

Design Flood Estimation at Downstream Section by Considering the Impact of Upstream Reservoir Regulation*

Zhangjun Liu¹, Shenglian Guo¹, Tianyuan Li¹, Changjiang Xu^{1,2}

¹State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan

²Bureau of Hydrology, Changjiang Water Resources Commission, Wuhan

Email: liuzhangjun@whu.edu.cn

Received: Apr. 11th, 2012; revised: Apr. 26th, 2012; accepted: May 9th, 2012

Abstract: The hydrological regime of the natural flood has been changed because of the reservoir storage and regulation, which directly impact on design flood in the downstream section. The Shuibuya-Geheyan cascade reservoirs in the Qingjiang basin were chosen as the case study. Five schemes based on the conditional expectation, most likely composition and same frequency methods were used to analyse flood regional combination of the Shuibuya reservoir and interval basins. The design floods of the Geheyan section were estimated by considering the impact of the Shuibuya reservoir regulation and compared with that of natural condition. The results show that design peak discharges of five schemes are reduced; the maximum and minimum values are estimated by the conditional expectation I and the conditional expectation II schemes respectively. The same frequency methods are neither the most likely to occur, nor the most unfavorable circumstances for flood control of Geheyan section. This study not only can provide references for the Qingjiang cascade reservoirs operation and management, but also provide a new way for design flood estimation at reservoir downstream section.

Keywords: Design Flood; Flood Region Composition; Copula Function; Reservoir Storage; Qingjiang Basin

考虑水库调蓄影响的设计洪水计算方法*

刘章君¹, 郭生练¹, 李天元¹, 徐长江^{1,2}

¹武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉

²长江水利委员会水文局, 武汉

Email: liuzhangjun@whu.edu.cn

收稿日期: 2012年4月11日; 修回日期: 2012年4月26日; 录用日期: 2012年5月9日

摘要: 水库的调蓄作用, 改变了其下游天然洪水的水文情势, 直接影响下游断面的设计洪水。以清江流域梯级水库为例, 通过基于 Copula 函数的条件期望和最可能地区组成, 结合规范采用的同频率地区组成方法, 拟定了五种水布垭水库和区间流域洪水组合方案, 推求受水布垭水库调蓄影响的隔河岩断面设计洪水。计算结果表明: 与天然情况相比, 考虑水布垭水库调蓄的不同重现期隔河岩断面设计洪水均减小。削减最大的是条件期望组合 I 方案, 最小的是条件期望组合 II 方案。规范采用的同频率方法有一定的代表性, 但它既不是最可能发生的, 也不是对隔河岩断面防洪最不利的情形。研究成果可以供清江梯级水库防洪调度与运行管理参考, 同时为水库下游断面设计洪水计算提供了一条新思路。

关键词: 设计洪水; 地区组成; Copula 函数; 水库调蓄; 清江流域

*基金项目: 国家自然科学基金(51079100, 51190094)。

作者简介: 刘章君(1991-), 男, 江西吉安人, 硕士研究生, 主要从事水文分析与计算等方面的研究。

1. 引言

随着社会经济的快速发展, 水库防洪和兴利综合利用的矛盾日益突出。准确的设计洪水估算对安全的工程设计和水库经济运行十分重要。河流上游调节库容较大的水库对洪水具有调节作用, 改变了水库下游河流天然的洪峰、洪量及洪水时程分配。因此, 在推求水库下游断面设计洪水时, 必须考虑上游水库调蓄的影响。

最直接的方法是将实测洪水流量资料按水库的调洪规则逐年进行模拟调洪计算, 推求出设计断面的洪水过程线, 从中统计出峰、量系列, 据此系列作频率计算。但这种洪水系列在进行传统的频率计算时遇到了实际困难, 系列不能用任何已知的频率曲线型来适配, 点绘的经验频率点据也难以用一条光滑的曲线来拟合, 其外延趋势是不确定的。在实际应用中, 都是寻求一种简化条件下的近似计算方法^[1]。

李天元等^[2]详细地综述了梯级水库设计洪水方法及研究进展。目前常用的方法主要有地区组合法、频率组合法(包括数值积分法和离散求和法)和随机模拟法。地区组合法尽管主观上考虑“对防洪不利”的原则, 但是客观上却往往使防洪断面达不到预定的防洪标准^[3]; 数值积分法受到联合概率分布函数求解的限制, 并且需要对调洪规则作简化, 然而当水库的调洪规则比较复杂或者是梯级水库联合调度的情况下, 简化调洪规则是非常困难的; 离散求和法通常需进行独立性处理, 存在对频率曲线离散状态的数目人为性较大, 且离散过程中难免出现信息失真现象等问题^[4]; 随机模拟法的计算成果精度主要取决于所建立的模型是否合理, 模拟洪水能否反映洪水的客观规律等, 目前模拟序列统计特征的保持性尚难掌握^[5]。谢小平等^[6]用 JC 法推求设计洪水的地区组成, 在求解洪水最不利地区组成的同时计算断面设计洪水的风险。陈炯宏等^[7]将 JC 法应用到清江流域梯级水库的洪水地区组成中, 得出水布垭、隔河岩两库联调比隔河岩单独运行的削峰作用更显著, 联调的洪水风险也小于隔河岩单独承担防洪任务时的洪水风险。该法必须已知各组成部分的概率分布, 如何构造出合理的、可导的控制断面洪水分布函数将是采用 JC 法求解最大的难点。闫宝伟等^[4]利用 Copula 函数构造上游来水和区间入流的联合分布, 推求了两种具有统计意义的条件期望地

区组成和最可能地区组成, 虽然考虑了洪水的空间相关性, 但没有考虑上游水库调蓄作用的影响。

本文以清江梯级水库为例, 拟定五种有代表性的上游水库断面和区间流域洪水组合方案, 推求受上游水布垭水库调蓄影响的隔河岩断面设计洪水。

2. 水库下游断面设计洪水计算

如图 1, A 表示上游水库断面, 天然来水量为 X ; B 为区间, 天然来水量为 Y ; C 表示下游设计断面, 天然来水量为 Z 。根据水量平衡关系, 则有:

$$Z = X + Y \quad (1)$$

现推求下游 C 断面受上游 A 水库调蓄影响后的下游断面设计洪水。基本思路是下游设计断面受水库调蓄影响后的洪水过程由水库的下泄流量过程与区间洪水过程组合后形成。因此需要研究当设计断面发生设计标准的天然洪水时, 上游水库及其区间的洪水地区组成情况。由于水库的调洪作用与设计断面的设计洪水的地区组成有关, 因此需要拟定几种不同地区来水为主的洪水组成方案进行计算。

通过拟定设计断面以上各部分洪水的地区组成, 得到上游水库断面及无控制区间的洪水组合方案。上游水库所在断面的洪水过程线经水库调蓄后的下泄过程线, 演算到设计断面并与区间洪水过程线组合, 得到下游设计断面的设计洪水过程线。从中统计得到最大洪峰流量和时段洪量, 即为下游断面同一设计标准的受上游水库调蓄影响后的洪水设计值。

根据对流域洪水地区组成规律的认识以及对计算结果的分析, 结合工程实际需求, 选取既可能发生又满足设计要求的成果。

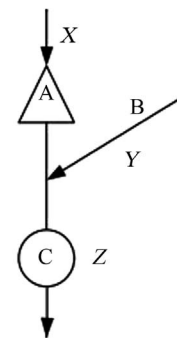


Figure 1. The sketch diagram of design flood estimation at reservoir downstream section

图 1. 水库下游断面设计洪水计算示意图

3. 洪水地区组成方法及分区组合方案设计

上述方法的关键在于拟定下游断面设计洪水的地区组成。拟定组成的基本原则为该组合形式必须是可能发生的, 而且对防洪来说是偏于不利的。

3.1. 联合分布和边缘分布

1) 联合分布

采用 Gumbel-Hougaard Copula 函数来构造上游水库断面洪水 X 和区间洪水 Y 的联合分布, 具体表达式为^[4,8]:

$$F(x, y) = C(u, v) = \exp \left\{ - \left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\} \quad \theta \geq 1 \quad (2)$$

式中: $u = F_X(x)$, $v = F_Y(y)$ 分别为随机变量 X 和 Y 的边缘分布。

参数 θ 与 Kendall 秩相关系数 τ 的关系为:

$$\theta = 1/(1-\tau) \quad (3)$$

2) 边缘分布

我国设计洪水理论频率曲线线型一般采用 P-III 型分布, 其概率密度函数为^[8]:

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (x - a_0)^{\alpha-1} e^{-\beta(x-a_0)} \quad (4)$$

式中: α 、 β 、 a_0 分别为形状、尺度和位置参数。采用考虑特大历史洪水的矩法计算参数 x 、 C_v 和 C_s 的初始值, 通过目估适线法对 C_s 值进行调整确定最佳的拟合曲线。

推求边缘分布时, 为满足水量平衡, 应该采用相应取样的方法推求各分区相应洪量的频率洪水过程线, 但由于推求相应洪水的频率计算精度一般低于独立选样的频率计算, 所以在实际应用中一般仍采用各分区独立选样计算的频率曲线^[1]。

3.2. 同频率地区组成

根据防洪要求, 选定某一分区出现与下游设计断面同频率的洪水, 其余分区发生相应洪水。在设计中, 一般研究以下两种同频率组成。

1) 下游断面发生设计频率 p 的洪量 z_p , 上游水库断面发生同频率洪量 x_p , 而区间发生相应的洪量, 即有:

$$y = z_p - x_p \quad (5)$$

2) 下游断面发生设计频率 p 的洪量 z_p , 区间发生同频率洪量 y_p , 而上游水库断面发生相应的洪量, 即有:

$$x = z_p - y_p \quad (6)$$

同频率组成是有一定代表性的地区组成, 它假定不同分区与设计断面发生同频率的洪水。一般来说, 某分区的洪水与设计断面洪水的相关关系比较好时, 二者同频率组成的可能性较大。

3.3. 条件期望地区组成

当上游水库断面(或区间)出现设计洪量 x_p 时, 区间(或上游水库断面)所对应的洪量 y 的取值符合一个条件概率分布函数 $F_{Y|X}(y)$ 。引入 Copula 函数对其进行推求, 即得一种条件期望地区组成^[4]。给定上游水库断面(或区间)的设计值, 区间(或上游水库断面)的期望值 $E(y|x)$ 可通过下式求出:

$$\begin{aligned} E(y|x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} y f_{Y|X}(y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} y c(u, v) f_Y(y) dy \\ &= \int_0^1 F_Y^{-1}(v) c(u, v) dv \end{aligned} \quad (7)$$

式中: θ 为 $F_{Y|X}(y)$ 的密度函数; $F_Y^{-1}(\cdot)$ 为 y 的反函数。

条件期望地区组成代表着一种平均状况, 它考虑了上游水库断面与区间洪水的空间相关性, 具有一定的统计基础。

3.4. 最可能地区组成

常用的地区组成法存在很多问题, 其中一个重要的原因是没有反映不同组成的发生概率。那些发生可能性极小的组成违背了流域洪水的自然规律, 实际上是小概率事件, 一般情况下不会发生的。因此, 设计上通常只关心可能发生且对下游防洪不利的组成。

用上游水库断面洪水 X 和区间洪水 Y 的联合概率密度大小来衡量该地区组成发生的相对可能性大小, 其表达式为^[4]:

$$f(x, y) = c(u, v) f_X(x) f_Y(y) \quad (8)$$

式中: $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ 分别为随机变量 X 和 Y 的概率

密度函数; $c(u,v)$ 为 Copula 函数的密度函数, 表达式见公式(9)。

上游水库断面洪水 x 和区间洪水 y 在满足 $x+y=z_p$ 条件下使概率密度函数 $f(x,y)$ 的值最大时, 即为上游水库断面洪水和区间洪水的最可能地区组成^[4]。

最可能洪水地区组成具有这样的特征, 即在按下游断面某一频率拟定的所有地区组成方案中, 其发生的可能性最大, 它是从概率意义上最大程度地满足了拟定洪水地区组成的可能发生原则。

3.5. 分区洪水组合方案拟定

以下分别为根据上述几种设计洪水地区组成方法拟定的五种分区洪水组合方案:

1) 同频率组成方法

拟定两种分区洪水组合方案: a) 同频率组合 I 方案, 上游水库断面发生与下游设计断面同频率洪水, 区间发生相应的洪水; b) 同频率组合 II 方案, 区间发生与下游设计断面同频率洪水, 上游水库断面发生相应的洪水。

2) 条件期望组成方法

拟定两种分区洪水组合方案: a) 条件期望组合 I 方案, 上游水库断面为设计值, 区间为相应的期望值; b) 条件期望组合 II 方案, 区间为设计值, 上游水库断面为相应的期望值。

3) 最可能组成方法

拟定一种上游水库断面和区间洪水的^{最可能组合方案}。

4. 实例研究

4.1. 研究区域概况

以清江梯级水库为例, 研究受水布垭水库调蓄影响的隔河岩断面设计洪水。水布垭水库位于清江流域中游的巴东县水布垭镇, 是清江梯级开发的龙头梯级。坝址以上流域面积 10,860 km², 占清江全流域面积的 63.9%。水库正常蓄水位 400 m, 死水位 350 m, 调节库容 23.83 亿 m³, 总库容 45.8 亿 m³, 库容系数

25.3%, 水库具有多年调节能力。水库预留防洪库容 5.0 亿 m³, 防洪限制水位 391.8 m。其下游 92 km 处建有隔河岩水库, 控制面积 14,430 km², 水布垭 - 隔河岩区间流域面积为 3570 km²。

4.2. 边缘分布及联合分布的确定

根据《水利水电工程设计洪水计算规范》^[9]进行频率计算, 采用年最大独立选样方法, 且考虑历史特大洪水。根据设计洪水地区组成研究的需要, 选择 3 日洪量作为控制时段洪量。1) 隔河岩断面最大 3 日洪量样本中连序系列 1951~2010 年, 不连序系列为 1935 年。2) 水布垭水库最大 3 日洪量样本中连序系列 1965~1996 年和 1998~2010 年, 不连序系列为 1883 年和 1997 年。3) 区间采用 1965~2010 年实测连序系列。参数估计结果见表 1。

采用水布垭水库和区间 1965~2010 年的日流量资料, 计算得到水布垭水库和区间最大 3 日洪量的秩相关系数 $\tau = 0.5$, 由式(3)推求 Copula 联合分布函数的参数 $\theta = 2.00$ 。

4.3. 水布垭水库与区间设计洪水组合方案

应用以上五种分区洪水组合方案, 分别计算隔河岩断面不同量级设计洪水的水布垭水库和区间的最大 3 日洪量重现期组合结果, 见表 2。

从表 2 可以看出, 拟定的五种分区洪水组合方案中, 发生可能性最大的是最可能组合方案, 最小的是条件期望组合 II 方案。可见, 规范采用的同频率组合方法不是最可能发生的。此外, 区间洪水比例最大的是条件期望组合 II 方案, 最小的是条件期望组合 I 方案。

Table 1. Estimated parameters of the P-III distribution for each region

表 1. 各分区 P-III 型分布参数估计结果

参数	α	β	$a_0/(亿 m^3)$
隔河岩水库	1.64	0.24	3.40
水布垭水库	2.30	0.45	2.53
区间	1.12	0.55	1.01

$$c(u,v) = C(u,v) \frac{(\ln u \ln v)^{\theta-1}}{uv} \left\{ (\theta-1) [-\ln C(u,v)]^{1-2\theta} + [-\ln C(u,v)]^{2-2\theta} \right\} \quad (9)$$

Table 2. The 3d design flood combination results of five schemes in the Geheyan section
表 2. 隔河岩断面五种方案 3 日分区洪水组合结果表

隔河岩	重现期/(年)	1000	500	100	50	20	10	5
同频率 组合 I	水布垭	1000	500	100	50	20	10	5
	区间	1054	507	93	45	17	8	4
	$f(x,y)$	78.3951	38.0144	6.8788	3.2256	1.1335	0.4745	0.1670
同频率 组合 II	水布垭	1035	504	95	46	18	9	4
	区间	1000	500	100	50	20	10	5
	$f(x,y)$	78.0300	37.9600	6.9663	3.2908	1.1725	0.4975	0.1805
条件期望 组合 I	水布垭	1420	670	130	63	23	11	5
	区间	654	339	64	32	14	7	4
	$f(x,y)$	49.1400	26.0417	4.6345	2.2798	0.9055	0.4153	0.1651
条件期望 组合 II	水布垭	723	375	72	37	15	8	4
	区间	1636	753	144	70	27	12	6
	$f(x,y)$	76.7396	28.4600	5.1483	2.5639	0.9267	0.4383	0.1726
最可能 组合	水布垭	1000	492	95	46	18	9	4
	区间	1054	518	100	50	20	10	5
	$f(x,y)$	78.3951	38.0516	6.9674	3.2915	1.1746	0.5001	0.1815

4.4. 受水布垭水库调蓄影响的隔河岩断面设计洪水

选取 1997 年各分区年最大 3 日洪水过程线作为典型洪水, 按同倍比放大得到各分区设计洪水过程线。将水布垭水库设计洪水过程线经水库调洪演算, 得到的下泄洪水过程线用马斯京根法演算至隔河岩断面, 并与区间设计洪水过程线组合叠加, 得到隔河岩断面受水布垭水库调蓄影响后的设计洪水过程线。不同设计频率的天然洪峰流量和各组合方案的隔河岩断面受水布垭水库调蓄影响后的洪峰流量见表 3。

4.5. 结果与讨论

1) 从表 3 中可以看出, 五种方案计算的受水布垭水库调蓄影响的隔河岩断面洪峰流量均比其天然洪峰流量要小。表明由于水布垭水库的调蓄作用, 确实使隔河岩断面设计洪水减小, 在防洪设计与调度管理中应充分认识到这一点。

2) 以百年一遇隔河岩断面设计洪水为例, 分析现有规范采用的同频率组合方法的合理性。考虑水布垭水库影响的隔河岩断面洪峰流量的上限为 $16,661 \text{ m}^3/\text{s}$, 下限为 $15,817 \text{ m}^3/\text{s}$, 即得到的隔河岩断面洪峰流量存在一个区间范围 $[15,817 \text{ m}^3/\text{s}, 16,661 \text{ m}^3/\text{s}]$ 。同

频率 I、II 组合方案对应的隔河岩断面洪峰流量分别为 $16,204 \text{ m}^3/\text{s}$ 和 $16,284 \text{ m}^3/\text{s}$, 均小于隔河岩断面洪峰流量的上限。所以, 对于隔河岩断面, 按照规范同频率组合方法进行设计并非是对该断面防洪最不利的情形; 但是该方法计算的隔河岩断面洪峰流量位于区间 $[15,817 \text{ m}^3/\text{s}, 16,661 \text{ m}^3/\text{s}]$ 之内, 因此, 该方案仍然是合理可行的。

3) 采用条件期望组合 II 方案推求的隔河岩断面洪峰流量最大, 条件期望组合 I 方案的结果最小。这是因为洪峰流量的削减主要与水布垭水库的调蓄能力、来水大小及与区间洪峰遭遇有关。水布垭水库洪水比例越大, 则削峰作用就越明显。最可能组合方法发生的概率最大, 最能反映流域洪水的自然规律, 可供水库常规调度参考。

5. 结论

水库的调蓄作用, 改变了其下游天然洪水的水文情势, 直接影响下游断面的设计洪水。本文采用基于 Copula 函数的条件期望和最可能地区组成, 结合规范采用的同频率地区组成方法拟定了五种上游水库和区间流域洪水组合方案。以清江流域梯级水库为例, 推求受水布垭水库调蓄影响的隔河岩断面设计洪水。

Table 3. Comparison of design peak discharges of the Geheyan section by considering the impact of Shuibuya reservoir regulation
表 3. 水布垭水库调蓄影响的隔河岩断面洪峰流量对比

隔河岩断面设计洪水重现期/(年)		1000	500	100	50	20	10	5
天然情况	$Q_m/(m^3/s)$	22,800	21,300	17,700	16,000	13,800	12,000	10,100
同频率组合 I	$Q_m/(m^3/s)$	22,394	20,511	16,204	14,572	12,418	10,824	9176
	削减量/ (m^3/s)	406	789	1496	1428	1382	1176	924
	削减率/(%)	1.78	3.70	8.45	8.93	10.02	9.80	9.15
同频率组合 II	$Q_m/(m^3/s)$	22,353	20,503	16,284	14,697	12,588	11,042	9085
	削减量/ (m^3/s)	447	797	1416	1303	1212	958	1015
	削减率/(%)	1.96	3.74	8.00	8.15	8.79	7.98	10.05
条件期望组合 I	$Q_m/(m^3/s)$	22,000	20,213	15,817	14,226	12,179	10,669	9188
	削减量/ (m^3/s)	800	1087	1883	1774	1621	1331	912
	削减率/(%)	3.51	5.11	10.64	11.09	11.75	11.10	9.03
条件期望组合 II	$Q_m/(m^3/s)$	22,736	20,805	16,661	15,055	12,943	11,285	9198
	削减量/ (m^3/s)	64	495	1039	945	857	715	902
	削减率/(%)	0.28	2.32	5.87	5.91	6.21	5.96	8.93
最可能组合	$Q_m/(m^3/s)$	22,403	20,527	16,290	14,682	12,564	11,011	9055
	削减量/ (m^3/s)	397	773	1410	1318	1236	989	1045
	削减率/(%)	1.74	3.63	7.97	8.23	8.96	8.24	10.35

计算结果表明: 与天然情况相比, 考虑水布垭水库调蓄的不同重现期隔河岩断面设计洪水均减小。削减最大的是条件期望组合 I 方案, 最小的是条件期望组合 II 方案。规范采用的同频率方法有一定的代表性, 但它既不是最可能发生的, 也不是对隔河岩断面防洪最不利的情形。研究成果可以供清江梯级水库防洪调度与运行管理参考, 同时为水库下游断面设计洪水计算提供了一条新思路。

参考文献 (References)

[1] 水利部长江水利委员会水文局, 水利部南京水文水资源研究所. 水利水电工程设计洪水计算手册[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.
 Bureau of Hydrology, Changjiang Water Resources Commission, Nanjing Institute of Hydrology and Water Resources. Handbook of calculation design flood for water resources and hydropower projects. Beijing: Hydropower and Electrical Press, 2001. (in Chinese)

[2] 李天元, 郭生练, 李妍清, 等. 梯级水库设计洪水方法及研究进展[J]. 水资源研究, 2012, 1(2): 14-20.
 LI Tianyuan, GUO Shenglian, LI Yanqing, et al. Review of design flood estimation methods for cascade reservoirs. Journal of Water resources Research, 2012, 1(2): 14-20. (in Chinese)

[3] 王锐琛, 陈源泽, 孙汉贤. 梯级水库下游洪水概率分布的计算方法[J]. 水文, 1990, 1: 1-8.
 WANG Ruichen, CHEN Yuanze and SUN Hanxian. Flood dis-

tribution estimation at downstream cascade reservoirs. Journal of China Hydrology, 1990, 1: 1-8. (in Chinese)

[4] 闫宝伟, 郭生练, 郭靖, 等. 基于 Copula 函数的设计洪水地区组成研究[J]. 水力发电学报, 2010, 29(6): 60-65.
 YAN Baowei, GUO Shenglian, GUO Jing, et al. Regional design flood composition based on Copula function. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(6): 60-65. (in Chinese)

[5] 栗飞, 郭生练, 李天元, 等. 不连续序列的设计洪水地区组成方法研究[J]. 水电能源科学, 2011, 29(5): 47-49.
 LI Fei, GUO Shenglian, LI Tianyuan, et al. Design flood region composition method by considering historical information. Water Resources and Power, 2011, 29(5): 47-49. (in Chinese)

[6] 谢小平, 黄灵芝, 席秋义, 等. 基于 JC 法的设计洪水地区组成研究[J]. 水力发电学报, 2006, 25(6): 125-129.
 XIE Xiaoping, HUANG Lingzhi, XI Qiuyi, et al. Study of flood region composition by JC method. Journal of Hydroelectric Engineering, 2006, 25(6): 125-129. (in Chinese)

[7] 陈炯宏, 郭生练, 刘攀, 等. 基于可靠度理论的设计洪水计算方法研究[J]. 人民长江, 2008, 39(18): 1-3.
 CHEN Jionghong, GUO Shenglian, LIU Pan, et al. Research on design flood calculation method based on reliability theory. Yangtze River, 2008, 39(18): 1-3. (in Chinese)

[8] 郭生练, 闫宝伟, 肖义, 等. Copula 函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展[J]. 水文, 2008, 28(3): 1-7.
 GUO Shenglian, YAN Baowei, XIAO Yi, et al. Application of copula function in multivariate hydrological analysis and estimation. Journal of China Hydrology, 2008, 28(3): 1-7. (in Chinese)

[9] 水利部. 水利水电工程设计洪水计算规范(SL44-2006)[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.
 Ministry of Water Resources. Design flood calculation regulating for water resources and hydropower engineering. Beijing: Hydropower and Electrical Press, 2006. (in Chinese)