

# Research on EHL Oil Film Extreme Pressure of Line Contact EHL

Boqian Xia, Haoming Liu, Yanlong Liu

School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou Henan  
Email: 906195113@qq.com

Received: Jun. 8<sup>th</sup>, 2017; accepted: Jun. 24<sup>th</sup>, 2017; published: Jun. 28<sup>th</sup>, 2017

---

## Abstract

Based on Newton-Raphson Method for line contact EHL problem, the influence factors (dimensionless load, speed and materials parameters) of center pressure, pressure spike and the location of pressure spike of the line contact EHL state were investigated. A large amount of numerical solution of center pressure, pressure spike and the location of pressure spike corresponding to load, speed and material parameter were obtained, and by making multiple regression analysis of these data, this paper proposed fitting formulas of center pressure, pressure spike and the location of pressure spike on operating parameters (dimensionless load, speed, and material parameter), and made significance test and accuracy test of the formulas. The result shows that in a rather wide range of operating parameters, the fitting formulas proposed in this paper are highly significant, and the variables are closely related and interactive; and the accuracy of the formulas are satisfactory, which can completely meet the need of engineering application.

## Keywords

Line Contact, EHL, Central Pressure, Pressure Spike, Location of Pressure Spike, Fitting Formulas

---

# 线接触弹流润滑状态下的油膜压力极值研究

夏伯乾, 刘浩铭, 刘艳龙

郑州大学, 机械工程学院, 河南 郑州  
Email: 906195113@qq.com

收稿日期: 2017年6月8日; 录用日期: 2017年6月24日; 发布日期: 2017年6月28日

---

## 摘要

用Newton-Raphson法求解线接触弹流润滑问题基本方程, 研究了线接触弹流润滑状态下中心压力、二

次峰压力及其位置的影响因素(载荷、速度及材料参数)。在大量数值解结果基础上,通过多元回归分析,给出了中心压力、二次峰压力及其位置关于载荷、速度、材料参数的拟合公式,并对拟合公式的显著性和精确性进行了检验。结果表明:在很宽的参数范围内,本文所提出的拟合公式具有高度的显著性,变量之间具有密切的相关性及交互性;同时,拟合公式具有很高的计算精度,完全可以满足工程应用的需要。

## 关键词

线接触, 弹流润滑, 中心压力, 二次峰压力, 二次峰位置, 拟合公式

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

齿轮、滚动轴承等高副接触机械零件,由于接触面积狭小,工作时接触区会产生很大的局部应力——接触应力,准确地确定其接触应力对此类机械零件的强度设计以及寿命预测具有重要意义。

目前,工程上对此类零件进行强度设计时,通常都是采用赫兹应力公式或有限元等数值方法,但无论哪种方法都没有考虑接触表面间的润滑效应,实际上,此类机械零件都是在润滑良好的环境中工作的,润滑对此类零件非常重要。

理论和实践都证明,在一定条件下,齿轮、滚动轴承等的表面会形成弹性流体动力润滑油膜[1](Elastohydrodynamic Lubrication, 简称 EHL)。弹流润滑状态下接触表面应力的分布与干接触状态下赫兹接触应力分布完全不同,其中最明显的就是在出油口附件出现二次压力峰,二次压力峰产生强烈的应力集中,对零件的疲劳寿命具有重要的影响[2]。

Bisset 和 D.W.Glander [3]等研究证明弹流二次压力峰是连续的、光滑的。1986年,Hamrock 等[4]提出了一个线接触 EHL 状态下二次压力峰公式。1989年, Ping Pan 和 Hamrock [5]又对此进行了进一步的研究。在国内,齐秀梅和高创宽提出了线接触弹流油膜二次峰压力和主剪应力最大值关于载荷和速度的回归方程[6],汪久根[7]提出了线接触部分膜弹流二次压力峰的拟合公式。夏伯乾等[8]提出了点接触 EHL 状态下中心压力和二次峰压力的拟合公式。

上述研究中,除文献[6]使用了二元回归方法外,其它研究都使用的是一元回归法,但是,文献[6]没有考虑材料参数的影响。一元回归反映一个因变量与一个自变量之间的关系,多元回归[9]反映一个因变量与多个自变量之间的关系,并且能够很好保持变量之间的交互性和相关性。EHL 状态下的中心压力、二次峰压力及其位置受载荷、速度、润滑油粘度、材料参数等多种因素的影响,所以,在研究 EHL 状态下的中心压力、二次峰压力及其位置时,使用多元回归法比一元回归法更合理、更符合实际。

众所周知,金属材料的接触疲劳主要取决于材料次表面的 von Mises 应力,而 EHL 状态下的最大 von Mises 应力不仅与二次峰压力大小有关,而且与其位置有关。所以,在研究 EHL 应力对疲劳寿命的影响或关系时,二次峰压力的位置也是一个非常重要的参数。但在已有的研究中,除[5]外,都没有关注和研究二次压力峰的位置。

本文用 Newton-Raphson 法求解线接触 EHL 问题方程,在大量数值解结果基础上,运用多元回归分析,给出了线接触 EHL 状态下中心压力、二次峰压力及其位置关于无量纲载荷、速度、材料参数的拟合

公式, 并对拟合公式的显著性和精度进行了检验, 结果表明, 在很宽参数范围内, 本文所给出的拟合公式的精度是令人满意的, 完全可以满足工程应用需要, 为研究高副零件弹流状态下的强度设计及寿命预测提供了一个简单实用的工具。

## 2. 线接触 EHL 的基本方程

稳态线接触 EHL 的基本方程包括:

1) 雷诺方程

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{dp}{dx} \right) = 12u \frac{d(\rho h)}{dx} \quad (1)$$

边界条件为:

$$\begin{aligned} p &= 0 & x &= x_{in} \\ p &= \frac{dp}{dx} = 0 & x &= x_{out} \end{aligned}$$

2) 油膜厚度方程

$$h_i = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{x_{in}}^{x_{out}} p(s) \ln(x-s)^2 ds \quad (2)$$

3) 粘压方程

$$\eta = \exp \left\{ (\ln \eta_0 + 9.67) \left[ (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^{z'} - 1 \right] \right\} \quad (3)$$

4) 密压方程

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) \quad (4)$$

5) 载荷平衡方程

$$w = \int_{x_{in}}^{x_{out}} p(x) dx \quad (5)$$

其中, 公式中各字母含义及无量纲方式见表 1。

## 3. 数值结果及回归方程

用 Newton-Raphson 法求解 EHL 润滑基本方程[1], 计算参数为:  $\bar{\eta}_0 = 0.02 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $E' = 2.21 \times 10^{11} \text{ GPa}$ ,  $R = 0.02 \text{ m}$ 。表 2 给出了部分结果, 图 1~图 3 显示了中心压力、二次峰压力及其位置随载荷、速度、材料参数的变化情况。

由图 1~图 3 可以看到, 压力分布具有弹流压力分布的典型特征, 同时又从表 2 可以看出, 本文计算所得的最小膜厚、中心膜厚与 Dowson-Higginson [1]公式计算结果十分接近。表明本文计算的结果是正确可信的。

### 3.1. 拟合公式的形式

文献[4] [5] [6]等的研究表明: 二次压力峰、中心压力及二次压力峰位置与无量纲速度、载荷及材料参数之间呈指数关系。因此, 本文将线接触弹流润滑状态下无量纲二次压力峰、中心压力及二次压力峰位置关于无量纲载荷、速度及材料参数的关系表示为:

**Table 1.** Nomenclature  
**表 1.** 符号说明

符号名称	符号意义	符号名称	符号意义
$x$	空间坐标	$p$	油膜压力(GPa)
$x_{in}, x_{out}$	进油口, 出油口(mm)	$P$	无量纲油膜压力, $P = p/p_H$
$\mu_i$	固体i的泊松比	$w$	总载荷(N)
$p_m$	二次压力峰幅值(GPa)	$u$	卷吸速度(m/s), $u = (u_1 + u_2)/2$
$p_c$	中心压力幅值(GPa)	$\eta$	润滑油粘度(Pa·S)
$x_s$	二次压力峰位置(m)	$\rho$	润滑油密度(g/cm <sup>3</sup> )
$P_m$	无量纲二次压力峰幅值, $P_m = p_m/p_H$	$U$	无量纲速度, $U = \eta u/E'R$
$P_c$	无量纲中心压力幅值, $P_c = p_c/p_H$	$W$	无量纲载荷, $W = w/E'R$
$X_s$	无量纲二次压力峰位置, $X_s = x/b$	$G$	无量纲材料参数, $G = \alpha E'$
$h$	油膜厚度(m)	$X$	无量纲空间坐标, $X = x/b$
$H_{min}^{H-D}$	Dowson-Higginson公式计算结果	$z'$	粘压指数
$\eta_0$	常压下润滑油粘度(Pa·S)	$\rho_0$	常压下润滑油密度(g/cm <sup>3</sup> )
$h_0$	中心油膜厚度(m)	$R$	x方向上的综合曲率半径(mm), $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$
$E_i (i = 1, 2)$	固体i的弹性模量(GPa)	$E'$	当量(综合)弹性模量(GPa),

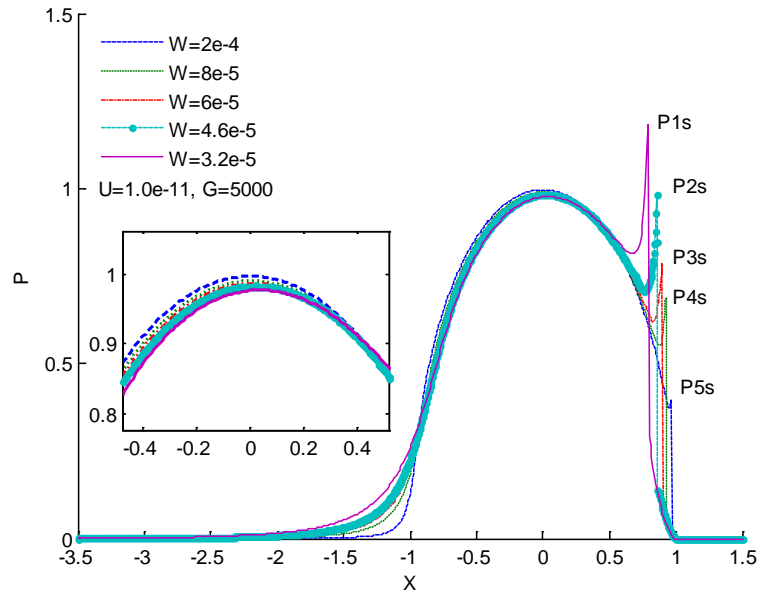
**Table 2.** Some calculation results of line contact EHL  
**表 2.** 线接触弹流润滑部分计算结果

$W$	$U$	$G$	$H_{min}$	$H_{min}^{D-H}$	$H_c$	$H_c^{D-H}$	$P_s$	$P_c$	$X_s$	$\varepsilon_H$
2.5	1.5	5000	0.385	0.403	0.418	0.459	1.312	0.965	0.731	4.47
3.8	4	5000	0.538	0.517	0.567	0.574	1.54	0.958	0.792	3.9
15	10	5000	0.197	0.209	0.216	0.218	1.316	0.979	0.935	5.74
4.9	1	5000	0.127	0.136	0.143	0.152	0.954	0.984	0.875	6.61
6	0.75	5000	0.086	0.087	0.092	0.096	0.783	0.989	0.905	1.15
8	5	2500	0.169	0.179	0.186	0.210	0.927	0.98	0.77	5.59
8	3.8	5000	0.191	0.209	0.218	0.226	1.157	0.978	0.901	8.61
4.9	0.85	5000	0.112	0.121	0.123	0.135	0.911	0.985	0.873	7.44
4.6	1	5000	0.133	0.146	0.148	0.164	0.984	0.983	0.858	8.9
3.8	1.6	7500	0.313	0.322	0.329	0.343	1.397	0.967	0.895	2.8
1	0.3	6000	0.367	0.384	0.439	0.451	1.134	0.968	0.598	4.43
1	0.3	7000	0.391	0.417	0.483	0.479	1.248	0.971	0.633	6.24
4	1.5	4000	0.189	0.207	0.223	0.239	1.029	0.978	0.768	8.7
4	1.5	3000	0.161	0.178	0.189	0.213	0.879	0.976	0.728	9.55
5.6	2.3	7500	0.266	0.267	0.275	0.282	1.366	0.973	0.923	0.38

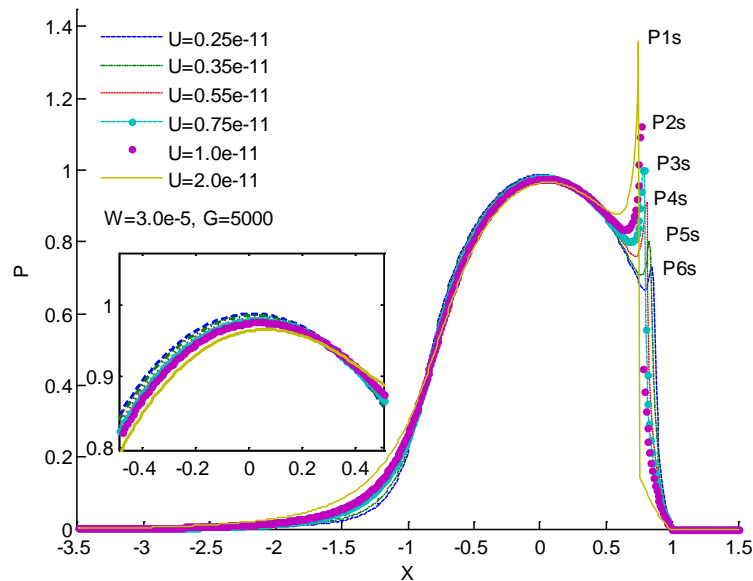
$$\begin{aligned}
 P_s &= aW^\alpha U^\beta G^\gamma \\
 P_c &= a'W^{\alpha'} U^{\beta'} G^{\gamma'} \\
 X_s &= a''W^{\alpha''} U^{\beta''} G^{\gamma''}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

对式(6)两边取对数进行线性化处理得:

$$\begin{aligned}
 \ln P_s &= \ln a + \alpha \ln W + \beta \ln U + \gamma \ln G \\
 \ln P_c &= \ln a' + \alpha' \ln W + \beta' \ln U + \gamma' \ln G \\
 \ln X_s &= \ln a'' + \alpha'' \ln W + \beta'' \ln U + \gamma'' \ln G
 \end{aligned}
 \tag{7}$$



**Figure 1.** Changing of dimensionless pressure with dimensionless load  
**图 1.** 压力二次峰随载荷变化情况



**Figure 2.** Changing of dimensionless pressure with dimensionless speed  
**图 2.** 压力二次峰随速度变化情况

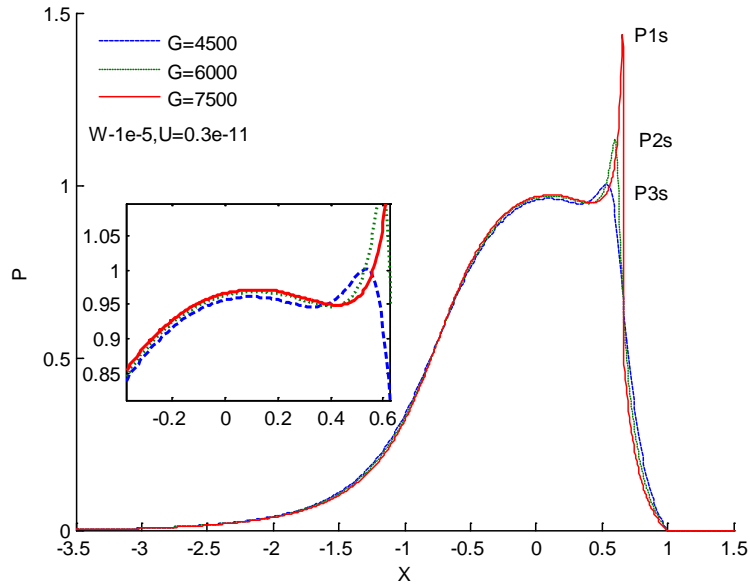


Figure 3. Changing of dimensionless pressure with dimensionless parameters  
 图 3. 压力二次峰随材料参数变化

### 3.2. 多元回归分析相关方程

本文采用三元线性回归分析[9]，其公式为：

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \quad (8)$$

式中， $a$  为常数项， $b_1$ ， $b_2$ ， $b_3$  分别称为  $y$  对  $x_1$ ， $x_2$ ， $x_3$  的回归系数，其值可由下式确定：

$$\begin{aligned} L_{11}b_1 + L_{12}b_2 + L_{13}b_3 &= L_{1y} \\ L_{21}b_1 + L_{22}b_2 + L_{23}b_3 &= L_{2y} \\ L_{31}b_1 + L_{32}b_2 + L_{33}b_3 &= L_{3y} \end{aligned} \quad (9)$$

式中：

$$\begin{aligned} L_{11} &= \sum_{i=1}^n (x_{i1}^2) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n (x_{i1}) \right)^2 \\ L_{22} &= \sum_{i=1}^n (x_{i2}^2) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n (x_{i2}) \right)^2 \\ L_{33} &= \sum_{i=1}^n (x_{i3}^2) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n (x_{i3}) \right)^2 \\ L_{21} = L_{12} &= \sum_{i=1}^n (x_{i2} \cdot x_{i1}) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_{i1} \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n x_{i2} \right) \\ L_{23} = L_{32} &= \sum_{i=1}^n (x_{i3} \cdot x_{i2}) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_{i2} \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n x_{i3} \right) \\ L_{13} = L_{31} &= \sum_{i=1}^n (x_{i3} \cdot x_{i1}) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_{i1} \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n x_{i3} \right) \end{aligned}$$

$$L_{1y} = \sum_{i=1}^n (x_{i1} \cdot y_i) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_{i1} \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$L_{2y} = \sum_{i=1}^n (x_{i2} \cdot y_i) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_{i2} \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$L_{3y} = \sum_{i=1}^n (x_{i3} \cdot y_i) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_{i3} \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}, \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad j, k = 1, 2, 3, \quad n \text{ 为数据组数};$$

针对式(7)的每一个方程分别令:

$$\hat{y} = \ln P_s, \quad a = \ln a, \quad x_1 = \ln W, \quad x_2 = \ln U, \quad x_3 = \ln G$$

$$\hat{y} = \ln P_c, \quad a = \ln a, \quad x_1 = \ln W, \quad x_2 = \ln U, \quad x_3 = \ln G$$

$$\hat{y} = \ln X_s, \quad a = \ln a, \quad x_1 = \ln W, \quad x_2 = \ln U, \quad x_3 = \ln G$$

求  $W$ 、 $U$ 、 $G$ 、 $P_c$ 、 $P_s$ 、 $X_s$  的对数, 得到由  $\ln W$ 、 $\ln U$ 、 $\ln G$  及  $\ln P_c$ 、 $\ln P_s$ 、 $\ln X_s$  形成的数据样本, 由此数据样本计算  $L_{ij}$ 、 $L_{iy}$  ( $i = 1 \sim 3$ ), 进而得到由最小二乘原理形成的方程组(9), 求解方程组(9), 得到  $a$  及  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 。

根据大量数值解结果, 我们得到压力二次峰、中心压力及二次压力峰位置关于无量纲载荷、速度及材料参数的回归方程:

$$P_s = 0.8193W^{-0.2834}U^{0.2758}G^{0.5102} \quad (10)$$

$$P_c = 0.9427W^{0.0176}U^{-0.0114}G^{-0.0086} \quad (11)$$

$$X_s = 0.6603W^{0.1923}U^{-0.0222}G^{0.1861} \quad (12)$$

## 4. 回归方程的差异显著性检验

### 4.1. 相关系数的引入

为对回归方程进行显著性检验, 将总偏差平方和  $S_{\square}$  分解为两部分:

$$\begin{aligned} S_{\square} &= \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2 \\ &= \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ &= S_{\text{回}} + S_{\text{残}} \end{aligned}$$

式中:

$$S_{\text{回}} \text{ 代表回归差方和, 其值为: } S_{\text{回}} = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^m b_j L_{jy};$$

$$S_{\text{残}} \text{ 代表剩余差方和, 其值为: } S_{\text{残}} = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = S_{\square} - S_{\text{回}};$$

$m$  代表回归方程中自变量的个数, 它是回归差方和的自由度, 对三元回归,  $m = 3$ 。

对于多元回归分析来说, 相关系数为:

$$r = \sqrt{1 - S_{\text{残}}/S_{\square}} \quad (13)$$

a) 若  $r = 1$ , 说明自变量与因变量之间有完全确定的函数关系, 此时的相关性及其密切程度最高;

- b) 若  $r=0$ ，说明自变量与因变量之间没有任何相关关系，此时的相关程度最差；
- c) 若  $0 < r < 1$ ，说明自变量与因变量之间有相关关系，并且  $r$  值越大，变量之间的相关密切程度就越好。

### 4.2. 回归方程的方差分析

由上述分析可以知道，回归差方和或剩余差方和的变化对变量之间的相关密切程度具有重要的影响。在统计学中，把回归差方和与剩余差方和的比值称为  $F$  函数，并用它来对回归方程进行显著性检验，这种检验称为  $F$  检验。表 3 列出了对回归方程进行  $F$  检验的相关公式。

由式(13)可以求得式(10)~(12)的相关系数，对回归方程进行检验，其相关结果如表 4。

$r$  值较高时相对应的  $F$  值也较大。也就是说，如果变量之间相关密切程度高的话，回归方程也就显著性程度高。说明相关系数对回归方程的度量与  $F$  函数的检验在本质上是一致的。从表 4 可以看出：本文回归得到的式(10)~(12)的相关密切程度都是很高的，所以，从显著性检验方面来说是完全可信的。

### 5. 回归方程的精度校核

除了对回归方程显著性进行检验，还对回归方程进行了精度校核，结果如表 5。

表 5 中， $P_s, P_c, X_s$  分别代表数值解结果， $P_{s1}, P_{c1}, X_{s1}$  分别代表用本文拟合公式计算结果， $\varepsilon_s, \varepsilon_c, \varepsilon_x$  分别代表二者的相对误差。从表 5 可以得到：在很宽的参数范围内( $W$  从 0.21 GPa 到 1.21 GPa,  $U$  从 0.5 m/s 到 20 m/s,  $G$  从 2500 到 7500)，本文拟合得到的公式计算值与数值结果相比，精度都是很高的，完全可以满足工程应用要求。

**Table 3.** Analysis of variance table  
**表 3.** 回归方差分析表

方差来源	平方和	自由度	均方	$F$
回归	$S_{\text{回}} = \sum_{j=1}^m b_j L_{jy}$	$m$	$S_{\text{回}}/m$	$F = \frac{S_{\text{回}}/m}{S_{\text{残}}/(n-m-1)}$
剩余	$S_{\text{残}} = L_{yy} - S_{\text{回}}$	$n-m-1$	$S_{\text{残}}/(n-m-1)$	
总和	$L_{yy}$	$n-1$		

**Table 4.** Results of regression equation calculation and test  
**表 4.** 回归方程计算与检验结果

方程	方差来源	平方和	自由度	均方	相关系数	$F$ 检验结果
方程 (10)	$S_{\text{回}}$	0.8575	3	0.2858	$r = 0.9789$ 线性相关密切程度很高	$F = 178.27$
	$S_{\text{残}}$	0.0417	27	1.5e-3		$F_{0.01} = 4.72$
	$S_{\square}$	0.9992	30	0.027		$F > F_{0.01}$ 回归方程高度显著
方程 (11)	$S_{\text{回}}$	0.0038	3	1.3e-3	$r = 0.9592$ 线性相关密切程度很高	$F = 127.82$
	$S_{\text{残}}$	3.26e-4	34	9.592e-6		$F_{0.01} = 4.40$
	$S_{\square}$	0.00413	37	1.116e-4		$F > F_{0.01}$ 回归方程高度显著
方程 (12)	$S_{\text{回}}$	0.3031	3	0.10103	$r = 0.8645$ 线性相关密切程度很高	$F = 25.631$
	$S_{\text{残}}$	0.1025	27	3.796e-3		$F_{0.01} = 4.72$
	$S_{\square}$	0.4056	30	0.01352		$F > F_{0.01}$ 回归方程显著性较高



**Table 5.** Accuracy check of regression equation  
**表 5.** 回归方程精度校核

$W \cdot 10^{-5}$	$U \cdot 10^{-5}$	$G$	$P_s$	$P_{s1}$	$\varepsilon_s$	$P_c$	$P_{c1}$	$\varepsilon_c$	$X_s$	$X_{s1}$	$\varepsilon_x$
2.5	1.5	5000	1.246	1.334	6.528	0.973	0.967	0.145	0.73	0.736	0.827
3	1.5	5000	1.274	1.251	1.782	0.971	0.969	0.127	0.756	0.751	0.746
5	2	5000	1.174	1.172	0.161	0.976	0.975	0.214	0.829	0.788	5.251
15	10	5000	1.316	1.329	1.008	0.979	0.976	0.38	0.935	0.988	5.731
3.8	3	5000	1.43	1.416	0.991	0.963	0.965	0.437	0.779	0.759	2.737
4.9	1	5000	0.976	0.973	0.28	0.984	0.982	0.117	0.839	0.797	5.155
5.6	1.8	5000	1.1	1.102	0.189	0.979	0.978	0.152	0.849	0.799	6.299
6	0.25	5000	0.625	0.627	0.25	0.994	1.001	0.799	0.899	0.839	7.187
6	4.5	5000	1.385	1.392	0.482	0.968	0.969	0.587	0.843	0.789	6.816
6	6	5000	1.499	1.506	0.505	0.963	0.966	0.726	0.838	0.785	6.779
6.8	2.3	5000	1.107	1.116	0.826	0.98	0.978	0.251	0.877	0.811	8.063
8	0.75	5000	0.773	0.782	1.254	0.992	0.994	0.303	0.927	0.845	9.737
3.8	1.6	7500	1.41	1.465	3.86	0.968	0.969	0.852	0.852	0.793	7.465
5	2	2500	0.895	0.823	8.078	0.978	0.98	1	0.729	0.747	2.415
5	2	4000	1.076	1.045	2.781	0.98	0.977	0.179	0.795	0.774	2.719
6	2	6000	1.19	1.221	2.623	0.978	0.976	0.518	0.888	0.814	9.068
6	4	4000	1.229	1.202	2.165	0.973	0.972	0.136	0.811	0.778	4.262
8	5	2500	0.993	0.927	6.634	0.984	0.978	0.611	0.782	0.77	1.513

## 6. 总结

1) 线接触弹流润滑状态下无量纲速度  $U$ 、载荷  $W$  以及材料参数  $G$  对二次压力峰  $P_s$ 、中心压力  $P_c$  以及二次压力峰位置  $X_s$  的关系可表为:

$$P_s = 0.8193W^{-0.2834}U^{0.2758}G^{0.5102};$$

$$P_c = 0.9427W^{0.0176}U^{-0.0114}G^{-0.0086};$$

$$X_s = 0.6603W^{0.1923}U^{-0.0222}G^{0.1861};$$

其无量纲形式分别为:

$$p_s = 0.3270\alpha^{0.5102}E^{1.0178}R^{-0.4924}w^{0.2166}(\eta_0 u)^{0.2758};$$

$$p_c = 0.3761\alpha^{-0.0086}E^{-0.4852}R^{-0.5062}w^{0.5176}(\eta_0 u)^{-0.0114};$$

$$x_s = 1.054\alpha^{0.1861}E^{-0.4840}R^{0.3299}w^{0.6923}(\eta_0 u)^{-0.0222};$$

- 2) 对上述拟合公式的显著性检验表明, 拟合公式高度显著, 变量之间的密切度很高。
- 3) 对拟合公式进行的精度校核表明, 在很宽的参数范围内, 本文提出的拟合公式均具有令人满意的精度, 完全可以满足工程应用需要。
- 4) 为高副接触零件的强度设计以及疲劳寿命预测提供了一个简单而实用工具, 有效减少计算工作量。

## 基金项目

本文研究得到国家自然科学基金项目(项目编号: 51575498)支持。

## 参考文献 (References)

- [1] 温诗铸, 杨沛然. 弹性流体动力润滑[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [2] Houpert, L.D., Ioannides, S., Kupers, J.C. and Tripp, J.H. (1987) The Effect of the EHD Pressure Spikes on Rolling. *Bearing Fatigue, Journal of Tribology*, **109**, 444-450. <https://doi.org/10.1115/1.3261468>
- [3] Bissett, E.J. and Glander, D.W. (1988) A Highly Accurate Approach That Resolves the Pressure Spike of Elastohydrodynamic Lubrication. *Journal of Tribology*, **110**, 241-246. <https://doi.org/10.1115/1.3261592>
- [4] Hamrock, B.J., Lee, R.T. and Houper, L.G. (1986) Parametric Study of Performance Parameters in Elastohydrodynamically Lubricated Line Contact. *Proceedings of the 13th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 199-206.
- [5] Pan, P. and Hamrock, B.J. (1989) Simple Formulas for Performance Parameters Used in Elastohydrodynamically Lubricated Line Contacts. *Journal of Tribology*, **111**, 246-251. <https://doi.org/10.1115/1.3261900>
- [6] 齐秀梅, 高创宽. 弹流润滑计算结果的回归分析[J]. 山西矿业学院学报, 1994, 12(2): 171-177.
- [7] 汪久根. 部分膜弹流的膜厚与二次压力峰公式[J]. 航空学报, 2001, 22(6): 491-494.
- [8] 夏伯乾, 张鑫磊, 米俊. 点接触 EHL 二次压力峰和中心压力拟合公式[J]. 机械科学与技术, 2016, 35(3): 431-436.
- [9] 何晓群, 闵素琴. 实用回归分析第二版[M]. 上海: 上海复旦大学出版社, 2014.

### 期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: [met@hanspub.org](mailto:met@hanspub.org)