

# 利用声栅原理揭秘多级阶梯奇特乐音现象

黄绍书<sup>1,2</sup>, 吴次南<sup>2</sup>

<sup>1</sup>毕节市第二实验高中, 贵州 毕节

<sup>2</sup>安顺学院, 贵州 安顺

收稿日期: 2022年4月6日; 录用日期: 2022年5月6日; 发布日期: 2022年5月17日

## 摘要

光波经过光栅作用形成的光强分布, 实际是光栅的单缝(槽)衍射和多缝(槽)干涉的共同结果。经观察发现, 级数足够多的阶梯对一定强度的入射噪音反射后, 在反射声场中将会获得某特定频段的乐音。本文仿照闪耀光栅将多级阶梯视为平面反射声栅即闪耀声栅, 给出闪耀声栅声强分布, 还给出相应的相邻槽间反射声波的路程差满足的约束关系。同时, 根据实地考察的测量数据和相应的频谱曲线结合平面反射声栅原理对多级阶梯反射声场中形成的乐音现象予以分析, 并以中国江苏茅山苏南抗战胜利纪念碑的“碑下放鞭炮空中响军号”和中国山东青岛鹤山的“招鹤回鸣”等两个现象作为实例予以阐释。

## 关键词

声栅原理, 反射声栅, 反射声场, 闪耀声栅, 闪耀波长

# Using the Sound Grid Principle to Reveal the Phenomenon of Peculiar Multi-Step Music

Shaoshu Huang<sup>1,2</sup>, Cinan Wu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bijie Second Experimental High School, Bijie Guizhou

<sup>2</sup>Anshun College, Anshun Guizhou

Received: Apr. 6<sup>th</sup>, 2022; accepted: May 6<sup>th</sup>, 2022; published: May 17<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

The light intensity distribution formed by light waves through gratings is actually the result of single slit (groove) diffraction and multi-slot (groove) interference of grating. It has been observed that after a step with enough stages reflects the incident noise of a certain intensity, the tone of a certain frequency band will be obtained in the reflected sound field. In this paper, the glare grating is regarded as a plane reflection sound grid, that is, the blazed sound grid, which gives the dis-

tribution of the sound intensity of the blazed sound grid, and also gives the constraint relationship that the corresponding path difference of the reflected sound waves between adjacent grooves is satisfied. At the same time, according to the field survey data and the corresponding spectral curve combined with the principle of plane reflection acoustic grating, the music phenomenon formed in the multi-stage step reflection sound field is analyzed, and the firecrackers under the monument of the Susan Anti-Japanese War Memorial in Maoshan, Jiangsu, China. The two phenomena of the "Put the firecrackers in the air under the monument" and "Recruiting crane" in Heshan, Qingdao, Shandong, China are explained as examples.

## Keywords

Sound Grid Principle, Reflected Sound Grid, Reflected Sound Field, Blazed Sound Grid, Blazed Wavelength

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

光波经过光栅作用形成的光强分布, 实际是光栅的单缝(槽)衍射和多缝(槽)干涉的共同结果。观察研究发现, 级数足够多的阶梯对一定强度的入射噪音反射后, 在反射声场中将会获得某特定频段的乐音。

这类在多级阶梯反射声场中普遍存在的奇特乐音现象, 属于典型的声道特性问题。

目前, 有关文献[1]-[10]从布拉格散射或阶梯衍射或阶梯干涉的角度对这类问题予以分析, 已取得一定成果。但是, 若仿照闪耀光栅利用闪耀声栅原理则容易对这一反射声场中的奇特乐音现象更能作出合理且较全面解释。

## 2. 多级阶梯的声栅原理

### 2.1. 阶梯结构与闪耀声栅

如图 1 所示是多级阶梯示意图。从形状上看, 多级阶梯相似于光学上的平面反射光栅即闪耀光栅。

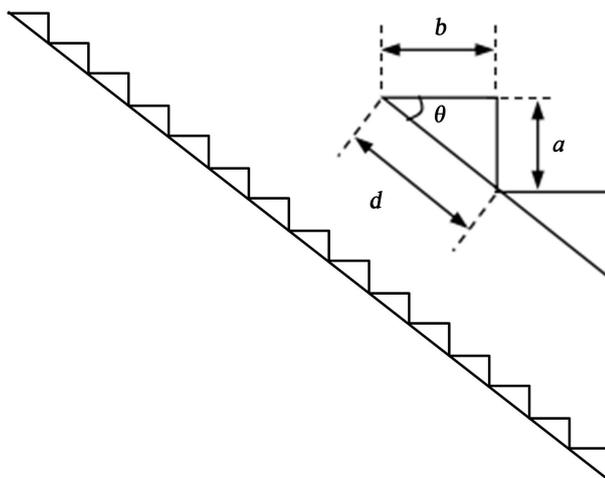


Figure 1. Multi-level ladder  
图 1. 多级阶梯

光栅是一种多狭缝(槽)部件。光栅光谱的产生是多狭缝(槽)干涉和单狭缝(槽)衍射两者联合作用的结果。多缝(槽)干涉决定光谱线出现的位置, 单缝(槽)衍射决定谱线的强度分布。

为了表述方便, 类似地将多级阶梯称为平面反射声栅或闪耀声栅, 并设梯步高为  $a$ 、梯步宽为  $b$ , 而  $d$  表示梯步间距即为声栅常数。

## 2.2. 阶梯的夫琅禾费衍射

仿照光栅[11]的夫琅禾费衍射, 当平行相干声波经  $N$  级阶梯的竖直面  $a$  或水平面  $b$  反射(散射)后, 在阶梯的空间参数( $a, b, d$ )可与声波的波长  $\lambda$  相比拟时, 其衍射声波的强度  $I_\varphi$  分布情况满足:

$$I_\varphi = \begin{cases} I_0^2 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2 \left( \frac{\sin\left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right)^2 & \text{(阶梯 } a \text{ 面反射的情况)} \\ I_0^2 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2 \left( \frac{\sin\left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right)^2 & \text{(阶梯 } b \text{ 面反射的情况)} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\varphi$  为衍射角, 通常满足  $0^\circ \leq \varphi < 90^\circ$ ;  $I_0$  是  $\varphi = 0^\circ$  时单槽衍射的 0 级强度;  $\left( \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2$  或

$\left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2$  为单槽衍射因子;  $\left( \frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2$  为槽间干涉因子。

因此, 可认为(1)式是阶梯的单槽衍射和多槽干涉共同作用的结果。与此同时, 相邻槽间反射声波的路程差满足

$$\Delta L = k\lambda = k \frac{v}{f}, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \text{下同}) \quad (2)$$

其中,  $\lambda$ 、 $f$ 、 $v$  分别是入射声波的波长、频率及在空气中的速度。

## 3. 奇特乐音实例分析

### 3.1. 茅山神奇军号声

如图 2 所示, 是中国江苏茅山“苏南抗战胜利纪念碑”和附设阶梯横截面示意图。碑身高 28 m, 整个阶梯分为 6 组(每组 50 级, 最上方还多出 17 级, 共 317 级, 图中未画全), 相当于由 6 组平面反射声栅构成。相邻各组阶梯的倾斜度略有不同, 由下到上依次增大,  $\theta \approx 20^\circ \sim 40^\circ$ ; 各组梯步高相同, 即是  $a \approx 15 \text{ cm}$ ; 各组梯步宽不同, 依次  $b \approx 45 \text{ cm} \sim 20 \text{ cm}$ ; 各组梯步间距即声栅常数不同, 依次  $d \approx 47 \text{ cm} \sim 25 \text{ cm}$ 。另外, 鞭炮爆炸位置距离地面高约为 55~60 m, 距离每一级阶梯的水平距离均在 50 m 以上。当在纪念碑前的广场上一定范围之内燃放鞭炮时, 空中将会响起清晰嘹亮的 6 个音符联奏的军号声。因此素有“碑下放鞭炮, 空中响军号”的神奇称号。

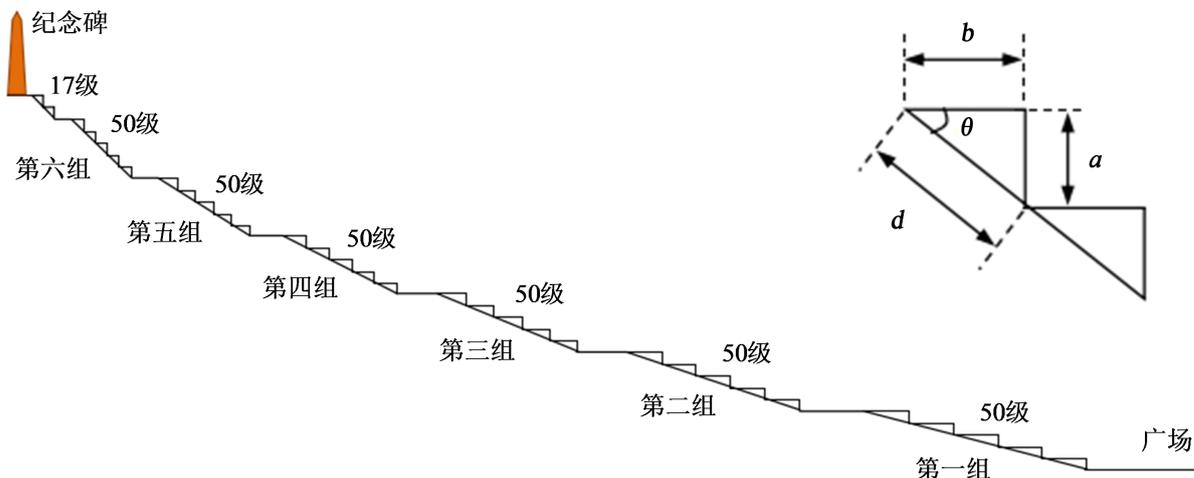


Figure 2. Maoshan monument and step section  
图 2. 茅山纪念碑及阶梯截面

### 3.1.1. 阶梯对应的闪耀波长和闪耀频率

现在要考虑第  $n$  组阶梯相邻两级阶梯之间的反射声波路程差的计算以及和各组阶梯对应的闪耀波长和闪耀频率。

1) 声波入射到阶梯  $a$  面的情况

设两列平行相干声波分别以垂直阶梯  $a$  面入射和以最大倾角(入射波阵面与阶梯  $a$  面的夹角为  $\theta$ )入射到阶梯  $a$  面, 如图 3(a)、图 3(b)所示。这两种情况下, 两列反射声波的路程差分别为:

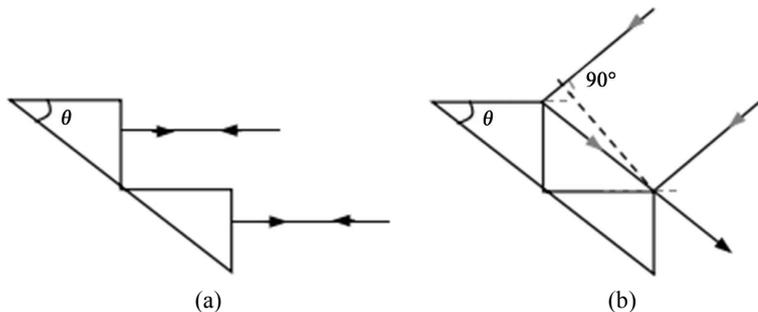


Figure 3. Incidence and reflection of step  $a$  surface; (a) Normal incidence; (b) Incident at the maximum angle of inclination

图 3. 阶梯  $a$  面的入射与反射; (a) 垂直入射; (b) 最大倾角入射

$$\Delta L_{na-\max} = 2d_n \cos \theta_n = 2b_n \tag{3}$$

和

$$\Delta L_{na-\min} = d_n + d_n \cos 2\theta_n = 2d_n \cos^2 \theta_n = 2b_n \cos \theta \tag{4}$$

在能产生(1)式结果的前提下, 对应阶梯  $a$  面的最大闪耀波长  $\lambda_{na-\max}$  和最小闪耀波长  $\lambda_{na-\min}$  分别为:

$$k\lambda_{na-\max} = \Delta L_{na-\max} = 2b_n \tag{5}$$

及

$$k\lambda_{na-\min} = \Delta L_{na-\min} = 2b_n \cos \theta \tag{6}$$

所以, 各组阶梯  $a$  面对应的闪耀波长  $\lambda_{na}$  的范围为:

$$2b_n \cos \theta \leq k\lambda_{na} \leq 2b_n \quad (7)$$

代入阶梯参数, 计算得出第一组阶梯和第六组阶梯的闪耀波长的数值范围分别为:

$$85 \text{ cm} \leq k\lambda_{1a} \leq 90 \text{ cm} \quad (8)$$

$$31 \text{ cm} \leq k\lambda_{6a} \leq 40 \text{ cm} \quad (9)$$

对应的闪耀频率范围分别为

$$k \cdot 400 \text{ Hz} \geq f_{1a} \geq k \cdot 378 \text{ Hz} \quad (10)$$

$$k \cdot 1096 \text{ Hz} \geq f_{6a} \geq k \cdot 850 \text{ Hz} \quad (11)$$

其余各组阶梯的  $a$  面闪耀频率介于  $f_{1a}$  与  $f_{6a}$  之间, 即有以下关系:

$$f_{1a} < f_{2a} < f_{3a} < f_{4a} < f_{5a} < f_{6a} \quad (12)$$

2) 声波入射到阶梯  $b$  面的情况

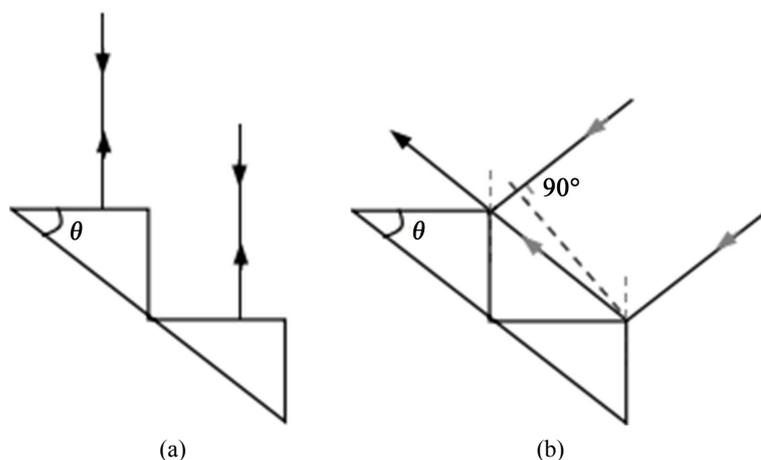


Figure 4. Incidence and reflection of step  $b$  surface; (a) Normal incidence; (b) Incident at the maximum angle of inclination

图 4. 阶梯  $b$  面的入射与反射; (a) 垂直入射; (b) 最大倾角入射

设两列平行相干声波分别以垂直阶梯  $b$  面入射和以最大倾角(入射波阵面与阶梯  $b$  面的夹角为  $90^\circ - \theta$ ) 入射到阶梯  $b$  面, 如图 4(a)、图 4(b)所示。这时, 两列反射声波的路程差分别为:

$$\Delta L_{nb-\max} = 2d_n \sin \theta_n = 2a_n \quad (13)$$

和

$$\Delta L_{nb-\min} = d_n - d_n \cos 2\theta_n = 2d_n \sin^2 \theta_n = 2a_n \sin \theta \quad (14)$$

相应地, 阶梯  $b$  面的最大闪耀波长  $\lambda_{nb-\max}$  和最小闪耀波长  $\lambda_{nb-\min}$  分别为:

$$\lambda_{nb-\max} = \Delta L_{nb-\max} = 2a_n \quad (15)$$

及

$$\lambda_{nb-\min} = \Delta L_{nb-\min} = 2a_n \sin \theta \quad (16)$$

所以, 各组阶梯  $b$  面对应的闪耀波长  $\lambda_{nb}$  的范围为:

$$2a_n \sin \theta \leq \lambda_{nb} \leq 2a_n \quad (17)$$

代入阶梯参数, 计算得出第一组阶梯和第六组阶梯的闪耀波长的数值范围分别为:

$$10 \text{ cm} \leq \lambda_{1b} \leq 30 \text{ cm} \quad (18)$$

$$19 \text{ cm} \leq \lambda_{6b} \leq 30 \text{ cm} \quad (19)$$

对应的闪耀频率范围分别为

$$k \cdot 3400 \text{ Hz} \geq f_{1b} \geq k \cdot 1133 \text{ Hz} \quad (20)$$

$$k \cdot 1789 \text{ Hz} \geq f_{6b} \geq k \cdot 1133 \text{ Hz} \quad (21)$$

可以看出, 其余各组阶梯的  $b$  面闪耀频率最大值介于  $f_{1b}$  与  $f_{6b}$  的最大值之间, 各组阶梯之间闪耀频率范围存在较大的交叉。

### 3.1.2. 频谱曲线比较

如图 5~8 所示分别是鞭炮爆炸声波频谱曲线、某军号声波频谱曲线及茅山纪念碑阶梯对鞭炮爆炸反射声波频谱曲线。对照这几图可以看出:

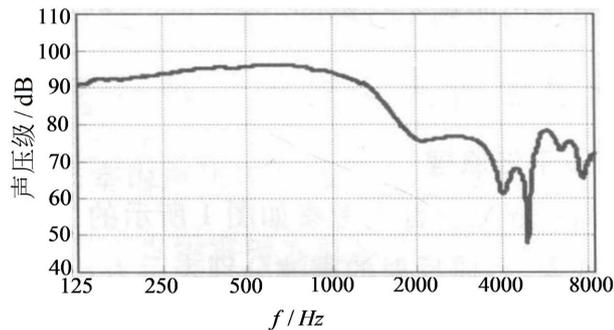


Figure 5. Firecracker sound spectrum

图 5. 鞭炮声频谱

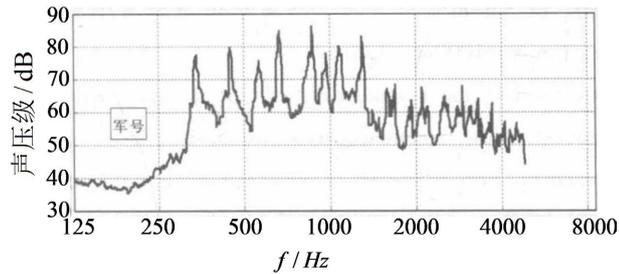


Figure 6. Some kind of bugle sound spectrum

图 6. 某种军号声频谱

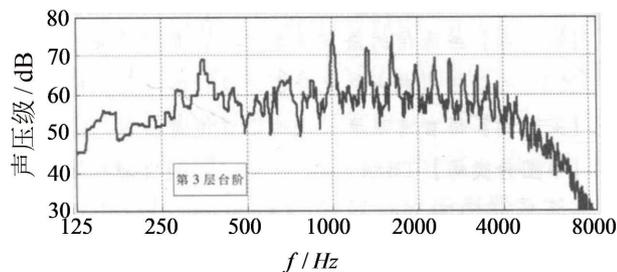


Figure 7. The third group of stepped reflection sound spectrum

图 7. 第三组阶梯反射声频谱

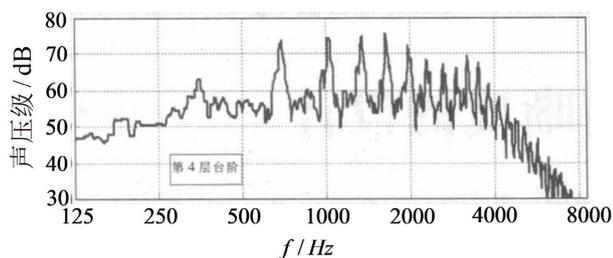


Figure 8. The fourth group of stepped reflection sound spectrum

图 8. 第四组阶梯反射声频谱

第一, 鞭炮爆炸声波频率范围要比军号声波的频率范围大得多;

第二, 鞭炮爆炸声波经阶梯作用后, 形成类似军号声波的频谱。

### 3.1.3. 揭秘神奇军号声

由于鞭炮爆炸位置与每一组阶梯之间的距离都比较大, 故其爆炸产生并入射到相邻两级阶梯的声波可近似认为是平行声波。因此, 这就近似符合夫琅禾费衍射的基本必要条件。

某一特定情况下, 可以使声栅的单槽衍射 0 级主极大正好落在相应的干涉 1 级谱线上。又由于  $a$ 、 $b$  和  $d$  相差不大, 其它干涉级谱线几乎都落在单槽衍射的暗线位置形成缺级。因此, 绝大部分(80%~90%)声音能量都集中到声波的干涉 1 级谱线附近, 使其强度大大增加。

声波相对阶梯某个面的不同入射角, 将对应不同的闪耀波长。如图 9 所示是鞭炮爆炸声波经各组阶梯反射到观察者的示意图, 由图中可以看出, 各组阶梯对应的入射角由下到上依次减小。还可以看出, 鞭炮爆炸声波是经阶梯的  $a$  面反射到达观察者。因此, 各组阶梯产生的闪耀波长范围和闪耀频率范围分别符合(8)~(11)式及其类似的推理, 但实际范围还要小一些。

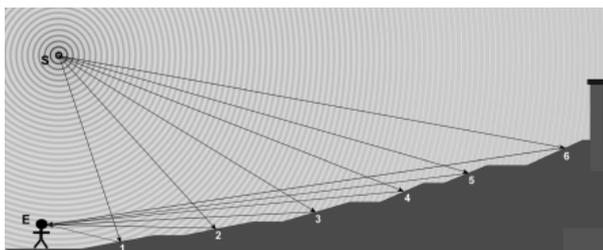


Figure 9. Incident angle decreases from bottom to top

图 9. 入射角由下至上依次减小

从图 5、图 7、图 8 中可以看出, 符合(10) (11)两式及两式之间表示的频率范围的声波经如图 9 所示的阶梯声栅的多槽干涉和单槽衍射后得以有效加强。

根据(12)式, 各组阶梯的闪耀频率不同, 且鞭炮爆炸点经各组阶梯到观察者之间的路程有明显的差距。因此, 鞭炮爆炸声波经各组阶梯声栅作用后, 观察者将听到 6 个不同频率的音符联奏。

综上分析可以得出, 军号声的形成是多组多级阶梯声栅作用的结果, 也就是多组多级阶梯对鞭炮声的反射(散射)波产生干涉和衍射共同作用的结果。

## 3.2. 鹤山“招鹤回鸣”景观

如图 10 所示是中国山东青岛鹤山“招鹤回鸣”景观阶梯截面示意图, 共 47 级阶梯(图中未画全)。每级阶梯的高  $a \approx 18 \text{ cm}$ 、宽  $b \approx 26 \text{ cm}$ , 梯步间距即声栅常数  $d \approx 32 \text{ cm}$ , 阶梯倾角  $\theta \approx 35^\circ$ 。当人站在阶梯前方约 16 m 处猛烈击掌时, 则会听到或监测到类似于鹤鸟鸣叫的声音。

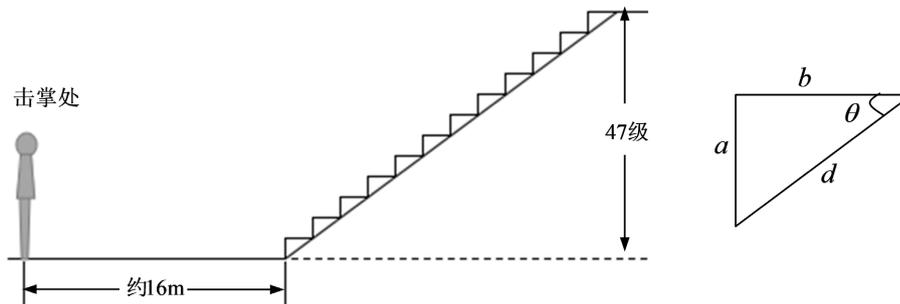


Figure 10. “Zhaohe echoes” staircase section  
图 10. “招鹤回鸣” 阶梯截面

### 3.2.1. 阶梯对应的闪耀波长和闪耀频率

仿照(3)~(11)式的推导, 可得到阶梯垂直梯面对应的闪耀波长范围为:

$$2b \cos \theta \leq k\lambda \leq 2b \quad (22)$$

即

$$42 \text{ cm} \leq k\lambda \leq 52 \text{ cm} \quad (23)$$

相应的闪耀频率范围分别是:

$$k \cdot 810 \text{ Hz} \geq f \geq k \cdot 654 \text{ Hz} \quad (24)$$

### 3.2.2. 频谱曲线比较

如图 11~13 所示分别是击掌声波频谱曲线、青岛鹤山阶梯对击掌反射声波频谱曲线和鹤鸟鸣叫声波频谱曲线。对照这几图可以看出, 击掌声波经阶梯作用后, 形成类似鹤鸟鸣叫声波的频谱。

### 3.2.3. “招鹤回鸣” 成因

从图 11~13 中可以看出, 符合(24)式表示的频率范围的声波经阶梯声栅的多槽干涉和单槽衍射后得以有效加强。

综合所述, “招鹤回鸣” 的形成有多级阶梯声栅作用的结果, 也就是有多级阶梯对击掌声的反射(散射)波产生干涉和衍射共同作用的结果。

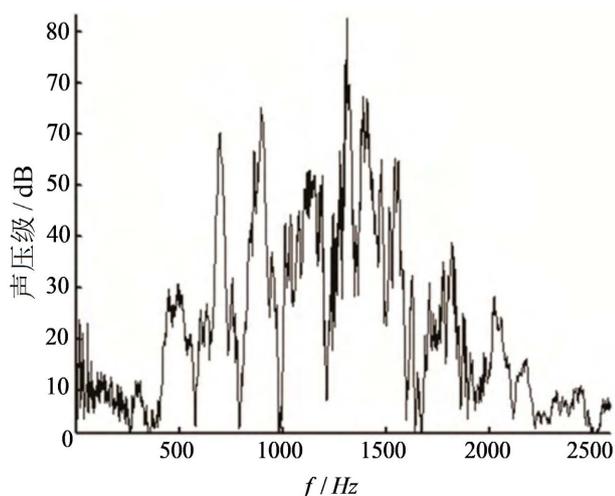


Figure 11. High-five spectrum  
图 11. 击掌声频谱

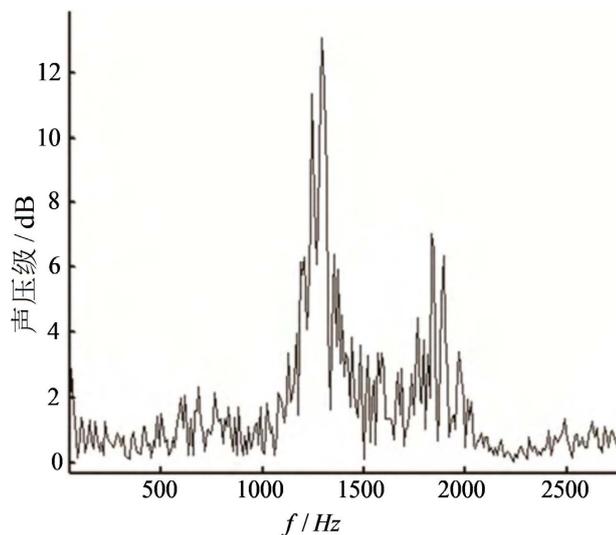


Figure 12. Spectrum of reflected sound

图 12. 反射声频谱

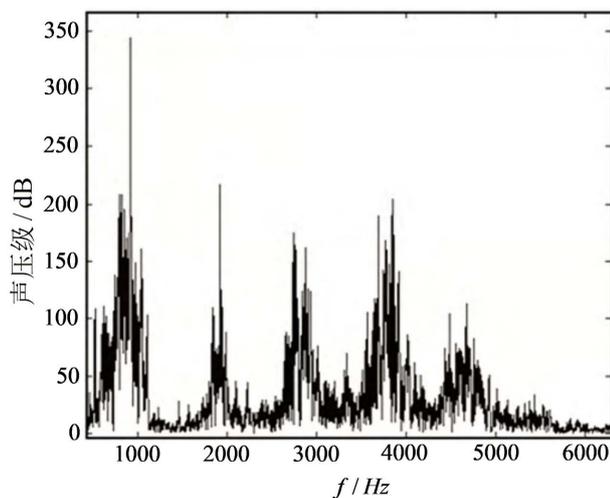


Figure 13. Crane bird sound spectrum

图 13. 鹤鸟声频谱

#### 4. 讨论

本文研究和分析的问题涉及的诸多方面, 还有待于进一步的深入讨论。

1) 鞭炮声、击掌声等噪音经阶梯作用形成的乐音, 可能有直接传播到声音监测器(耳朵)的成分, 也可能有再次经周围障碍物或空气层反射传播到声音监测器(耳朵)的成分。同时, 阶梯的横向长度与形成的乐音的连续效果也应可能有一定的关系。

2) 远近不同组别的阶梯, 形成不同音符的乐音, 除与阶梯的声栅作用有关外, 还与泛音个数有关系。

3) 多级阶梯的竖直梯面和水平梯面都有声栅效应, 这决定于声源和观察者或监测设备的空间位置。

#### 5. 结论

可以仿照光波经反射光栅作用后的光强分布对阶梯的声栅作用形成的声学现象予以解释, 并建立相应的声栅理论。

任何级数足够多的等间距阶梯, 对频率范围足够广的噪音作用, 都会形成一定频段的乐音。但阶梯的参数不同, 形成的乐音频段也不同。

## 致 谢

本文的完成过程中, 与北京师范大学包景东教授和南京大学王思慧教授进行过有益的讨论, 在此真诚感谢。

## 参考文献

- [1] 林建恒, 高大治, 衣雪娟, 张新耀. “招鹤回鸣”: 布拉格共振声学景观[J]. 声学技术, 2016(2): 87-90.
- [2] 张洁, 毛东兴. 苏南抗战胜利纪念碑军号声成因分析[J]. 声频工程, 2007(5): 13-15, 19.
- [3] 严立中, 李志军. 茅山新四军纪念碑号声揭密[J]. 电声技术, 2006(11): 7, 8, 16.
- [4] 李志军, 严立中, 王林. 再谈茅山革命纪念碑军号声成因[J]. 声学技术, 2007(6): 1201-1204.
- [5] Declercq, N.F. and Degrieck, J. (2004) A Theoretical Study of Special Acoustic Effects Caused by the Staircase of the El Castillo Pyramid at the Maya Ruins of Chichen-Itza in Mexico. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **116**, 3328-3335. <https://doi.org/10.1121/1.1764833>
- [6] Declercq, N.F. and Dekeyser, C.S.A (2007) Acoustic Diffraction Effects at the Hellenistic Amphitheater of Epidaurus: Seat Rows Responsible for the Marvelous Acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **121**, 2011-2022. <https://doi.org/10.1121/1.2709842>
- [7] Birkl, G., Gatzke, M., Deutsch, I.H., et al. (1995) Bragg Scattering from Atoms in Optical Lattices. *Physical Review Letters*, **75**, 2823-2826. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.2823>
- [8] Weidemüller, M., et al. (1995) Bragg Diffraction in an Atomic Lattice Bound by Light. *Physical Review Letters*, **75**, 4583-4586. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.4583>
- [9] Bae, I.-H., et al. (2008) Electromagnetically Induced Bragg Reflection with a Stationary Coupling Field in a Buffer Rubidium Vapor Cell. *Applied Optics*, **47**, 4849-4855. <https://doi.org/10.1364/AO.47.004849>
- [10] Donvankar, P.S., et al. (2014) Frequency Translation via Four-Wave Mixing Bragg Scattering in Rb Filled Photonic Bandgap Fibers. *Optics Letters*, **39**, 1557-1560. <https://doi.org/10.1364/OL.39.001557>
- [11] 赵凯华. 光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 195-220.