

局域规范变换中协变导数 D_μ 的作用新探

赵国求

华中科技大学WISCO联合实验室, 湖北 武汉
Email: zhao66@126.com

收稿日期: 2021年4月29日; 录用日期: 2021年5月31日; 发布日期: 2021年6月8日

摘要

局域规范变换通过协变导数引进规范场 A_μ 体现电磁作用的理解是不准确的。其实, 对自由带电粒子作局域规范变换时就引进了电磁场作用。通过协变导数引进规范场 A_μ 是消除局域规范变换引进的电磁场作用。这是恢复带电粒子自由运动状态和洛仑兹协变, 保证狄拉克方程形式不变性的物理数学操作。

关键词

波函数, 整体规范变换, 局域规范变换, 协变导数, 相互作用场

A New Study on the Role of Covariant Derivative D_μ in Local Gauge Transformation

Guoqiu Zhao

WISCO Joint Laboratory, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei
Email: zhao66@126.com

Received: Apr. 29th, 2021; accepted: May 31st, 2021; published: Jun. 8th, 2021

Abstract

It is not accurate to say that electromagnetic action is represented by introducing gauge field through covariant derivative. In fact, the local gauge transformation of charged free particles introduces electromagnetic fields. The introduction of gauge field A_μ by covariant derivative eliminates the effect of electromagnetic field introduced by local gauge transformation. This is a

physical and mathematical operation to restore the free motion state of charged particles and Lorentz covariant to ensure the form invariance of Dirac equation.

Keywords

Wave Function, Global Gauge Transformation, Local Gauge Transformation, Covariant Derivative, Interaction Field

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 整体规范变换

对自由带电粒子 ψ 、 $\bar{\psi}$ 和 $\partial_\mu\psi$ 做整体规范变换, $\alpha = \text{常数}$, $\partial_\mu\alpha = 0$, 有

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-i\alpha}\psi$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{i\alpha}$$

$$\partial_\mu\psi \rightarrow \partial_\mu\psi' = e^{-i\alpha}\partial_\mu\psi$$

ψ 、 $\bar{\psi}$ 、 $\partial_\mu\psi$ 按相同规律变换。即可得到洛伦兹协变形式的狄拉克方程[1]

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$$

双 4 维时空量子力学中, 波函数是物理波[2] [3]。波函数乘上 $\alpha = \text{常数}$ 的相因子, 实际就是在原来波函数相位上再加上一个固定的相因子 α , 得到的新波函数 ψ' , 波函数增加了一个初相, 波函数之间(或叠加态本征态之间)仍然保持固定相差, 是波函数全空间坐标平移。整体规范变换自由带电粒子不受力, 仍作自由运动[2]。波函数量子平行态的存在(量子测量前的 U 过程), 让狄拉克方程仍然成立。如果 $\psi(x)$ 是自旋波函数, 整体规范变换只是在自旋量子平行态之间增加一个固定相差, 自旋与轨道没有偶合作用, 电子仍然作自由运动。

2. 局域规范变换

上式中, 若 $\alpha = \alpha(x)$, 即所乘相位因子是时空坐标 x 的函数。对自由带电粒子的场量 ψ 及其导数 $\partial_\mu\psi$ 做局域规范变换:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-i\alpha(x)}\psi$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = e^{i\alpha(x)}\bar{\psi}$$

$$\partial_\mu\psi \rightarrow \partial_\mu\psi' = \partial_\mu[e^{-i\alpha(x)}\psi] = e^{-i\alpha(x)}\partial_\mu\psi - i\partial_\mu\alpha(x)e^{-i\alpha(x)}\psi \neq e^{-i\alpha(x)}\partial_\mu\psi$$

由于 $\partial_\mu\alpha(x) \neq 0$, 场量与场量导数的变换不一致, 不能得到洛伦兹协变的狄拉克方程。分析发现, 数学上, 通过引入协变导数 D_μ

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$$

体现带电粒子与电磁场的作用, 即可得到形式不变的狄拉克场方程:

$$(ir^\mu D_\mu - m)\psi = 0$$

可见, 通过协变导数引进规范场 A_μ , 体现电磁场与带电粒子之间的相互作用, 就可实现局域规范变换规范不变性[1]。

3. 规范变换协变导数的物理意义

我们认为, 整体规范变换没有引进相互作用, 带电粒子仍作自由运动。而作局域规范变换 $\alpha(x) \neq$ 常数, 耦合势 $U = e^{\alpha(x)}$ 就已经使自由带电粒子置于电磁场中, 受到了相互作用[2]。其实, 局域规范变换就是一种量子测量作用。 $\alpha(x) \neq$ 常数, $e^{-i\alpha(x)}\psi$ 表明波函数之间(或叠加态本征态之间)固定相差不存在, 纯态演变成混合态, 相干性消失[2]。自由带电粒子受到电磁力作用, 作变速运动, 在状态转变中, 自由运动状态和洛仑兹协变遭到了破坏。量子测量的 R 过程即表现其中[4]。因此, 通过协变导数引进规范场 A_μ 是消除局域规范变换引进的电磁场作用, 恢复带电粒子自由运动状态和洛仑兹协变, 保证狄拉克场方程形式不变性的物理数学操作[2]。这样, 规范场论中通过协变导数引进规范场, 保证流和荷的守恒, 物理上也得到了合理解释[5]。

对自旋波函数 $\psi(x)$ 作局域规范变换, 相当于自旋与轨道之间引进了偶合作用。氢原子轨道上电子在耦合势 $U = e^{\alpha(x)}$ 的作用下, 从自由电子纯态演变成自旋向上, 自旋向下的混合态。测量中我们将观察到自旋向上, 自旋向下的混合态电子轨道精细结构[2] [5]。

对自旋波函数 $\psi(x)$ 作局域规范变换就能体现自旋-轨道耦合作用。引进协变导数 D_μ 是消除自旋与轨道耦合作用。电子作自由运动, 即可保证狄拉克场方程形式的不变性。狄拉克方程[5] [6]

$$(ir^\mu D_\mu - m)\psi = 0$$

成立。

量子色动力学也类似。在夸克与胶子场的作用中, 数学上要用到群论。考虑到夸克、胶子场的物质实在性, 及其相位的物理意义, 量子色动力学完全可以做出相同的力学分析。夸克与胶子场的作用也是在局域规范变换中实现的, 协变导数引进规范场也只是一种抵消作用[1] [2]。夸克作自由运动, 即可保证狄拉克场方程形式的不变性。

4. 结论

- 1) 通过协变导数引进规范场, 让粒子作自由运动, 能保证狄拉克方程形式不变。
- 2) 带电粒子作自由运动, 就可以保证局域规范变换中封闭曲面流和荷的守恒。
- 3) 对自旋波函数 $\psi(x)$ 作局域规范变换, 自旋与轨道之间就引进了偶合作用。

参考文献

- [1] 胡瑶光. 规范场论[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1984: 6-13, 176-181.
- [2] 赵国求. 双 4 维时空量子力学基础[M]. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2016: 165-167, 203-213.
- [3] Zhao, G.Q. (2019) Meaning of the Wave Function and the Origin of Probability in Quantum Mechanics. *International Journal of Quantum Foundations*, 1, 32-45. <https://www.ijqf.org/archives/5710>
- [4] 张永德. 量子菜根谭[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016: 27-58.
- [5] 赵国求. 规范场论中引进协变导数的物理实质及哲学思考[J]. 科学研究月刊, 2006(7): 133.
- [6] 罗杰·彭罗斯. 通向实在之路[M]. 王文浩, 译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2008: 286, 639-644, 667.