

Image Denoising by Zernike-Moment-Similarity Collaborative Filtering*

Xiuchun Xiao^{1,2}, Jianhuang Lai¹

¹School of Information Science and Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou

²College of Information, Guangdong Ocean University, Zhanjiang

Email: stsljh@mail.sysu.edu.cn, springxxc@163.com

Received: Oct. 22nd, 2012; revised: Nov. 6th, 2012; accepted: Nov. 15th, 2012

Abstract: Because similarity function defined in non-local means filter is subject to image noise, it cannot robustly represent the real similarity between pixels. Zernike moments are good statistics of the pixels in image patch, and have rotation-invariant feature, so they can be utilized to describe image feature while resistance to noise. In this paper, Zernike-moment-similarity is defined according to the difference of Zernike moments instead of pixel intensity, and then the intensity of the processed pixel is estimated by weighting the intensities of the local window according to the collaborative Zernike-moment-similarity. Simulation experiment results and analysis demonstrate that the presented algorithm can achieve better performance and higher PSNR than the current algorithms which directly adopting intensity difference as its similarity function.

Keywords: Image Denoising; Multilateral Filtering; Non-Local Means Filtering; Similarity Measure; Zernike Moments

基于 Zernike 矩相似度联合的图像滤波*

肖秀春^{1,2}, 赖剑煌¹

¹中山大学信息科学与技术学院, 广州

²广东海洋大学信息学院, 湛江

Email: stsljh@mail.sysu.edu.cn, springxxc@163.com

收稿日期: 2012 年 10 月 22 日; 修回日期: 2012 年 11 月 6 日; 录用日期: 2012 年 11 月 15 日

摘要: 非局域均值滤波(non-local means filtering, NLMF)采用图像块间灰度差测度像素间相似性, 由于灰度差易受噪声影响, 这种相似性测度缺乏鲁棒性。图像块的 Zernike 矩是块内像素灰度的统计量, 且具有旋转无关特性, 能在抑制噪声的情况下较好地描述图像块特征。由图像块的各阶 Zernike 矩差代替灰度差可定义 Zernike 矩相似度; 联合各阶 Zernike 矩相似度经加权平均可估计出所处理像素的灰度。仿真实验及分析表明文中算法相比直接采用灰度差定义相似度的算法, 能更好地去除噪声, 获得更高的峰值信噪比(PSNR)。

关键词: 图像去噪; 多边滤波; 非局域均值滤波; 相似性测度; Zernike 矩

1. 引言

受拍摄对象的相对运动、所处光学环境以及摄取设备精度等条件的限制, 数字图像在获取过程中不可避免地会导致噪声的产生^[1]。然而, 与图像分析相关的诸多应用如图像分割、图像检索、边缘提取等, 通

常需要去除噪声的影响以获得更为鲁棒的分析效果^[2]。因此, 为了尽可能减少噪声对于后续图像分析的影响, 探索有效的图像去噪方法成为图像处理研究中的重要课题。

图像双边滤波是一种简单、非迭代、局部的图像去噪算法, 它的思想最早由 Aurich 等^[3]、Smith 等^[4]、

*基金项目: 本文受国家自然科学基金(61173084)资助。

Tomasi 等^[5]分别独立提出。该算法将图像中两像素欧氏距离的高斯函数定义为空间临近度；同时，将两像素灰度差的高斯函数作为其相似性测度。显然，两像素距离越近，其空间临近度越大；灰度差越小，其相似度越高。通过联合空间临近度和像素的相似度可定义权函数，对邻域内像素灰度加权平均估计出所处理像素的灰度。相比均值滤波、高斯滤波、中值滤波等其他传统空间域图像去噪算法，双边滤波能够在较好地保持图像的特征的前提下，更有效地去除噪声^[5]。该算法提出后逐渐受到广泛重视且在图像去噪和 3D Mesh 去噪^[6,7]等方面有较多的应用。但由于其采用受噪声污染的灰度差直接定义相似度，因此鲁棒性尚需改善。近年来，研究人员对该算法理论的思想进行了较深入的研究，提出了一些有效改进，如 Francis 等^[8]，张鑫等^[9]，肖秀春等^[11]分别提出了双边中值滤波、三边滤波、次序统计量双边滤波等。

Buades 等^[10,11]提出的非局域均值滤波是在双边滤波的基础上发展起来的非局域图像去噪算法。它以当前像素为中心，定义大小固定的图像块，采用图像块间灰度差的加权高斯函数测度其中心像素间相似性，然后对邻域内像素灰度加权平均来估计所处理像素的灰度。由于该算法实际利用了图像中的纹理冗余以及结构信息，因此它非常适合于处理纹理图像，且其滤波后的残差图像更接近高斯噪声图像，因而对图像边缘等细节特征损失较少。但是，该算法在以下两个方面不够完善：一方面，该算法直接采用灰度差测度相似性，而灰度差受噪声影响较大，故这种灰度相似性测度的鲁棒性可进一步改善；另一方面，该算法逐像素地计算图像块相似度，存在计算复杂度较高的缺点。Tasdizen^[12]，Orchard 等^[13]分别采用主成分分析和奇异值分解等方法改善了相似度的测度方法，提高了图像滤波效果。Zimmer 等^[14]将图像块相应地作一定角度的旋转，以期获得最佳匹配角度，然后再计算图像块相似度，这种改进能更好地保持图像细节特征。Liu 等^[15]结合 Laplacian 图像金字塔和快速傅立叶变换计算像素之间的相似度，提出了一种鲁棒、快速的实现算法。

文中主要对非局域均值滤波中的相似性测度提出了改进方法。与非局域均值滤波不同的是，文中对像素之间的相似性测度采用 Zernike 矩差而不是直接采用图像块灰度差。由于噪声图像中像素的灰度受到

污染，灰度差为灰度的差分，亦必受到污染，直接采用灰度差定义两个像素的相似性，这种相似性对噪声敏感，而 Zernike 矩为图像中像素灰度统计特性，受噪声影响较小，又能较好描述图像像素灰度特征，因此采用 Zernike 矩差测度像素之间相似性的优点之一就是能较好地抑制噪声影响。文中通过仿真实验表明该算法确实能有效提高去噪性能。

另外，图像的每一个 Zernike 矩都具有旋转不变特性，且都只能描述图像的某些方面的特征，故将其联合起来才能描述图像的整体特征。相应地，将图像的多个 Zernike 矩差定义的各 Zernike 矩相似度联合起来(通过乘积形式)才能更准确地描述像素之间的相似性，同时，该联合的相似度也就具有了旋转不变性，这将有利于准确找到具有相同灰度分布但方向不同的图像块。文中通过仿真实验及分析表明验证了这种特性。

2. 非局域均值滤波理论

众所周知，两像素之间的相似性可以通过某种距离或者联合某些距离来测度，利用高斯函数定义其为权值对邻域内像素的灰度进行加权平均可估计所处理像素的灰度。非局域均值滤波采用图像块之间的灰度差代替双边滤波中单一像素之间的灰度差定义权值，较好地改善了图像滤波的效果。

一般地，对于灰度数字图像，可以设计非局域均值滤波器为，

$$\hat{v}(p) = \frac{\sum_{q \in N_p} w_{nlmean}(p, q) u(q)}{\sum_{q \in N_p} w_{nlmean}(p, q)} \quad (1)$$

由式(1)中 $\hat{v}(p)$ 的定义，可知非局域均值滤波本质是对所处理像素 p 的邻域 N_p 内所有像素 q 之灰度的加权平均。式中， $\hat{v}(p)$ 为该像素滤波后的灰度、即为纯净图像灰度 $v(p)$ 的估计值， N_p 为像素 p 的一定范围邻域， q 为该邻域中的任意像素， $u(q)$ 像素 q 滤波前的灰度， $\sum_{q \in N_p} w_{nlmean}(p, q)$ 为归一化因子， $w_{nlmean}(p, q)$ 为邻域 N_p 内像素 q 在滤波时的权函数，定义为，

$$w_{nlmean}(p, q) = \exp\left[-\frac{1}{2h^2} \varphi(p, q)\right]$$

式中， h 为滤波器参数， $\varphi(p, q)$ 为像素 p 、 q 各自所在图像块中对应像素之间的加权灰度差平方的和值，

定义为:

$$\varphi(p, q) = \sum_{r \in N_p, s \in N_q} \left\{ \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|r - s\|_2^2\right) [u(r) - u(s)]^2 \right\}$$

式中, N_p 、 N_q 分别为以像素 p 、 q 为中心的图像块, 像素 r 、 s 分别位于图像块 N_p 、 N_q 内, 且处于两个图像块中相对应的位置, $\|r - p\|_2$ 为图像块 N_p 中像素 r 与中心像素 p 之间的欧氏距离(注: 也即图像块 N_p 中像素 s 与中心像素 q 之间的欧氏距离), σ 为距离衰减参数; $u(r)$ 、 $u(s)$ 分别为像素 r 、 s 的灰度。

由式(1)中 $\hat{v}(p)$ 的定义, 可知非局域均值滤波本质是对邻域内像素灰度的加权平均。式中直接采用图像块灰度差定义相似度, 但由于灰度受到噪声直接影响, 因此, 这种灰度相似性测度的鲁棒性尚需进一步改善。

3. Zernike 矩相似度联合滤波

如前所述, 直接使用单一像素或图像块的灰度差测度像素之间相似性, 可能导致较严重误差。Zernike 矩在图像描述、识别、检索等方面应用广泛; 图像的 Zernike 矩作为一种统计量, 其受噪声影响小。因此, 可以由像素所在图像块的各阶 Zernike 矩差代替灰度差测度像素之间的相似性, 联合各阶 Zernike 矩相似度可定义邻域内各像素的权值, 通过加权平均实现滤波。

3.1. 图像 Zernike 矩

图像矩是图像的重要特征, 设图像的灰度函数为 $u(x, y)$, 则其 $m + n$ 阶矩 Φ_{mn} 的一般形式为,

$$\Phi_{mn} = \iint_{xy} \Psi_{mn}(x, y) u(x, y) dx dy \quad m, n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

对于数字图像 $u(x, y)$, 式(2)可写为离散形式,

$$A_{mn} = \sum_x \sum_y \Psi_{mn}(x, y) u(x, y) \quad m, n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

式(2)、(3)中, $\Psi_{mn}(x, y)$ 称为矩的核函数或基集。若采用最简单的二元幂多项式 $\Psi_{mn}(x, y) = x^m y^n$ 作为基集定义图像矩 A_{mn} , 称为几何矩。但该基集 $\{x^m y^n\}$ 是完备非正交的, 因此, 几何矩存在信息冗余。为解决信息冗余问题, 可以采用正交多项式定义图像矩。

1934 年, 荷兰物理学家 Zernike 提出了一组定义

在极坐标系下单位圆上的正交完备复多项式集, 其定义为,

$$V_{mn}(x, y) = V_{mn}(r \cos \theta, r \sin \theta) = R_{mn}(r) \cdot \exp(jn\theta)$$

其中, $R_{mn}(r)$ 为正交径向多项式, 定义为,

$$R_{mn}(r) = \sum_{s=0}^{(m-|n|)/2} (-1)^s \frac{(m-s)!}{s! \times \left(\frac{m-2s+|n|}{2}\right)! \left(\frac{m-2s-|n|}{2}\right)!} r^{m-2s}$$

其中, $m = 0, 1, 2, \dots$; $0 \leq |n| \leq m$; 且 $m - |n|$ 为偶数。

由正交复 Zernike 多项式 $V_{mn}(x, y)$ 可定义数字图像 $u(x, y)$ 的 Zernike 矩,

$$\begin{aligned} Z_{mn} &= \frac{n+1}{\pi} \sum_x \sum_y V_{mn}^*(x, y) u(x, y) \quad x^2 + y^2 \leq 1 \\ &= \frac{m+1}{\pi} \sum_r \sum_\theta R_{mn}(r) \cdot \exp(in\theta) \cdot u(r \cos \theta, r \sin \theta) \quad r \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

其中, Z_{mn} 即图像的 m 阶 n 重 Zernike 矩, *表示共轭复数, (r, θ) 为单位圆内像素的直角坐标 (x, y) 对应的极坐标。

由于 Zernike 多项式是单位圆上的正交完备复多项式集, 因此 Zernike 矩具有良好的图像表达能力。另外, 式(4)也表明, Zernike 矩实质为统计特征, 因而具有对噪声不敏感的特性。

3.2. 图像 Zernike 矩相似度联合滤波

前述 Zernike 矩的定义针对整幅图像; 显然, 对于数字图像 $u(x, y)$ 中的图像块, 也可以类似地定义其 m 阶 n 重 Zernike 矩 Z_{mn} ; 另外, 为了叙述方便, 在不至于混淆的情况下, 我们也称 Z_{mn} 为图像块中心像素的 m 阶 n 重 Zernike 矩。

另外, 需要特别指出的是, Zernike 矩定义在单位圆上, 而实际数字图像仅容易得到正方形图像块; 为此, 可以先将正方形图像块映射到边长为 2(注: 单位圆的直径为 2)的正方形内, 然后采用圆盘掩码对该正方形进行剪切得到单位圆, 最后利用式(4)计算 Zernike 矩 Z_{mn} 。为了降低计算量, 文中采用大小为 7×7 的图像块计算像素的各阶 Zernike 矩 Z_{mn} 。类似于双边滤波及非局域均值滤波中像素相似度定义, Zernike 矩相似度 $w_{mn}(p, q)$ 可定义为,

$$w_{mn}(p, q) = \exp\left\{-\frac{1}{h_{mn}^2} \left[|Z_{mn}(q)| - |Z_{mn}(p)|\right]^2\right\} \quad (5)$$

其中, $w_{mn}(p, q)$ 称为像素 p 与 q 之间的 m 阶 n 重 Zernike 矩相似度; Z_{mn} 为 Zernike 矩, $\{Z_{mn}, m = 0, 1, 2, \dots, 0 \leq |n| \leq m, m - |n| \text{ 为偶数}\}$, 即, $\{Z_{mn}\} = \{Z_{00}, Z_{11}, Z_{20}, Z_{22}, \dots\}$; $|Z_{mn}(q)|$ 和 $|Z_{mn}(p)|$ 分别为以像素 q, p 为中心的图像块的 m 阶 n 重 Zernike 矩的模值; h_{mn} 为 m 阶 n 重 Zernike 矩滤波参数, 其取值大小控制各阶 Zernike 矩相似度的贡献, 文中取 $h_{mn} = \kappa \sigma_{mn}$, 其中 σ_{mn} 为图像所有像素的 m 阶 n 重 Zernike 矩的标准差, κ 为根据经验设置的常数。显然, 当各阶 Zernike 矩相似度均较大时, 像素之间灰度的相似性较大。因此, 联合像素各阶 Zernike 矩相似度, 可设计如下滤波器,

$$\hat{v}(p) = \frac{\sum_{q \in N_p} \left\{ \prod_{(m,n) \in \Omega} [w_{mn}(p, q)] \right\} u(q)}{\sum_{q \in N_p} \left\{ \prod_{(m,n) \in \Omega} [w_{mn}(p, q)] \right\}} \quad (6)$$

$$\Omega = \{(m, n) | m = 0, 1, 2, \dots, 0 \leq |n| \leq m, m - |n| \text{ is even}\}$$

由式(6)中 $\hat{v}(p)$ 的定义, 可知新的滤波器仍是对邻域 N_p 内所有像素灰度的加权平均。但其权函数采用图像块的 Zernike 矩差而不是直接采用其灰度差定义。式中, Π 表示连乘运算, Ω 表示 (m, n) 的取值集, 在文中的实际应用中可取 $m = 0, 1, 2, 3$, 因此有 $\Omega = \{(m, n) | (0, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 2), (3, 1), (3, 3)\}$ 。

值得指出的是, 由式(4)可知, 任一图像块旋转角度 α 前后的 Zernike 矩模值 $|Z_{mn}|$ 和 $|Z'_{mn}|$ 之间存在如下关系:

$$|Z'_{mn}| = |Z_{mn} \cdot \exp(-in\alpha)| = |Z_{mn}|$$

前式表明, 图像块旋转前后其 Zernike 矩的模值不变, 即图像 Zernike 矩具有旋转不变性^[16], 这一特性非常有用。

3.3. 灰度相似性测度准确性对比

双边滤波、非局域均值滤波等空间域滤波算法依据像素之间的相似度确定其加权权值, 因此, 相似性测度的准确性决定了其滤波性能。非局域均值滤波采用像素所在图像块灰度差测度像素间的相似性, 由于噪声的影响, 所计算的相似性难以准确地测度像素之

间的相似程度。另一方面, 图像块的各阶 Zernike 矩为块内像素灰度的统计特性, 这在一定程度上抑制了噪声的影响, 因而采用图像块各阶 Zernike 矩差代替图像块的灰度差测度其灰度相似性, 具有较低噪声敏感性。

为了验证文中算法相对传统非局域均值滤波能具有更良好的相似性, 我们设计了图 1(a)所示三幅人工图像。这三幅人工图像分别代表了图像中存在曲线边、直线边和反转曲线边的情况, 用来测试两种算法在各种情况下的准确性及鲁棒性。图 1(b)为对应添加高斯白噪声图像。分别应用非局域均值滤波和文中算法对图 1(a)、(b)中各红色标记像素计算其与其他像素之间的相似度(为便于显示, 将计算得到的相似度值按比例变换到 0~255 之间, 相似度高则显示为白色)。

图 1(c)、(d)为采用非局域均值滤波算法时测度的相似度分布, (e)、(f)为采用文中算法测度的对应相似度分布。观察对比无噪声情况下的两种算法的测度结果即图 1(c)、(e)可知, 非局域均值滤波仅能检测到在同一直线上的“边”像素, 而文中算法能更准确地检测到图像中所有与其相似的“边”像素。进一步地, 观察对比噪声情况下的测度结果对比即图 1(d)、(f)可知, 非局域均值滤波算法计算的相似度呈现大片区域显示为泛白区域(见图 1(d)), 而文中算法在噪声情况下仍能检测出与标记点相似的所有“边”像素。这表明, 文中算法相比非局域均值滤波能更为鲁棒地测度像素之间的相似度。

4. 实验及分析

为了进一步比较探讨文中算法对实际图像的滤波性能, 采用标准测试图像中添加一定的高斯白噪声作为实验噪声图像, 噪声模型定义为,

$$u = v + \mu \quad (7)$$

其中, u 为噪声图像灰度矩阵, v 为标准测试图像灰度矩阵, μ 为零均值、方差为 σ_n^2 的高斯白噪声, 标准差 σ_n 的不同取值代表了不同强度噪声。

另外, 可采用峰值信噪比(PSNR)作为对算法滤波性能的定量评价准则, 峰值信噪比定义为,

$$\text{PSNR} = 10 \times \lg \frac{255^2}{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\hat{v}_{i,j} - v_{i,j})^2} \quad (\text{dB})$$

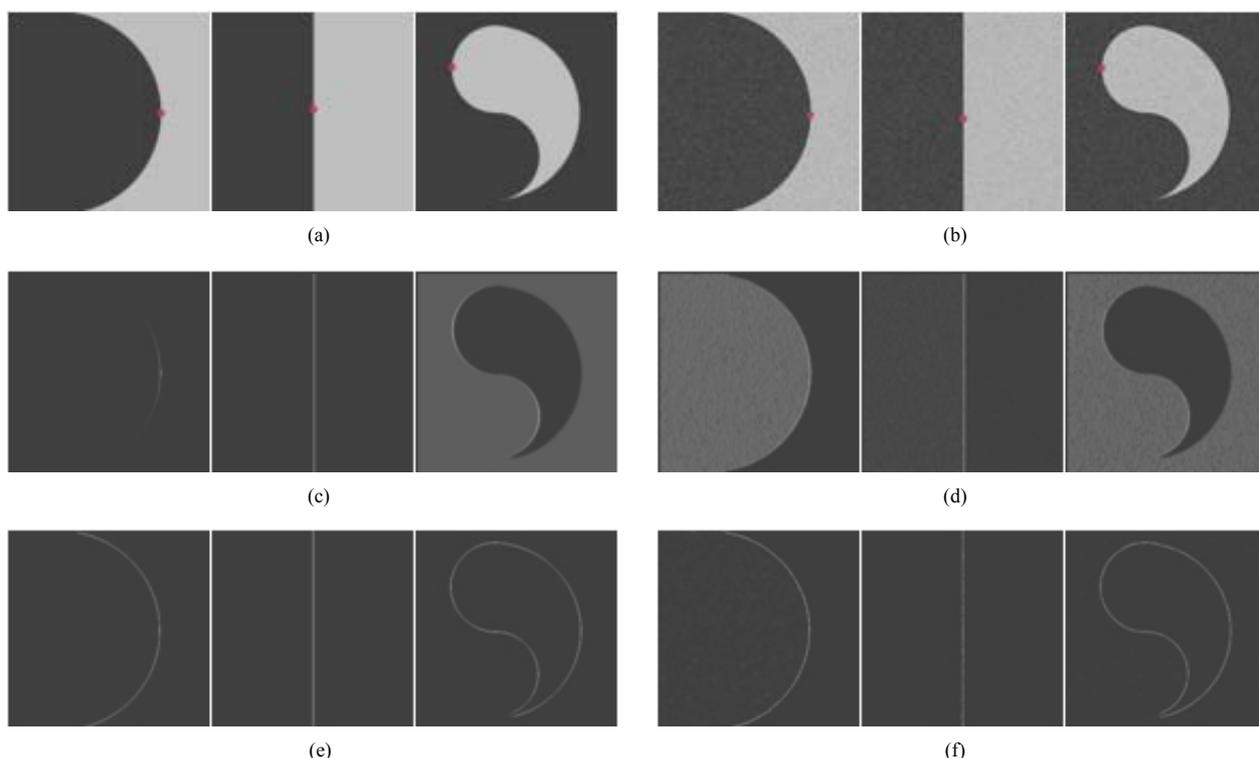


Figure 1. Comparison of the similarity distribution used to the label pixel in the clean/noisy images: (a), (b) Clean/noisy images with label pixel; (c), (d) Similarity measure results of non-local means; (e), (f) Similarity measure results of the proposed algorithm
 图 1. 在无噪/加噪情况下对标记点测度的相似度分布对比: (a)、(b) 无噪/加噪图像; (c)、(d) NLMMeans 算法的相似度测度结果; (e)、(f) 文中算法的相似度测度结果

其中, v 的定义与式(7)相同, \hat{v} 为滤波结果图像, M 和 N 分别为图像矩阵的行数和列数。

我们在不同噪声水平下应用双边滤波(BF)、非局域均值滤波(NLMF)、基于次序统计量相似度的双边滤波(OSSBF)和文中算法对实验噪声图像进行去噪处理, 然后对去噪结果图像(图 2)及其峰值信噪比数据(表 1)进行对比和分析。值得指出的是, 在本节仿真实验中, 各算法的搜索邻域窗口均取为 21×21 的图像块; 非局域均值滤波和文中算法采用大小为 7×7 的图像块计算图像块相似度或各阶 Zernike 矩; 双边滤波^[5]的滤波参数(参数定义可参见文献[5])分别为 $\sigma_r = 25$ 和 $\sigma_d = 3$; 非局域均值滤波^[11]参数分别为 $\sigma = \sigma_n$ (其中 σ_n 为噪声强度)和 $h = 3$, 基于次序统计量的双边滤波^[1]的参数(参数定义可参见文献[11])分别 $\sigma_r = 20$ 和 $\sigma_d = 5$, 文中算法滤波器参数为 $h_{mn} = 1.5$ 。

图 2(a)为带高斯白噪声标准方差 $\sigma_n = 20$ 的 Lena、Peppers、Boat 标准测试噪声图像; 图 2(b)~(e)显示了采用前述各算法对噪声灰度标准图像进行滤波后的

图像结果对比。仔细观察和对比图 2(b)~(e)中图像去噪结果, 可以看到, 图 2(e)所展示的基于 Zernike 矩相似度联合的图像滤波算法对三种测试图像效果均较好。

为进一步定量地比较文中算法的滤波特性, 我们在不同噪声水平下应用双边滤波(BF)、非局域均值滤波(NLMF)、基于次序统计量相似度的双边滤波(OSSBF)和文中算法测试了大量标准测试图像滤波后的峰值信噪比(PSNR), 但限于文章篇幅, 我们仅给出对部分最常用的标准测试图像的 PSNR 结果的对比数据如表 1 所示(表示将性能最好的两种算法 PSNR 值用加粗的形式给出)。对比和分析表 1 中定量评价指标 PSNR 数据可知, 文中算法相比其他滤波算法在不同噪声水平中大都获得了较高的峰值信噪比。

5. 讨论与结论

通常, 空间域图像滤波本质是对局部邻域内的像素灰度进行加权平均来估计当前像素灰度。一般地, 我们期望与当前像素灰度的理想值相近(文中称为相

基于 Zernike 矩相似度联合的图像滤波



Figure 2. Comparison of restoration results for different standard test images with $\sigma_n = 20$ of Gaussian white noise: (a) Noisy images; (b) Bilateral filtering; (c) Non-local means; (d) Order statistical based bilateral filtering; (e) Proposed algorithm
 图 2. 对高斯白噪声 $\sigma_n = 20$ 的标准测试图像 Lena、Peppers、Boat 的滤波结果对比: (a) 噪声图像; (b) 双边滤波; (c) 非局域均值滤波; (d) 次序统计量相似度双边滤波; (e) 文中算法

Table 1. Comparison of restoration results in the PSNR for different standard test images with different density Gaussian noise
表 1. 对不同标准测试图像在不同噪声水平下的峰值信噪比

输入图像	噪声水平 σ_n	峰值信噪比(dB)			
		BF	NLMF	OSSBF	Proposed
Lena (512 × 512)	10	32.83	34.78	31.59	34.69
	20	27.34	31.40	30.94	31.42
	30	22.10	29.29	29.84	29.63
	40	18.60	27.71	28.27	28.31
Peppers (512 × 512)	10	33.19	34.17	31.87	34.05
	20	26.16	31.40	31.08	31.38
	30	21.16	29.27	29.68	29.57
	40	17.98	27.60	28.01	28.02
House (512 × 512)	10	34.79	37.36	35.39	37.70
	20	28.04	34.28	34.33	35.48
	30	22.43	31.90	32.51	32.73
	40	18.82	30.30	30.17	29.86
Boat (512 × 512)	10	31.06	32.62	28.55	32.29
	20	26.75	29.19	28.18	29.83
	30	21.92	27.60	27.42	27.51
	40	18.50	25.47	26.37	25.61

似)的灰度获得较大的权值。传统的去噪算法如双边滤波、非局域均值滤波直接采用受噪声污染的像素灰度计算像素之间的相似性，这种相似性测度缺乏鲁棒性。图像块的 Zernike 矩是块内像素灰度的统计量，能在抑制噪声的情况下较好地描述图像块特征。从而，可由图像块的各阶 Zernike 矩差代替灰度差定义 Zernike 矩相似度；联合各阶 Zernike 矩相似度测度像素之间的相似性将具有更好的鲁棒性，图 1 展示的仿真实验验证了这一点。最后，通过文中算法与相关算法对标准测试图像去噪前后视觉效果和 PSNR 数据对比，证实文中算法具有良好的视觉效果和较高峰值性噪比。

参考文献 (References)

[1] 肖秀春, 彭群生, 卢晓敏等. 基于次序统计量像素灰度相似度的图像双边滤波[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(7): 1232-1237.
 [2] 蔡泽民, 赖剑煌. 一种基于超完备字典学习的图像去噪方法[J]. 电子学报, 2009, 37(2): 347-350.
 [3] V. Aurich, J. Weule. Non-linear gaussian filters performing edge preserving diffusion. Proceedings of the DAGM Symposium, London, 1995: 538-545.
 [4] S. M. Smith, J. M. Brady. SUSAN—A new approach to low level image processing. International Journal of Computer Vision, 1997, 23(1): 45-78.
 [5] C. Tomasi, R. Manduchi. Bilateral filtering for gray and color

images. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Computer Vision, Bombay, 1998: 839-846.
 [6] S. Fleishman, I. Drori and D. Cohen-Or. Bilateral mesh denoising. ACM Transactions on Graphics, 2003, 22(3): 950-953.
 [7] H. Fan, Y. Yu and Q. Peng. Robust feature-preserving mesh denoising based on consistent subneighborhoods. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2010, 16(2): 312-324.
 [8] J. J. Francis, J. G. De. The bilateral median filter. Transactions of the South Africa Institute of Electrical Engineers, 2005, 96(2): 106-111.
 [9] 张鑫, 王章野, 范涵奇等. 保特征的三维模型的三边滤波去噪算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2009, 21(7): 936-942.
 [10] A. Buades, B. Coll and N. Morel. A review of image denoising algorithms, with a new one. Multiscale Modeling and Simulation, 2005, 4(2): 490-530.
 [11] A. Buades, B. Coll and J. M. Morel. A non-local algorithm for image denoising. Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Washington, 2005: 60-65.
 [12] T. Tasdizen. Principal neighborhood dictionaries for non-local means image denoising. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(12): 2649-2660.
 [13] J. Orchard, M. Ebrahimi and A. Wong. Efficient nonlocal-means denoising using the SVD. Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing, San Diego, 2008: 1732-1735.
 [14] S. Zimmer, S. Didas and J. Weickert. A rotationally invariant block matching strategy improving image denoising with non-local means. Proceedings of International Workshop on Local and Non-local Approximation in Image Processing. Lausanne, 2008: 135-142.
 [15] Y. Liu, J. Wang, X. Chen, et al. A robust and fast non-local means algorithm for image denoising. Journal of Computer Science and Technology, 2008, 23(4): 270-279.
 [16] Z. Ji, Q. Chen, Q. Sun, et al. A moment-based nonlocal-means algorithm for image denoising. Information Processing Letters, 2009, 109(23-24): 1248-1244.