

# A Double Station Time Difference Location Method Based on Function Relationship between Phase Shift and Doppler Shift

Tao Yu

Shanghai Research Institute of Microwave Equipment, Shanghai  
Email: 18001648180@163.com

Received: Nov. 21<sup>st</sup>, 2013; revised: Dec. 6<sup>th</sup>, 2013; accepted: Dec. 16<sup>th</sup>, 2013

Copyright © 2013 Tao Yu. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. In accordance of the Creative Commons Attribution License all Copyrights © 2013 are reserved for Hans and the owner of the intellectual property Tao Yu. All Copyright © 2013 are guarded by law and by Hans as a guardian.

**Abstract:** This paper presents a location algorithm which can help to improve existing performance of multistation time difference location based on the function relationship among phase shift, Doppler shift and time difference. New method uses the relationship between phase difference and time difference based on the function transforms from Doppler shift into phase shift. Finally, the ranging formula that only can apply to airborne platform can be translated into the double station time difference location method which is not associated with the motion state of detection platform. As compared to existing three stations time difference location method in two-dimension plane, the double station time difference location method can heighten measurement accuracy and avoid the time difference ambiguity introduced by high PRF signal. At the same time, it also has the characteristics that the time reference between two major base stations can be deranged, and that looking for the building position of base station is more convenient. Simulation result proves the availability of the algorithm.

**Keywords:** Multistation Time Difference Location; Phase Difference Location; Doppler Location; Ranging; Airborne Passive Location

## 一种基于相频函数关系的双基时差定位方法

郁 涛

上海微波设备研究所, 上海  
Email: 18001648180@163.com

收稿日期: 2013 年 11 月 21 日; 修回日期: 2013 年 12 月 6 日; 录用日期: 2013 年 12 月 16 日

**摘 要:** 基于相、频、时三者之间的函数关系, 提出了一种有助于改善现有多站时差无源定位性能的定位算法。相对于现有的平面三站时差定位方法, 这种先通过频移到相差的函数变换, 再利用相差和时差间的关系, 将原先仅能用于机载的测距公式转化为与探测平台运动状态无关的双基时差定位方法具有更高的测量精度, 避免了对高重频信号测量的定位解模糊, 同时相距较远的两主基站间的时间基准可以要求不同步, 这无疑有利于站址的选择。仿真结果验证了该算法的有效性。

**关键词:** 多站时差定位; 相差定位; 多普勒定位; 测距; 机载无源定位

### 1. 引言

根据现有的多站时差定位的误差分析理论, 为了

获得较高的时差定位精度, 时差定位系统的站间的基线长度必须足够的长, 一般需要大于十几公里, 由此,

现有的多站时差测量系统存有如下缺陷<sup>[1-3]</sup>:

1) 理论上增加基线长度可以提高测量精度,但实际上如基线太长,对高重频信号而言就将产生时差测量模糊。

2) 理论上增加站点可以提高测量精度,实际上仅通过简单的数据融合所能达到结果并不理想。

3) 寻址困难,对于平面定位测量至少需要三个相距数十公里的站址,在实际工程上,时差定位系统的布站寻址往往是一件较为困难的任务。

本文利用相移、频移和时差三者之间的函数关系所导出的一种双基时差无源定位技术将能有效解决这些问题。已有的研究已证明,基于相移与频移间的函数关系<sup>[4]</sup>,可以将基于多普勒原理所推导得到的机载无源测距公式转化为仅基于相差测量的无源定位测距公式<sup>[5]</sup>。本文在此基础上,首先,在相差-频移测量方式的转换之后,基于相差测距解与探测平台自身运动速度无关的特性,将机载多普勒-相差测距公式拓展为不受平台运动状态限制的双站相差无源定位公式。然后,进一步利用相差与时差之间的函数关系,将基于相差测量的测距公式转化为基于时差测量的测距公式。由此,得到了一种双基时差无源定位算法。双基时差无源定位系统由两个相隔数十公里的主基站组成,每个基站包含两个相距几十到几百米的探测子站。

## 2. 机载多普勒-相差测距方法

### 2.1. 多普勒频移的相移检测

如图1所示,设在机载测量平台上安置有一个单基线两单元天线阵列,阵列的间距为 $d$ ,且基线的方向和载机的轴线平行。利用相位干涉仪对任意运动状

态目标进行无源探测,如对应于每个径向距离 $r_i$ ,鉴相单元所测得的相移是 $\phi_i$ ,则有基于相移测量的距离公式:

$$r_i = \lambda \left( n_i + \frac{\phi_i}{2\pi} \right), (i=1,2) \quad (1)$$

式中: $\lambda$ 为波长; $n_i$ 为波长整周数。

进一步根据相移-距离关系(1),即能得到在形式上与时差定位方程完全相类似的相差定位方程:

$$\Delta r = r_1 - r_2 = \lambda \left( n_1 - n_2 + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2\pi} \right) = \lambda \left( \Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) \quad (2)$$

式中: $\Delta r$ 为程差; $\Delta n = n_1 - n_2$ 是程差所包含的波长整周数; $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ 为两阵元之间的相位差。

根据电波近似平行入射的假设所得到的相移干涉测向公式为:

$$\sin \theta \approx \frac{\Delta r}{d} = \frac{\lambda}{d} \left( \Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) \quad (3)$$

式中: $\theta$ 为目标到达角; $d$ 为相位干涉仪的短基线长度。

又,对于固定或低速运动目标 $T$ ,由接收阵列所接收到的多普勒频移为:

$$\lambda f_d = -v \cos \beta \quad (4)$$

式中: $f_d$ 是多普勒频移; $v$ 是载机的飞行速度; $\beta = 90^\circ - \theta$ 为前置角。

将基于相差检测的前置角余弦代入多普勒频移式(4),即能得到基于相位差测量的多普勒频移计算公式:

$$f_d = -\frac{v}{d} \left( \Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) \quad (5)$$

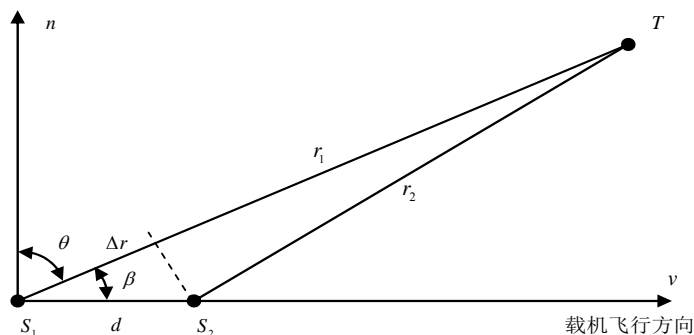


Figure 1. Single baseline array on airborne platform  
图1. 机载单基线阵列

### 2.2. 基于角度变化率的多普勒测距公式

通过微分变形的方式，用前置角的正弦变化率来表示多普勒频移：

$$\lambda f_{d1} = -\frac{v}{\omega} \frac{d \sin \beta}{dt} \quad (6)$$

其中： $\omega$  为角速度。

如将来自目标的入射信号视为平行波，则根据图 1 示的几何关系，近似有：

$$\sin \beta \approx \sqrt{d^2 - \Delta r^2} / d$$

又因有： $\dot{r}_i = v_{ri} = \lambda f_{di}$ ，故可得：

$$\lambda f_{d1} = -\frac{v}{\omega} \frac{d \sin \beta}{dt} = -\frac{v}{\omega} \frac{\Delta r}{d} \frac{\lambda \Delta f_d}{\sqrt{d^2 - \Delta r^2}} \quad (7)$$

式中： $\Delta f_d = f_{d2} - f_{d1}$  为频差。

利用三角函数和多普勒频移方程，通过整理，上式可被简化为：

$$\omega d \sin \beta = \lambda \Delta f_d \quad (8)$$

取  $\omega = v_i / r_1$ ，代入后即可得基于多普勒频移的机载测距公式：

$$r_1 = \frac{dv_i \sin \beta}{\lambda \Delta f_d} \approx \frac{d \left[ v^2 - (\lambda f_{d1})^2 \right]}{\lambda v \Delta f_d} \quad (9)$$

### 2.3. 机载相差测距

先将前一节基于机载单站短基线推导得到的多

普勒测距公式扩展到长基线，如图 2 所示，设载机沿直线从探测点 A 经过探测点 B 匀速飞行，直接套用式 (9)，并经简单的模拟验证，历经飞行距离  $D$  之后的多普勒测距公式可表示为：

$$r_1 \approx \frac{D \left[ v^2 - (\lambda f_{d1})^2 \right]}{\lambda v (f_{d3} - f_{d1})} \quad (10)$$

此时，载机的当前距离为：

$$r_3 = \sqrt{r_1^2 + D^2 - 2Dr_1 \cos \beta} \quad (11)$$

在载机沿直线从探测点 A 经过探测点 B 匀速飞行时，设机载站所安置的相位干涉仪已通过利用现有的相位解缠方法，获得了波长整周数差值  $\Delta n_i = n_i - n_{i+1}$  和相差  $\Delta \phi_i = \phi_i - \phi_{i+1}$ ，由机载短基线相位干涉仪所获得的频移分别是：

$$f_{d1} = -\frac{v}{d} \left( \Delta n_{12} + \frac{\Delta \phi_{12}}{2\pi} \right) \quad (12)$$

$$f_{d3} = -\frac{v}{d} \left( \Delta n_{34} + \frac{\Delta \phi_{34}}{2\pi} \right) \quad (13)$$

两探测点间的多普勒频差：

$$\Delta f_d = f_{d3} - f_{d1} = \frac{v}{d} \left[ \left( \Delta n_{12} + \frac{\Delta \phi_{12}}{2\pi} \right) - \left( \Delta n_{34} + \frac{\Delta \phi_{34}}{2\pi} \right) \right] \quad (14)$$

此时，将基于相差检测的频差和频移表示式代入机载多普勒测距式(10)，即可得已经与飞行速度无关的机载相差测距式：

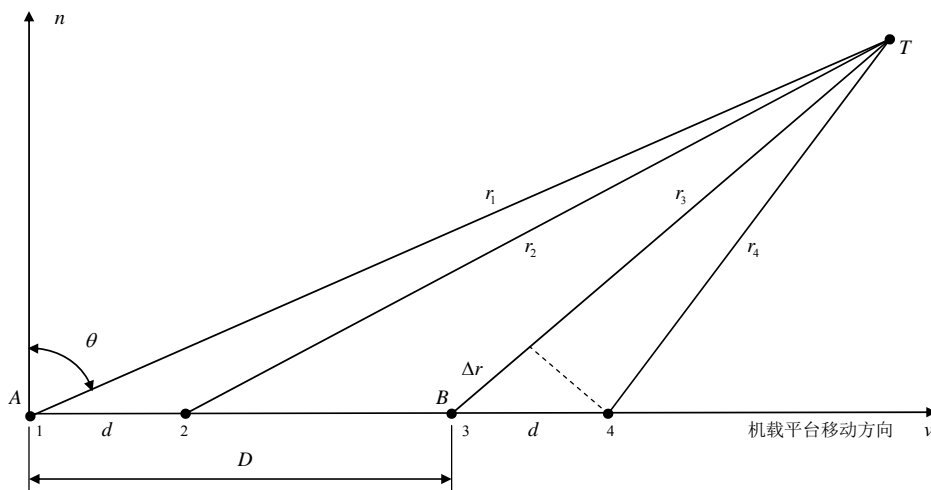


Figure 2. Airborne ranging based on Doppler and phase-difference measuring  
图 2. 机载多普勒-相差测距

$$r_1 = \frac{dD \left[ 1 - \left( \frac{\lambda}{d} \right)^2 \left( \Delta n_{12} + \frac{\Delta \phi_{12}}{2\pi} \right)^2 \right]}{\lambda \left[ (\Delta n_{12} - \Delta n_{34}) + \frac{(\Delta \phi_{12} - \Delta \phi_{34})}{2\pi} \right]} \quad (15)$$

由此，基于相移与频移间的函数关系，按多普勒原理所推导得到的无源定位公式即可被直接转化为基于相差测量的无源定位公式。如在两个探测位置处，同时存有同向直线运动的探测平台，则根据导出的公式即可实现双机实时相差无源测距。

### 2.4. 双基相差测距式的修正

目前的模拟计算还表明，若将多普勒-相差测距式的分子中的第一站点的频移或相差项，更换为第二

站点的频移或相差量，则测距公式的计算准确性将会更好：

$$r_1 = \frac{dD \left[ 1 - \left( \frac{\lambda}{d} \right)^2 \left( \Delta n_{34} + \frac{\Delta \phi_{34}}{2\pi} \right)^2 \right]}{\lambda \left[ (\Delta n_{12} - \Delta n_{34}) + \frac{(\Delta \phi_{12} - \Delta \phi_{34})}{2\pi} \right]} \quad (16)$$

### 2.5. 双基相差测距式的特性

如仅从多普勒理论出发，则对于运动平台对运动目标的无源探测，不仅必须知道探测平台的运动速度，而且更应获得目标的运动速度，这在大多数情况下，为实现实时探测，工程设计都是复杂和困难的。和仅能用于空基平台的多普勒无源测距方法不同，基于相差方程导出的测距严格解是与探测平台和目标

速度都无关的<sup>[6-7]</sup>，所以理论上可以用于任何探测平台。但和速度无关的相差定位严格解，尽管从数学模型上适用于动对动探测，但在物理应用层面，并不能直接解决长基线的相位解缠问题。

基于多普勒频移 - 相移函数关系，通过相频转换后所得到的相差测距解，不仅因与速度无关而能被拓展到任意探测平台，而且还能有效避免长基线相位解缠问题。

## 3. 基于时差测量的双基定位方法

### 3.1. 时差与相差的关系

将时差定位方程：

$$\Delta r = r_1 - r_2 = v_c \Delta t \quad (17)$$

式中： $v_c$  为光速； $\Delta t$  为时差。

和相差定位方程(2)联解，即可得到基于相差检测的时差测算式：

$$\Delta t = \frac{\lambda}{v_c} \left( \Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) \quad (18)$$

### 3.2. 基于时差的双基测距式

如将时差与相差的关系代入式(16)，有：

$$r_1 = \frac{dD \left[ 1 - \left( \frac{v_c \Delta t_{34}}{d} \right)^2 \right]}{v_c [\Delta t_{12} - \Delta t_{34}]} \quad (19)$$

对经相 - 时转换所得到的时差测距公式进行分析，可得到如图 3 所示的、按直线排布时的双基四站

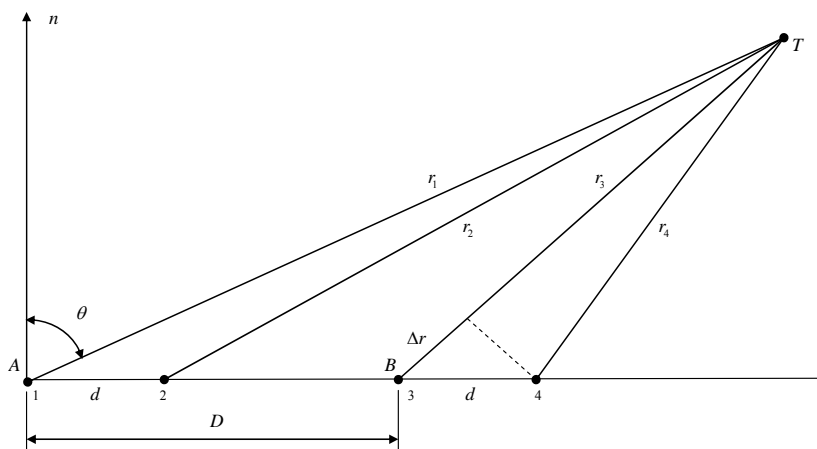


Figure 3. Schematic diagram when two arrays with four station are linear arrangement  
图 3. 双基四站直线排布时的示意图

时差无源定位系统的示意图。

### 3.3. 模拟验证

根据图 3 所示的几何关系, 预先设定径向距离  $r_1$ 、基站内两探测站之间的基线长度  $d$ 、两基站距离  $D$ , 并使到达角在规定的范围内  $[0, 90^\circ]$  线性变化, 随后由三角函数关系依次解出其余的径向距离和前置角。

在此基础上, 计算出时差的理论值:

$$\Delta t_{ij} = \frac{r_i - r_j}{v_c} \quad (20)$$

将其代入双基时差测距公式(19), 并将计算结果和理论值比较得到相对计算误差:

$$\varepsilon = \frac{|r - r_a|}{r} \times 100\% \quad (21)$$

其中: 下标  $a$  表示测算解。

图 4 给出了不同站间距离时的相对计算误差曲线, 从中可以看到相对计算误差与基站的站间距离成正比。模拟计算表明, 相对计算误差主要与基站的站间距离相关, 基站内两探测站间的基线长度对相对计算误差影响较小。测算所用的基本参数都已标注在曲线图中。

## 4. 误差分析

### 4.1. 误差方程

用全微分方法分析由时差测量误差所产生的测

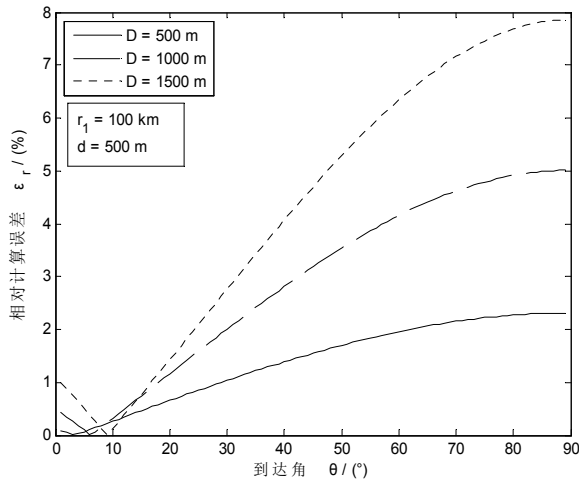


Figure 4. The relative calculation error for different distance between the stations  
图 4. 不同基站间距离时的相对计算误差

距误差, 忽略间距  $D$  等因数产生的测量误差, 有:

$$dr = \frac{\partial r}{\partial \Delta t_{12}} d\Delta t + \frac{\partial r}{\partial \Delta t_{34}} d\Delta t \quad (22)$$

$$\text{设: } P = 1 - \left( \frac{v_c \Delta t_{34}}{d} \right)^2 \quad Q = \Delta t_{12} - \Delta t_{34}$$

$$\text{即有: } r_1 = \frac{dD}{v_c} \frac{P}{Q}$$

距离对各时差的微分是:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial \Delta t_{12}} &= \frac{dD}{v_c Q^2} \left( Q \frac{\partial P}{\partial \Delta t_{12}} - P \frac{\partial Q}{\partial \Delta t_{12}} \right) \\ &= \frac{1}{Q} \left( \frac{dD}{v_c} \frac{\partial P}{\partial \Delta t_{12}} - r_1 \frac{\partial Q}{\partial \Delta t_{12}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial \Delta t_{34}} &= \frac{dD}{v_c Q^2} \left( Q \frac{\partial P}{\partial \Delta t_{34}} - P \frac{\partial Q}{\partial \Delta t_{34}} \right) \\ &= \frac{1}{Q} \left( \frac{dD}{v_c} \frac{\partial P}{\partial \Delta t_{34}} - r_1 \frac{\partial Q}{\partial \Delta t_{34}} \right) \end{aligned}$$

$$\text{其中: } \frac{\partial P}{\partial \Delta t_{12}} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \Delta t_{34}} = -2\Delta t_{34} \left( \frac{v_c}{d} \right)^2, \quad \frac{\partial Q}{\partial \Delta t_{12}} = 1, \quad \frac{\partial Q}{\partial \Delta t_{34}} = -1.$$

当各观察量的误差都是零均值, 相互独立而标准差为  $\sigma_\phi$  时, 相对测距误差公式为:

$$\left| \frac{dr}{r} \right| = \frac{\sigma_t}{r} \left( \left| \frac{\partial r}{\partial \Delta t_{12}} \right| + \left| \frac{\partial r}{\partial \Delta t_{34}} \right| \right) \quad (23)$$

其中:  $\sigma_t = 100 \text{ ns}$  为时差测量误差的均方根值。

图 5 给出了不同探测站间距离时的相对测量误差

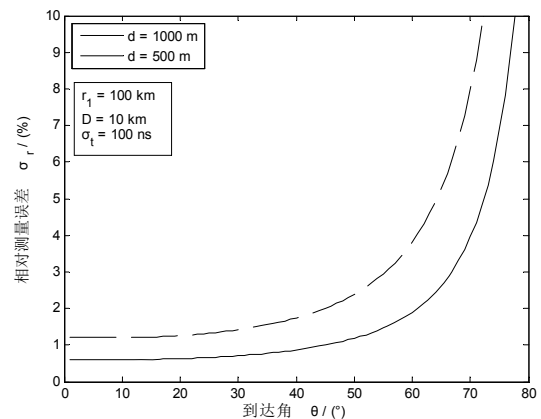


Figure 5. Relative measurement error curve for different distance between the stations  
图 5. 不同站间距离时的相对测量误差曲线

曲线，显然，间距越大相对测量误差就越小，当基站基线长为 10 km 时，探测站间距大于 500 m，即可使在  $\pm 60^\circ$  到达角内的相对测量误差小于 5%R。

#### 4.2. 最小长度应用问题

根据基本的数学知识，当  $d = D$  时， $dD$  之积为最大，此时的测量误差曲线如图 6 所示，当基站内的子阵基线和双基站之间的基线都为 3 公里时，在到达角小于  $60^\circ$  的范围内，利用双基时差定位系统即可获得满足技术要求的测量精度。此时定位系统总的基线长度仅为 6 公里。

### 5. 结语

本文仅给出了当基站内的两子站间基线方向与双基站间的基线方向一致且重合时的测距计算式，两子站任意布站时的测距计算问题还有待进一步分析。双基四站时差定位系统具有如下优点：

1) 相距较远的两主基站间的时间基准可不同步。

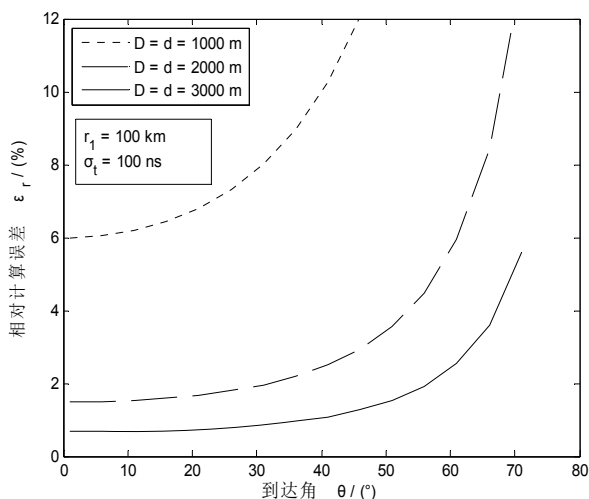


Figure 6. Relative measurement error when the total baseline length is the shortest  
图 6. 最小总基线时的相对测量误差

定位测算所用的时差仪和每个基站内两个探测站相关，因时差的检测仅是一个相对值，所以时差的测量精度仅和每个基站内的两个探测站间的时间基准相关。

2) 因每个基站内的两探测站间的距离可控制在几公里之内，这从系统设计上可有效消除队高频信号测量的定位模糊性。

3) 比现有的平面三站时差定位具有更高的测量精度，误差分析时，时差测量精度可放宽到 100~200 ns。与在一个可探测系统基础上再额外增加若干个站点的做法不同，双基系统自然而然的融合了四个测量站，从增加测量站能够提高定位精度的基本概念出发，平面双基时差定位系统比平面三站时差定位系统增加了一个站点，因此，测量精度的提高是合理的。

4) 寻址建站相对更灵活，仅需两处具有数百米长的平地即可构建系统。因测量精度同时和两基站和两探测站之间的距离都相关，故在两基站之间的距离较远，且时差测量误差能得到有效控制的情况下，基站内两探测站的距离可缩减至几十米。

### 参考文献 (References)

- [1] 刘月华 (2003) 时差定位无源雷达的系统设计. 南京理工大学, 南京.
- [2] 江翔 (2008) 无源时差定位技术及应用研究. 电子科技大学, 成都.
- [3] 敖伟 (2009) 无源定位方法及其精度研究. 电子科技大学, 成都.
- [4] Yu, T. (2012) Airborne passive location method based on Doppler-phase interference measurement. InTech Publisher, Chapter 7, 133-168.
- [5] Yu, T. (2012) Airborne passive location method based on Doppler-phase difference measuring. *Advanced in Mathematical and Computational Methods*, **3**, 85-91.
- [6] 郁涛 (2012) 基于基线扩展的相差定位. *中国电子科学研究院学报*, **6**, 650-654.
- [7] 郁涛 (2012) 一维双基线相位干涉测向公式的准确解. *天线学报*, **1**, 8-11.