

城市轨道交通大小交路模式列车运行图编制模型与算法

王媛媛

浙江财经大学工商管理学院, 浙江 杭州

Email: wangyuan_123@126.com

收稿日期: 2020年10月16日; 录用日期: 2020年10月29日; 发布日期: 2020年11月5日

摘要

列车运行图是城市轨道交通组织的基础。不同于常规交路模式, 大小交路模式下的列车运行图编制需要处理不同交路上列车的交叉冲突。本文以最大化运行图均衡性为目标构建大小交路模式下的轨道交通列车运行图, 为降低问题的复杂度, 基于递阶优化的思想设计相应的算法, 设计了三个子算法: 列车初始布点、车底交路计划编制和冲突疏解算法, 并以上海地铁1号线为例验证了模型的合理性和算法的可行性。

关键词

城市轨道交通, 大小交路运行模式, 列车运行图

Model and Algorithm of Train Timetable Designing of Full-Length & Short-Turn Operation Mode in Urban Rail Transit

Yuanyuan Wang

School of Business Administration, Zhejiang University of Finance & Economics, Hangzhou Zhejiang

Email: wangyuan_123@126.com

Received: Oct. 16th, 2020; accepted: Oct. 29th, 2020; published: Nov. 5th, 2020

Abstract

Timetable is the basis of urban rail transit transportation organization. Different from the conventional operation mode, the timetable designing under the full-length & short-turn operation

mode has to deal with the conflict of trains on different operation mode. This paper developed the mathematical model of timetable designing under the full-length & short-turn operation mode aiming to maximize the equilibrium of train headway. In order to reduce the complexity of the problem, the algorithm is designed based on the idea of hierarchical optimization, and three sub-algorithms are designed: initial train layout, vehicle connection planning and conflict resolution algorithm. Taking Shanghai Metro Line 1 as an example, the rationality of the model and the feasibility of the algorithm are verified.

Keywords

Urban Rail Transit, Full-Length & Short-Turn Operation Modes, Train Timetable

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

大小交路是城市轨道交通(以下简称“轨道交通”)基本交路模式之一,适于区段客流不均衡,客流断面突变明显的线路[1] [2]。上海轨道交通 1 号线在国内最先采用大小交路模式,经过多年运营实践取得良好的社会和经济效益[2] [3]。客流特征的复杂性导致我国越来越多的轨道交通线路采用大小交路模式。城市轨道交通列车运行图编制涉及追踪时间、车站间隔时间等约束,求解具有一定的复杂性,不同于常规交路模式,大小交路模式列车运行图编制需要处理不同交路上列车的交叉冲突,具有一定的复杂性。目前各地铁运营公司均采用人工交互的方式进行运行图的编制,列车时刻信息仍需要进行人工输入,编图时间长,且难以达到整体最优,本文对大小交路模式下列车运行图编制模型与算法进行优化,以期为实现轨道交通列车运行图的自动化编制提供决策支持。

大小交路模式列车运行图编制的主要内容是确定各交路上列车在车站的到发时间,以满足追踪时间,车站间隔时间等约束。目前较多学者对地铁单条线路或网络运行图进行了优化,如许红等[4]提出两站图及三站图理论,设计分层顺序和反序推点算法构建轨道交通常规模式下列车运行图的通用数学模型;张铭等[5]将轨道交通网络视作动态大系统,建立换乘站子系统所在衔接层的换乘时间效益优化模型,再从网络协调层对换乘节点间列车衔接方案进行全局递阶优化,构建轨道交通网络换乘衔接运行图。Wong 等[6]分析的乘客换乘时间的计算方法,构建了网络列车时刻表衔接优化的混合整数模型,并设计了有效的算法。Guo 等[7]构建了多阶段轨道交通网络列车运行图优化模型,并设计有效算法。Yang 等[8]构建了地铁运行图与速度曲线的协同优化模型。徐瑞华等[9]为了应对城市轨道交通网络化条件下的延误影响,提出基于线路间换乘运力协调的列车运行调整策略。Yang 等[10]构建了双目标优化模型进行不确定停站时间条件下的轨道交通列车运行图优化。以上研究并未涉及不同交路模式下的列车运行图编制,本文以轨道交通各交路列车均衡性最大化为目标,构建大小交路列车运行图模型,并设计有效算法。

2. 模型基本假设

为便于建立模型,作如下假设:

- 1) 车底周转方式为大小交路独立运用;

- 2) 列车折返方式为站前折返作业;
- 3) 列车在车站的停站时间已知。

3. 大小交路模式抽象描述

大小交路模式示意图见图 1 所示。 $S = \{s_j | j=1,2,\dots,N\}$ 为车站集合, 在线路起终点($s_1 - s_N$)间开行贯通全线的大交路列车, 在客流较大区段($s_{hs} - s_{he}$)开行小交路列车, $hs < he$ 。为方便叙述, 将上下行分别视为两条线路, 因此文中将大、小交路分别记为 $r=1,2,3,4$ 。 $r=1,2$ 为大交路所在的上下行线路, $r=3,4$ 为小交路所在的上下行线路。 $S_r = \{s_1^r, s_2^r, \dots, s_{m_r}^r\}$ 为线路 r 的车站集合, 显然 $S_1 = S$, $S_2 = S$ 。对于交路 $r=1,2$, 其位于相同子交路上的反向线路为 π_r 。

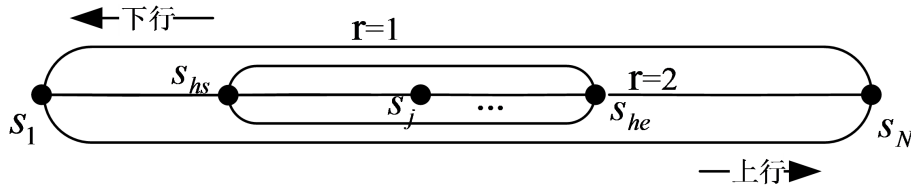


Figure 1. Full-length & Short-turn operation mode
图 1. 大小交路模式示意图

R_r^i 为线路 r 上列车自车站 s_{i-1}^r 运行至 s_i^r 的区间运行时分, 包括起停车附加时分, d_i^r 为线路 r 上列车在车站 s_i^r 上的停站时间。 tu^r 为列车在车站 $s_{m_r}^r$ 的折返作业时间标准。小交路列车一般在客流高峰时段开行, 设 T_1 为此运营时段的开始时刻, T_2 为此运营时段的结束时刻, 在该时段内各交路列车开行对数 F_r 。线路 r 上的第 q 列车用符号 $\Gamma^{r,q}$ 表示, $L_i^{r,q}$, $A_i^{r,q}$ 和 $D_i^{r,q}$ 分别表示列车 $\Gamma^{r,q}$ 在车站 s_i^r 的出发时刻, 到达时刻和停站时刻。

C 表示大小交路的共线区段, 如图 1 中的($s_{hs} - s_{he}$)区间, $CS = \{cs_1, cs_2, \dots, cs_{m_c}\}$ 表示共线区段 c 车站集合, 即大小交路列车在该区间共线运行。

4. 模型的建立

4.1. 目标函数

以轨道交通各交路列车行车间隔的均衡性为优化目标构建列车运行图。借鉴文献[11]对铁路运行图均衡性的定义, 定义向量 $X_r = (L_1^{r,1}, L_1^{r,2}, \dots, L_1^{r,F_r})$ 为线路 r 上各列车在始发站 s_1^r 的始发时刻分布, 令 $y^{r,q}$ 为线路 r 始发站 s_1^r 上列车 $\Gamma^{r,q+1}$ 与 $\Gamma^{r,q}$ 的行车间隔时间, 见式(1)。定义 \bar{y}_r 为线路 r 上的平均行车间隔时间, 见式(2)。

$$y^{r,q} = L_1^{r,q+1} - L_1^{r,q} \quad (q \neq F_r) \tag{1}$$

$$\bar{y}_r = (T_2 - T_1) / F_r \tag{2}$$

各线路行车间隔与平均行车间隔时间最小也即行车间隔均衡性最大, 以此为目标构建大小交路模式列车运行图, 目标函数如下式所示:

$$\min Z = \sum_{r=1}^4 \sum_{q=1}^{F_r} (y^{r,q} - \bar{y}_r)^2 \tag{3}$$

4.2. 约束条件

- 1) 列车始发时间域约束

令首列车的始发时间不超过平均行车间隔时间 \bar{y}_r ，这样可以保证列车行车间隔尽可能均衡的分布在运营时段内。同时，各列车始发时刻不得超过运营时段范围 $[T_1, T_2]$ ，如式(4)和(5)所示。

$$T_1 \leq L_1^1 \leq T_1 + \bar{y}_r \tag{4}$$

$$T_1 \leq L_1^q < T_2 \tag{5}$$

2) 区间运行时分约束

$A_i^{r,q}$ ， $L_i^{r,q}$ 和 $D_i^{r,q}$ 分别表示列车 $\Gamma^{r,q}$ 在车站 s_i^r 的到达时刻，出发时刻和停站时刻。轨道交通线路上，列车不存在越行等，因此根据区间运行时分，停站时分以及始发时间，推算列车在各站的到发时刻，即：

$$A_i^{r,q} = L_{i-1}^{r,q} + R_i^r \tag{6}$$

$$L_i^{r,q} = A_i^{r,q} + D_i^{r,q} \tag{7}$$

3) 车底接续时间折返站间隔约束

各交路的终端折返站办理车底的折返作业和某个或多个子交路的终到列车折返作业。下图 2 中上行方向的列车 a 和下行方向的列车 b 为一对接续列车，即列车 a 的车底经过折返作业后承担列车 b 的运行任务，列车 a 和 b 之间需要满足车底接续时间 $t_{接}$ 。

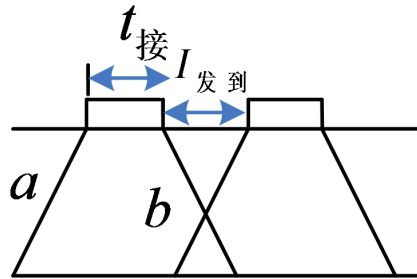


Figure 2. The turn-back interval time at the terminal station
图 2. 终端折返站站前折返间隔时间

同理线路 r 的对向线路为 π_r ，则线路 r 上第 q 列车 $\Gamma_{r,q}$ 的接续列车为线路 π_r 上第 v_q 列车 Γ_{π_r, v_q} ，则列车 Γ_{π_r, v_q} 在车站 m_r 的出发时刻与列车 $\Gamma_{r,q}$ 到达车站 m_r 之间需要满足车底接续时间 $t_{接}$ ，则：

$$L_{m_r}^{\pi_r, v_q} - A_{m_r}^{r, q} \geq t_{接} \tag{8}$$

站前折返模式下，当上一列车从该站发出一定时间之后，才能够办理第二列车的接车作业，因此，折返站间隔时间的约束是列车的发到间隔时间 $I_{发到}$ ，如上图 2 所示，则列车 $\Gamma_{r, q+1}$ 的到达车站 m_r 时刻与列车 Γ_{π_r, v_q} 自车站 m_r 出发时间之间需要满足间隔 $I_{发到}$ ，即，

$$A_{m_r}^{r, q+1} - L_{m_r}^{\pi_r, v_q} \geq I_{发到} \tag{9}$$

4) 列车追踪间隔时间约束

列车追踪间隔时间包括各线路的列车追踪间隔和共线区段上的列车追踪间隔时间。

① 各个线路 r 上相邻列车间满足追踪间隔，令 I_r 表示线路 r 上的行车间隔，即：

$$L_i^{r, (q+1)} - L_i^{r, q} \geq I_r \tag{10}$$

$$A_i^{r, (q+1)} - A_i^{r, q} \geq I_r \tag{11}$$

② 在共线区段上，大小交路列车共线运行，需要满足一定的行车间隔，在车站 $Cs_i \in Cs$ 上，若列车 $\Gamma_i^{r, q'}$ 是 $\Gamma_i^{r, q}$ 的前行列车，则

$$A_i^{r,q} - A_i^{r',q'} \geq I_r \quad (12)$$

$$L_i^{r,q} - L_i^{r',q'} \geq I_r \quad (13)$$

5. 算法设计

为降低问题的复杂度，采取分步求解，逐步优化的策略来求解上述模型。因此，该算法包括三个主要环节：1) 列车运行线初始布点；2) 车底交路算法；3) 冲突疏解算法。

1) 列车运行线初始布点

轨道交通列车运行线初始布点算法步骤如下：

Step 1: 对各线路 $r = 1, 2, 3, 4$ 的首班列车的出发时刻 $L_i^{r,1}$ 进行赋值；

Step 2: 根据式(2)计算各线路满足绝对均衡的行车间隔 \bar{y}_r ；

Step 3: 根据式(3)进行各线路列车在始发站的出发时刻；

Step 4: 根据各线路列车在各车站的停站时间，自始发站推算列车在各线路车站的初始到达时刻和出发时刻，将其视为理想到发时刻，用符号 $\overline{A_i^{r,q}}$ 和 $\overline{L_i^{r,q}}$ 表示。

2) 车底交路算法

车底交路计划编制问题是以总接续时间最短为目标，对车站的始发和终到列车进行匹配，形成接续关系集，这是一个典型的指派问题或求解二部图最大完美匹配问题，其一个部集为始发的列车集合，另一个部集为终到的列车集合，由于行车密度大，传统的匈牙利算法求解效率差，本文采用“紧凑接续”原则以降低求解的复杂度。车底交路算法的步骤如下：

Step 1: 初始化。定义 0~1 变量 $flag_{r,q,m_r}$ 对线路 r 上第 q 列车 $\Gamma_{r,q}$ 在车站 m_r 上的车底交路勾画状态进行标记，其值为 0 表示尚未勾画，其值为 1 表示已完成勾画。初始化全部到达和出发列车的 $flag_{r,q,m_r}$ 均为 0，设置 0~1 变量 $\xi_{m_r,r,q,\pi_r,q'}$ ，若在车站 m_r 上列车 $\Gamma_{r,q}$ 的接续列车为 $\Gamma_{\pi_r,q'}$ ，则 $\xi_{m_r,r,q,\pi_r,q'} = 1$ ，否则 $\xi_{m_r,r,q,\pi_r,q'} = 0$ ；

Step 2: 选择一个未处理的折返站 m_r ，将其标记为已处理，转 Step 3，若所有的折返站均已被处理，则转 Step 7；

Step 3: 在折返站 m_r 上，搜索尚未标记的第一列到达列车 $\Gamma_{r,q}$ ，转 Step 4；若该站列车已经全部被标记，则转 Step 2；

Step 4: 搜索其对向线路 π_r 上第一列未标记的出发列车 $\Gamma_{\pi_r,q'}$ ，若满足约束条件(10)，则匹配成功，标记 $\Gamma_{\pi_r,q'}$ 已处理，且令 $\xi_{m_r,r,q,\pi_r,q'} = 1$ ，否则，继续搜索下一列尚未标记的出发列车 $\Gamma_{\pi_r,q'}$ ，直至搜索到满足接续时间标准，也即约束条件(10)的出发列车；转至 Step 3，直至所有的列车均已经被标记已处理。

Step 5: 输出结果。

3) 冲突疏解算法

在列车运行图初始布点和车底交路计划的基础上进行列车冲突疏解。列车冲突始于同方向不同线路列车冲突，具体表现为共线区段大小交路列车运行线的行车间隔不满足最小行车间隔，以在运营时段内向后推移运行线的方式进行同方向不同线路列车冲突的疏解，继而又导致同方向同线路列车冲突，即列车行车间隔不满足最小行车间隔。因此，本文中存在着两种冲突疏解类型，一是同方向同线路列车运行冲突，二是同方向不同线路的列车冲突。

同方向不同线路之间的冲突疏解策略：在共线区段的始发站 cs_1 上检测列车冲突，若列车 $\Gamma_{r,q}$ 在车站 cs_1 上的出发时间 $L_{cs_1}^{r,q}$ 与列车 $\Gamma_{r',q'}$ 的出发时间 $L_{cs_1}^{r',q'}$ 不满足最小行车间隔 I_c ，即 $L_{cs_1}^{r,q} > L_{cs_1}^{r',q'}$ 且 $L_{cs_1}^{r,q} - L_{cs_1}^{r',q'} < I_c$ ，

则沿着时间轴向后推移列车 $\Gamma_{r,q}$ 的出发时间, 即 $L_{cs_1}^{r,q} = L_{cs_1}^{r,q'} + I_c$ 。

同方向同线路之间的冲突疏解策略: 在共线区段的始发站 cs_1 上, 若列车 $\Gamma_{r,q}$ 在车站 cs_1 上的出发时间 $L_{cs_1}^{r,q}$ 与列车 $\Gamma_{r,q+1}$ 的出发时间 $L_{cs_1}^{r,q+1}$ 不满足最小车间隔 I_r , 则令 $L_{cs_1}^{r,q+1} = L_{cs_1}^{r,q} + I_r$ 。

6. 算例

6.1. 参数输入

本文采用上海地铁 1 号线数据进行算例分析。上海地铁 1 号线始于富锦路站, 共设车站 28 座。线路右侧行车、双线单方向运行, 从莘庄至富锦路方向为下行方向, 列车运行交路为大小交路套跑运行, 富锦路站至上海南站区段开行小交路, 富锦路站至莘庄站之间开行大交路。大交路列车上下行全程运行时间为 65 min (含起停附加时分和停站时间); 小交路上下行全程运行时间为 55 min (含起停附加时分和停站时间)。信号系统按 2 min 列车追踪间隔设计, 车站的停站时间分别为 30 s。各折返站的到达间隔时间和出发间隔时间均为 2 min。富锦路站车底折返时间为 130 秒, 上海南站为 120 秒, 莘庄站为 130 秒, 折返站发到间隔时间均为 120 s。小交路在高峰时段开行, 本文编制早高峰 7:00~9:00 的列车运行图, 大小交路列车开行对数分别为 10 和 20。

6.2. 求解结果

通过 Matlab R2020 实现初始布点算法和车底交路勾画算法, 得到初始布点方案, 下列列车运行方案图, 见图 3。

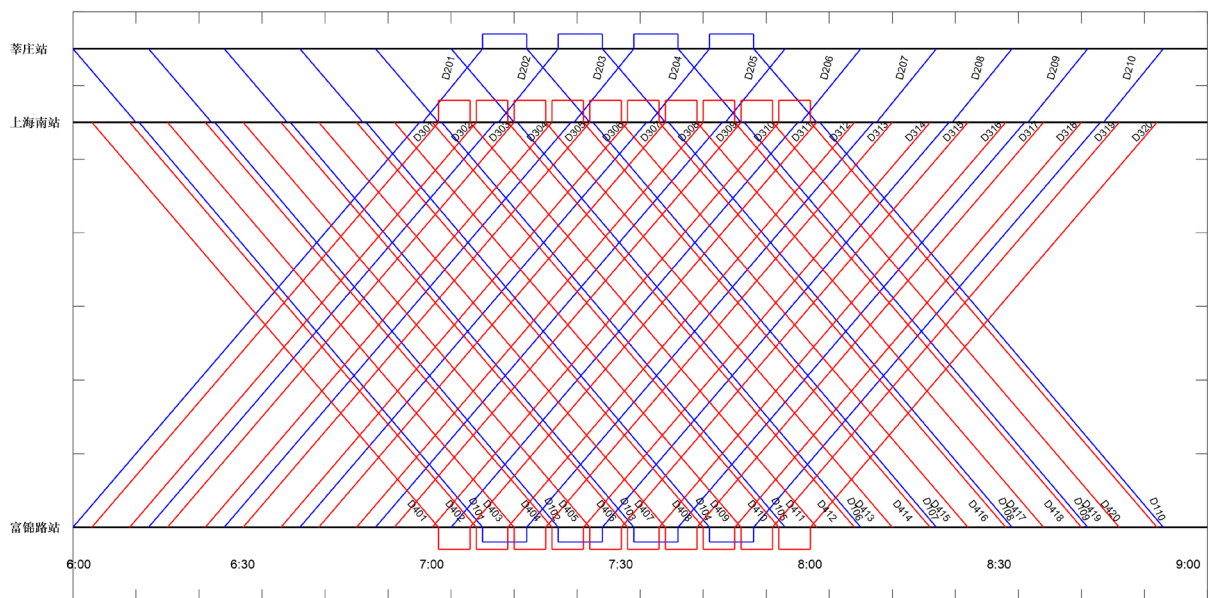


Figure 3. Train operation draft graph of full-length & short-turn operation mode

图 3. 大小交路列车运行方案图

通过列车冲突疏解算法检测到上图 3 中共有 10 处同方向不同线路列车冲突(如 D401 和 D101), 18 处折返站发到间隔时间冲突(如 D411 和 D302), 对上述冲突进行疏解, 得到图 4 所示列车运行图。图 4 中不存在列车冲突, 大交路列车的上下行行车间隔偏离分别为 15 min 和 12 min, 小交路的上下行行车间隔偏离分别为 11 min 和 15 min, 目标函数值为 715。

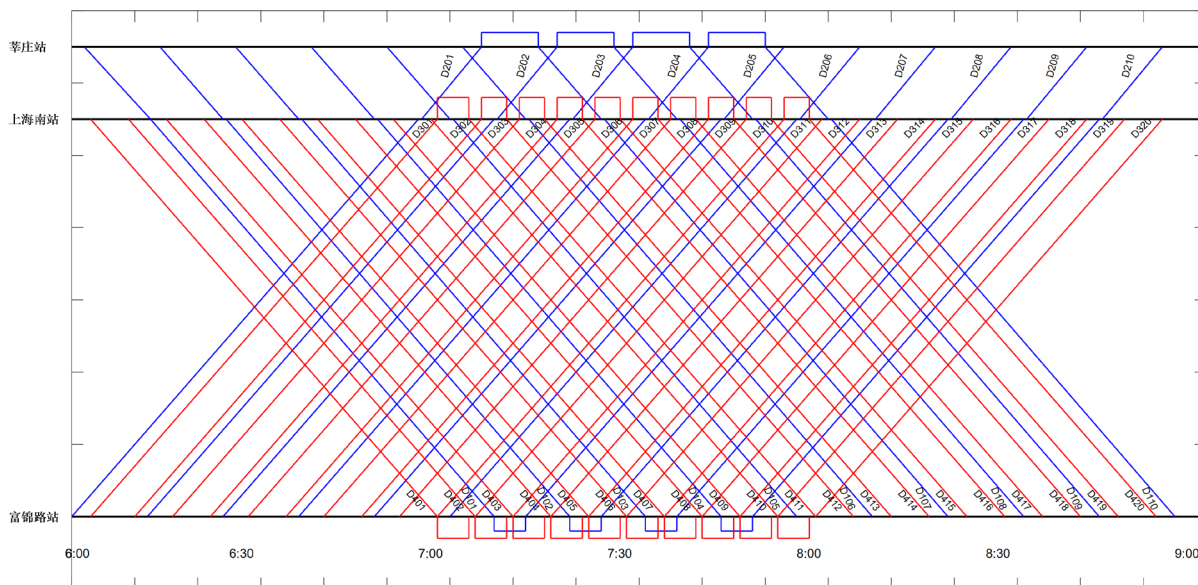


Figure 4. Train operation graph of full-length & short-turn operation mode

图 4. 大小交路列车运行图

7. 结论

大小交路是城市轨道交通基本交路模式之一，城市轨道交通线路结构的多样性以及客流特征的多样性导致了交路类型的多样性，进而导致了交路列车运行图编制的复杂性。城市轨道交通列车运行图编制涉及到的要素众多，各要素间作用关系复杂，大小交路模式下的列车运行图编制需要处理不同交路上列车的交叉冲突，具有一定的复杂性。本文以运行图均衡性为目标构建了轨道交通列车运行图，为降低问题的复杂度，基于递阶优化的思想设计相应的算法，设计了三个子算法：列车初始布点、车底交路计划编制和冲突疏解算法。通过实例验证了模型的合理性和算法的可行性。

基金项目

浙江省自然科学基金资助(LQ18G030012)，教育部人文社科基金资助(18YJC630190)。

参考文献

- [1] 季令, 张国宝. 城市轨道交通运营组织[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2001: 34-36.
- [2] 王媛媛. 城市轨道交通列车运行图编制理论与方法[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2015.
- [3] 李素莹, 陈光华, 车永兵. 上海轨道交通1号线开行大小交路运行方案的实践[J]. 城市轨道交通研究, 2007, 1(1): 50-53.
- [4] 许红, 马建军, 等. 城市轨道交通列车运行图编制的数学模型及方法[J]. 北京交通大学学报, 2006(3): 10-14.
- [5] 张铭, 徐瑞华. 轨道交通网络列车衔接组织的递阶协调优化[J]. 系统工程, 2007(9): 33-37.
- [6] Wong, R.C.W., Leung, J.M.Y., et al. (2008) Optimizing Timetable Synchronization for Rail Mass Transit. *Transportation Science*, **42**, 57-69. <https://doi.org/10.1287/trsc.1070.0200>
- [7] Guo, X., Sun, H.J., et al. (2017) Multiperiod-Based Timetable Optimization for Metro Transit Networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, **9**, 46-67. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2016.11.005>
- [8] Yang, X., Chen, A., et al. (2016) A Stochastic Model for the Integrated Optimization on Metro Timetable and Speed Profile with Uncertain Train Mass. *Transportation Research Part B: Methodological*, **91**, 424-445. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2016.06.006>
- [9] 徐瑞华, 刘峰博, 范围. 基于换乘运力协调的地铁列车运行调整策略[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017(6):

164-170.

- [10] Yang, X., *et al.*, (2017) Bi-Objective Programming Approach for Solving the Metro Timetable Optimization Problem with Dwell Time Uncertainty. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **97**, 22-37.
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2016.10.012>
- [11] 孙焰, 李致中. 列车运行图的均衡性标准[J]. 长沙铁道学院学报, 1993, 11(2): 63-68.