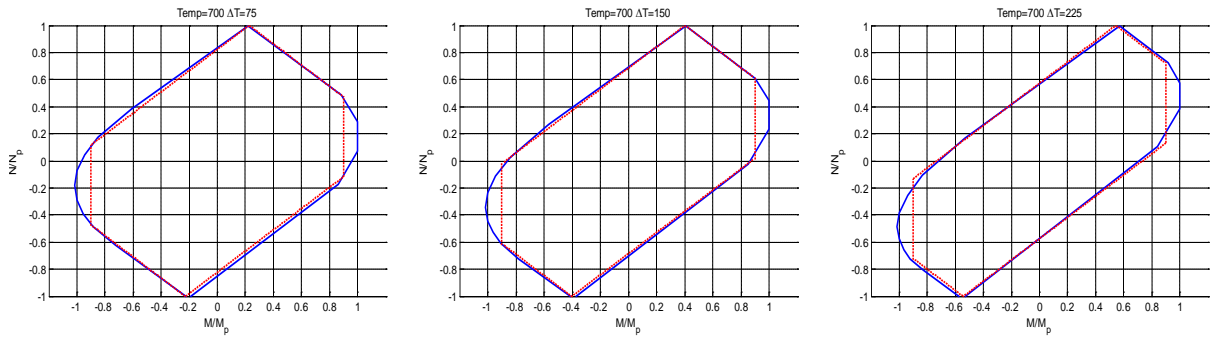


Figure 5. P-M diagrams obtained from analysis (solid curves) and as predicted by Equation (5) (dashed curves) for $120 \times 120 \times 14$ with different linear thermal gradients along its strong axis

图 5. 不均匀升温下箱形截面(120 × 120 × 14)P-M 简化曲线(虚线)与精确曲线(实线)对比

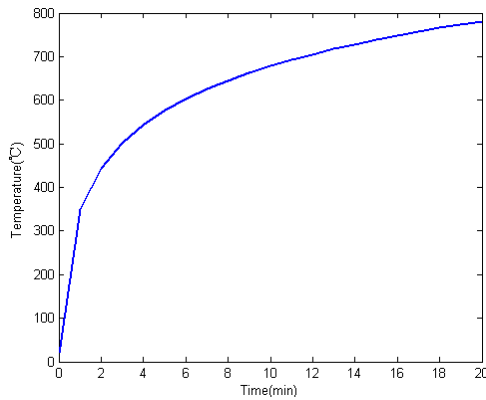


Figure 6. The curve of ISO834 heating standard

图 6. ISO834 标准升温曲线

后受火区域的空气温度达到 739°C ，通过热传导、对流、辐射作用计算此刻该区域柱构件的温度分布。建立计算模型，受火区域的构件温度分布如图 6 所示，ISO834 标准升温曲线如图 7 所示，构件的最高温度为 568°C ，出现在柱的下侧可见，温度从上往下，逐渐增大。

5.2. 构件抗火计算

使用简化方法时假设温度沿着高度方向线性变化，即不均匀温度使构件绕强轴弯曲，导入 4.1 小节计算出的上部和下部的温度，中间温度通过线性插值得到。箱形柱两端固接，柱顶作用轴向力 $N = 0.15N_p$ (N_p 是初始的全截面屈服轴力)。为防止局部屈曲和整体失稳，柱高设为截面高度的 3 倍。用有限元程序 ANSYS 进行分析，采用 Beam188 单元，将温度荷载作为单元的体荷载在梁单元的两个端节点处进行定义，即定义温度在梁单元轴线处的温度 ($T(0,0)$)、温度沿梁单元在单元坐标系下的 Y 向单位长度处温度值 ($T(1,0)$) 和温度沿梁单元在单元坐标系下的 Z 向单位长度处温度值 ($T(0,1)$)。钢材的本构关系按欧洲规范计算得到，当温度大于 100°C 时折减弹性模量，当温度大于 400°C 时折减钢材强度。建立计算模型如图 8 所示，为防止平面外侧移，分别在柱高度的 1/4、1/2、3/4 设置平面外支撑。

图 9 给出不均匀温度分布下的构件跨中截面在不同时刻弯矩和轴力大小，并与本文提出的 P-M 简化曲线相对比，由图可知，不同时刻钢柱的截面温度不同，进而 P-M 简化曲线的顶点偏移量不同。根据公式(5)所得的 P-M 简化曲线可知，构件将在 $t = 33 \text{ min}$ 破坏，ANSYS 分析得到钢柱将于 $t = 36 \text{ min}$ 破坏，

由此可知用 P-M 简化曲线预测钢柱的承载力和破坏时间是可行的，并且偏于保守。

6. 结论

本文通过对不均匀温度下箱形截面的 P-M 曲线的研究，可得到如下结论：

- (1) 规范中给出的计算 P-M 相关曲线是基于截面全截面均匀升温的假定。此假定在梁柱截面上各点的温度不同，计算结果可能会偏于不安全。
- (2) 截面的尺寸比如高宽比和宽厚比对 P-M 曲线的影响很小。

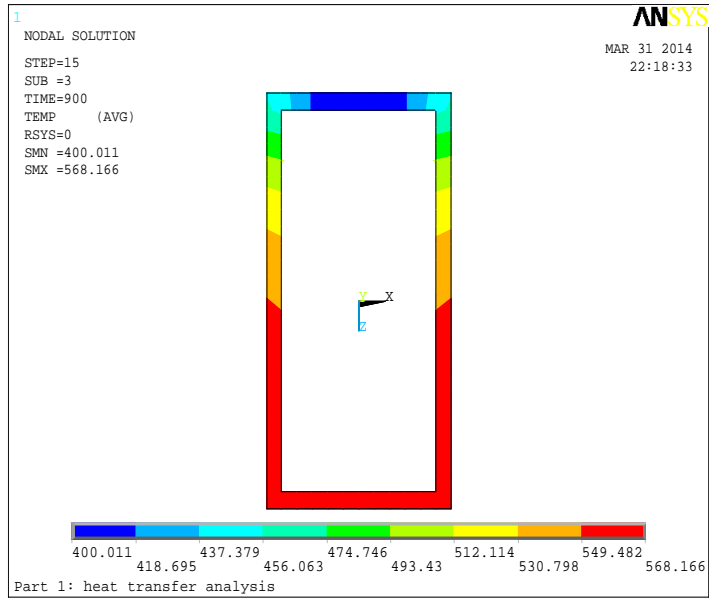


Figure 7. Temperature distributions of the section
图 7. 截面的温度分布

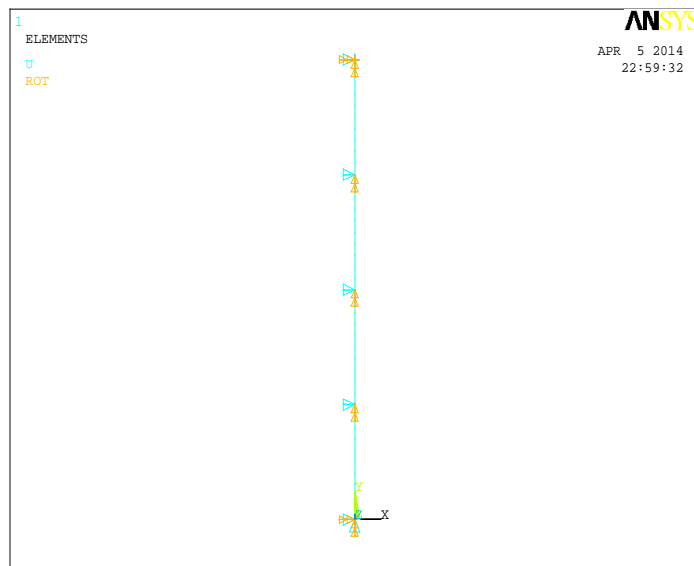
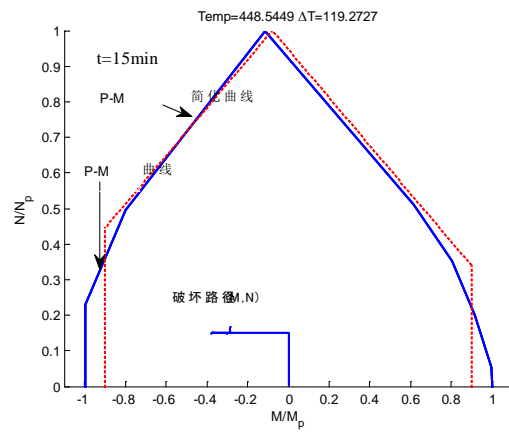
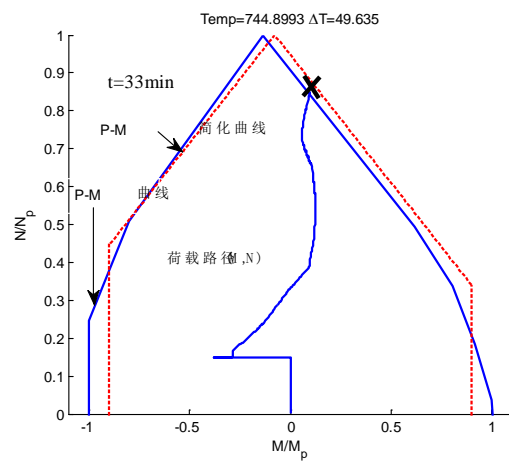


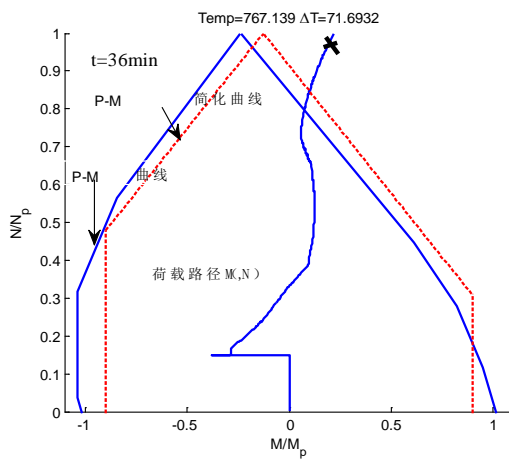
Figure 8. Calculation model of the steel column
图 8. 钢柱的 ANSYS 计算模型



(a)



(b)



(c)

Figure 9. Predicted capacity envelop for the tested beam-column: (a) $t = 15$ min of fire exposure; (b) $t = 33$ min of fire exp; (c) $t = 36$ min of fire exposure

图 9. $200 \times 100 \times 8$ 箱形钢柱破坏路径与 P-M (简化) 曲线对比: (a) 钢柱受火时间 $t = 15$ min; (b) 钢柱受火时间 $t = 33$ min; (c) 钢柱受火时间 $t = 36$ min

(3) 本文采用的简化 P-M 曲线能很好的预测不均匀升温下的 P-M 曲线，并且偏于保守。

参考文献 (References)

- [1] Ikeda, K. and Sekizawa, A. (2005) Collapse mechanism of the windsor building by fire in madrid and the plan for its demolition process. *Proceedings of the International Workshop on Emergency Response and Rescue*, **56**, 45-47.
- [2] Usmani, A.S. (2005) Stability of the world trade center twin towers structural frame in multiple floor fires. *Journal of Engineering Mechanics*, **131**, 654-657.
- [3] Kodur, V.K.R. and Dwaikat, M.M.S. (2009) Response of steel beam-columns exposed to fire. *Engineering Structures*, **31**, 369-379.
- [4] AISC (2005) Steel construction manual. 13th Edition, American Institute of Steel construction, Inc., Chicago.
- [5] European Committee for Standardization (2005) Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-2: General rules-structural fire design, EN 1993-1-2. European Committee for Standardization, Brussels.
- [6] Knobloch, M., Somaini, D., Pauli, J., et al. (2012) Numerical analysis and comparative study of the cross-sectional capacity of structural steel members in fire. *Journal of Structural Fire Engineering*, **3**, 19-36.
- [7] Burgess, I.W., El-Rimawi, J.A. and Plank, R.J. (1990) Analysis of beams with non-uniform temperature profile due to fire exposure. *Journal of Constructional Steel Research*, **16**, 169-192.
- [8] Takagi, J. and Deierlein, G.G. (2007) Strength design criteria for steel members at elevated temperatures. *Journal of Constructional Steel Research*, **63**, 1036-1050.
- [9] Garlock, M.E. and Quiel, S.E. (2008) Plastic axial load and moment interaction curves for fire-exposed steel sections with thermal gradients. *Journal of Structural Engineering*, **134**, 874-880.
- [10] Garlock, M.M. and Quiel, S.E. (2007) The behavior of steel perimeter columns in a high-rise building under fire. *Engineering Journal-American Institute of Steel Construction Inc*, **44**, 359-372.
- [11] Dwaikat, M. and Kodur, V. (2010) A simplified approach for evaluating plastic axial and moment capacity curves for beam-columns with non-uniform thermal gradients. *Engineering Structures*, **32**, 1423-1436.