

Analysis of Sensitivity of k_{eff} on the Few-Group of Macroscopic Cross Section Parameters

Huiyan Zhang¹, Qiang Zhao^{1*}, Chen Hao¹, Jianqiang Chen^{1,2}

¹Fundamental Science on Nuclear Safety and Simulation Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang

²Institute of Nuclear and New Energy Technology, Tsinghua University, Beijing
Email: *zhaoqiang@hrbeu.edu.cn

Received: Jan. 8th, 2016; accepted: Jan. 26th, 2016; published: Jan. 29th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

This paper derives sensitivity calculation formulas of thermal neutron reactor effective multiplication factor to the few-group macroscopic cross section, which is based on the perturbation theory, and develops the program PETMUS to calculate sensitivity. This program PETMUS couples the core diffusion program to calculate the sensitivity of k_{eff} to the few-group macroscopic cross section. We apply the method of direct perturbation to test and verify the sensitivity of Σ_a , $\nu\Sigma_f$, Σ_s and D . It shows that the research method is correct and that it can be used for the uncertainty analysis of the core physics calculation in the later period.

Keywords

Reactor Effective Multiplication Factor, Sensitivity, Perturbation Theory, Direct Perturbation

有效增殖因子对少群宏观截面参数的灵敏度分析

张惠雁¹, 赵强^{1*}, 郝琛¹, 陈建强^{1,2}

¹哈尔滨工程大学, 核安全与仿真技术国防重点学科实验室, 黑龙江 哈尔滨

*通讯作者。

²清华大学, 核能与新能源技术研究院, 北京

Email: *zhaoqiang@hrbeu.edu.cn

收稿日期: 2016年1月8日; 录用日期: 2016年1月26日; 发布日期: 2016年1月29日

摘要

本文基于微扰理论推到了热中子反应堆 k_{eff} 对少群宏观截面参数的灵敏度的计算公式, 基于此开发了灵敏度计算程序PETMUS。此程序可耦合堆芯扩散程序以计算堆芯 k_{eff} 对不同宏观截面参数的灵敏度。本文采用直接拟合方法验证堆芯 k_{eff} 对两群宏观辐射俘获截面、中子产生截面、散射截面以及扩散系数的灵敏度。数值结果表明, 本文研究的方法是正确的, 可用于后期开展全堆芯物理计算不确定性分析。

关键词

有效增值因子, 敏感性, 微扰理论, 直接拟合法

1. 引言

通常一个堆物理计算主要包括三方面条件: 模型建立、核数据和计算程序[1]。理论上这三个方面所引入的计算不确定性使得最终计算结果存在一定的不确定度。但是随着计算机技术和计算方法的迅猛发展, 计算程序和模型对计算结果精确度的影响已逐渐减小, 而核数据自身不确定度对堆芯物理参数计算不确定性的贡献越来越不可忽视[2]。本文基于微扰理论及扩散理论, 开展堆芯有效增值因子对少群宏观截面的敏感性分析。与传统分析中是研究有效增值因子对微观截面不同反应道的敏感性所不同, 本文着重考虑不确定性的传播, 即核数据自身不确定性从微观截面传递到宏观截面后, 对于积分参数的影响。基于敏感性分析, 后期与宏观截面参数协方差矩阵相积便得到堆芯少群宏观参数对堆芯积分参数计算不确定性的贡献。

2. 理论模型

2.1. 基于微扰理论的 k_{eff} 灵敏度计算

稳态的中子输运方程或者是扩散方程都可以写成[3]:

$$(A - \lambda B)\Phi = 0 \quad (1)$$

上述方程的共轭形式为:

$$(A^* - \lambda B^*)\Phi^* = 0 \quad (2)$$

这里, ϕ^* 是共轭通量, A^* 和 B^* 分别是 A 和 B 的共轭算符。对系统进行微扰, 则为:

$$(A' - \lambda' B')\Phi' = 0 \quad (3)$$

定义了 A' , B' , λ' 均为 A , B , λ 的微扰形式: $A' = A + dA$, $B' = B + dB$, $\lambda' = \lambda + d\lambda$ 。公式(3)两边乘以共轭通量, 并对整个空间积分, 再将上面的微扰形式带入, 可以得到:

$$\langle \Phi^*, (A' - \lambda' B')\Phi' \rangle = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \langle \Phi^*, (A + dA - (\lambda + d\lambda)(B + dB))\Phi' \rangle &= \langle \Phi^*, (A + dA - \lambda B - Bd\lambda - dBd\lambda)\Phi' \rangle \\ &= \langle \Phi^*, (A - \lambda B)\Phi' \rangle + \langle \Phi^*, (dA - \lambda dB - Bd\lambda - dBd\lambda)\Phi' \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

得到:

$$\langle \Phi^*, (dA - \lambda dB - Bd\lambda - dBd\lambda) \Phi' \rangle = 0 \quad (6)$$

忽略二级小量 $dBd\lambda$ ，得到:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{\langle \Phi^*, (dA - \lambda dB) \Phi \rangle}{\langle \Phi^*, \lambda B \Phi \rangle} \quad (7)$$

相对于宏观截面灵敏度为:

$$\frac{\frac{d\lambda}{\lambda}}{\frac{d\Sigma(\rho)}{\Sigma(\rho)}} = \frac{\Sigma(\rho)}{\lambda} \frac{\langle \Phi^*, \left(\frac{dA}{d\Sigma(\rho)} - \lambda \frac{dB}{d\Sigma(\rho)} \right) \Phi \rangle}{\langle \Phi^*, B \Phi \rangle} \quad (8)$$

因为:

$$\lambda = \frac{1}{k_{eff}} \quad (9)$$

得到:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{dk_{eff}}{k_{eff}} \quad (10)$$

最终得到:

$$\frac{\frac{dk_{eff}}{k_{eff}}}{\frac{d\Sigma(\rho)}{\Sigma(\rho)}} = -\frac{\Sigma(\rho)}{k_{eff}} \frac{\langle \Phi^*, \left(\frac{dA}{d\Sigma(\rho)} - \frac{1}{k_{eff}} \frac{dB}{d\Sigma(\rho)} \right) \Phi \rangle}{\langle \Phi^*, \frac{1}{k_{eff}^2} B \Phi \rangle} \quad (11)$$

基于此，得到了求解有效增殖因子对少群宏观截面参数的灵敏度的公式。

2.2. 基于扩散方程的 k_{eff} 灵敏度计算

本文采用核反应堆堆芯分析程序 CITATION 计算方程中所需的参数，该程序是在扩散方程的基础上进行的计算，所以本文也是应用了扩散方程来进行方程离散，然后对离散后的灵敏度进行数值计算。

$$\left(A - \frac{1}{k_{eff}} B \right) \Phi = 0 \quad (12)$$

基于上一节的公式(11)已经得到了灵敏度公式，对于不同截面化简得到灵敏度公式:

对于辐射俘获截面:

$$S_{\Sigma a, g}^{k_{eff}} = -k_{eff} \frac{\sum_{z=1}^G \Sigma_{a, g, z} \Phi_{g, z}^* \Phi_{g, z} V_z}{\sum_{z=1}^G \sum_{g=1}^G \left[\left((\nu \Sigma_f)_{g, z} \phi_{g, z}^* \right) \sum_{g'=1}^G (\chi_{g', z} \phi_{g', z}) \right] V_z} \quad (13)$$

对于中子产出截面:

$$S_{\Sigma_f, g}^{k_{eff}} = \nu_{g,z} \Sigma_{f, g, z} \frac{\sum_{z=1}^G \left[\phi_{g,z} \sum_{g'=1}^G (\chi_{g',z} \phi_{g',z}^*) \right] V_z}{\sum_{z=1}^G \sum_{g=1}^G \left[\left((\nu \Sigma_f)_{g,z} \phi_{g,z}^* \right) \sum_{g'=1}^G (\chi_{g',z} \phi_{g',z}^*) \right] V_z} \quad (14)$$

对于散射截面:

$$S_{\Sigma_{s, g-g'}}^{k_{eff}} = -k_{eff} \Sigma_{s, g-g', z} \frac{\sum_{z=1}^G \Phi_{g,z} (\Phi_{g,z}^* - \Phi_{g',z}^*) V_z}{\sum_{z=1}^G \sum_{g=1}^G \left[\left((\nu \Sigma_f)_{g,z} \phi_{g,z}^* \right) \sum_{g'=1}^G (\chi_{g',z} \phi_{g',z}^*) \right] V_z} \quad (15)$$

对于扩散系数[4]:

$$S_{D, g}^{k_{eff}} = \frac{-\sum_{z=1}^G D_{g,z} \nabla \Phi_{g,z} \cdot \nabla \Phi_{g,z}^* V_z}{\sum_{z=1}^G \sum_{g=1}^G \left[\left((\nu \Sigma_f)_{g,z} \phi_{g,z}^* \right) \sum_{g'=1}^G (\chi_{g',z} \phi_{g',z}^*) \right] V_z} \quad (16)$$

对于散射灵敏度来说, 对于某一能群的灵敏度为这一能群散射到其他能群的灵敏度的加和, 即:

$$S_{\Sigma_{s, g}}^{k_{eff}} = \sum_{g'=1}^G S_{\Sigma_{s, g-g'}}^{k_{eff}} \quad (17)$$

灵敏度计算流程图如图 1 所示, 在进行了公式推导与公式离散公式以后, 接下来要考虑如何获取所需参数的值。首先用 SCALE6.1 [5] 建立组件模型以求出组件截面; 再将少群宏观截面导入到 CITATION [6] 程序中计算所需参量, 最终通过自主开发的敏感性分析程序 PETMUS 计算得到有效增殖因子对各个组件少群宏观截面参数的灵敏度以及全堆芯的灵敏度函数

3. 模型与结果

3.1. AP1000 堆芯模型介绍

本文的研究对象为 AP1000 反应堆堆芯。AP1000 传统型反应堆径向上采用三种富集度的九种不同组件, 如表 1 所示。

传统的第一循环堆芯装载, 对于首炉堆芯, 传统装载方式的每个燃料组件各自的所有燃料棒都有相同的、沿轴向单一的 U-235 富集度。堆芯布局见图 2。

但是燃料棒轴向的分区使得组件种类增多, 传统第一循环 IFBA 棒由三个区段组成, 轴向两端 20.32 cm 长的环状区的 U-235 富集度与棒主体部分相同, 未涂覆 ZrB_2 。不含 ZrB_2 涂层的燃料棒沿轴向是全长均匀的, 两端没有低富集度区。Pyrex 毒物棒在顶端和底端分别有 38.10 cm 和 20.32 cm 的不锈钢定位件, 中间段主体部分含重量百分比 12.5 w/o 的 B_2O_3 。轴向分区情况见图 3。

3.2. 敏感性数值验证结果

正如上一节离散的分群分区的灵敏度公式所示, 采用 Fortran 语言进行编程, 开发了相应的程序 PETMUS, 得到了灵敏度计算结果。为了得知结果是否可信, 我们采用直接拟合方法来验证程序计算得到的辐射俘获截面、中子产出截面、散射截面以及扩散系数的灵敏度。两群的能群能量上限和下限的分界点为 0.625 eV。

由图 4 可以看出, 扩散系数灵敏度相对于其他截面灵敏度来说是很小的, 在全堆芯与其他截面信息

Table 1. AP1000 traditional core component types
表 1. AP1000 传统型堆芯组件种类

组件类型	组件数	平均富集度, w/o U-235	组件, kgU	组件可燃毒物棒数(IFBA/Pyrex)
A1-000	49	2.3500	541.16	0/0
A1-028	4	2.3500	539.93	28/0
B1-028	12	3.4000	539.93	28/24
B1-044	8	3.4000	539.22	44/24
B1-088	32	3.4000	537.29	88/24
C1-072	8	4.4500	537.99	72/24
C1-088-09	8	4.4500	537.29	88/9
C1-088-012	4	4.4500	537.29	88/12
C1-112	32	4.4500	536.24	112/0

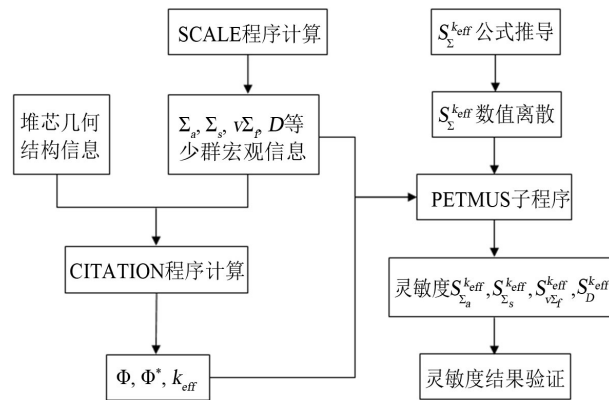


Figure 1. Sensitivity calculation frame

图 1. 灵敏度计算流程图

y/x	8	9	10	11	12	13	14	15
8	A1-000	B1-088	A1-000	B1-088	A1-000	B1-028	A1-000	C1-088-12
9	B1-088	A1-000	B1-088	A1-000	B1-088	A1-000	C1-072	C1-088-09
10	A1-000	B1-088	A1-000	B1-088	A1-000	B1-028	C1-112	
11	B1-088	A1-000	B1-088	A1-000	B1-044	C1-112	C1-112	
12	A1-000	B1-088	A1-000	B1-044	A1-028	C1-112		
13	B1-028	A1-000	B1-028	C1-112	C1-112			
14	A1-000	C1-072	C1-112	C1-112				
15	C1-088-12	C1-088-09						

Figure 2. AP1000 core layout

图 2. AP1000 堆芯布局

的灵敏度相比中是很不敏感的。

为了验证程序计算的灵敏度是否正确，采用直接拟合法进行验证[7]，结果如表 2 所示。可以看到相对误差除扩散系数项均在 1% 以内，可以验证程序所计算出的灵敏度的正确性。之所以扩散系数的灵敏度误差很大主要是由于在计算过程中的净中子流处理的不是很理想，但是由于其敏感性较小，所以对整体影响不大，后期研究过程中会加入不连续因子深入研究。其次，有效增殖因子的截断误差引起的直接拟合结果误差较大。由于扩散系数的敏感性较小，那么在直接拟合过程中扩散系数的改变对于堆芯有效增殖因子的影响也是很小的，在程序计算结果中有效增殖因子有效数字只有五位，所以截断误差导致的该项的直接拟合结果误差较大。综合上面两点原因，导致扩散系数敏感性的程序计算结果和直接拟合结果相对误差较大。

上面的结果为堆芯总体的灵敏度结果，可以看到吸收截面的灵敏度为负值，说明吸收截面的变化与堆芯总体的有效增殖因子值是负相关的，其中 2 群的绝对值是 0.758974，说明 2 群吸收截面的变化对于有效增殖因子的变化影响是很显著的。中子产出截面的灵敏度均为正值，2 群灵敏度为 0.765921，明显大于 1 群的灵敏度，说明相比较而言 2 群的中子产出截面的变化对于堆芯的有效增殖因子有很强的正相关性。

该程序可以计算得到各个组件的灵敏度，这样可以看出堆芯内部灵敏度的分布情况，以便于日后的详细的研究。图 5 到图 8 为轴向某一层的 1 群的吸收灵敏度、中子产出灵敏度、散射灵敏度、扩散系数灵敏度。从图 5 和图 8 看出，堆芯各个组件的吸收截面灵敏度和扩散系数灵敏度均为负值，且中心部分绝对值较大，这是由于中心部分通量与共轭通量的值较大，对于灵敏度的影响较为明显；边缘部分灵敏度绝对值较小，这是由于边缘处通量与共轭通量的值较小，所以得到的灵敏度的绝对值也较小。图 6 和图 7 所示的各个组件的中子产出截面灵敏度和散射截面灵敏度均为正值，且中间部分灵敏度数值较大，边缘处灵敏度数值较小，这也是由于通量和中子价值的共同影响造成的，中心处中子价值高，通量值也高，所以得到的灵敏度值也较大，边缘处则相反。

Table 2. Results validation

表 2. 结果验证

少群宏观截面参数	计算灵敏度结果	直接拟合灵敏度结果	相对误差(%)
Σa_1	-0.3430853	-0.3417979	0.37525
Σa_2	-0.758974	-0.7514822	0.98710
$\nu\Sigma_{f1}$	0.234084	0.2341053	0.00911
$\nu\Sigma_{f2}$	0.765921	0.7654709	0.05877
Σs_{1-2}	0.190133	0.1887448	0.73010
D_1	-0.049672	-0.0524023	5.49770
D_2	-0.004440	-0.0052898	19.12965

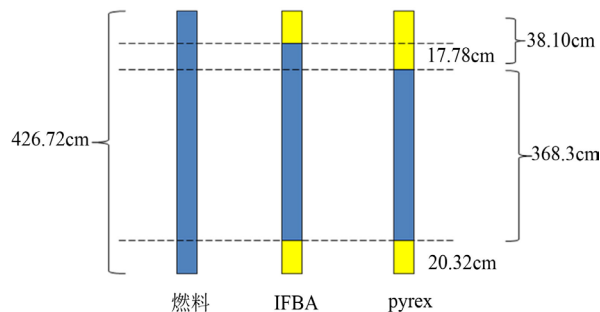


Figure 3. Diagram of AP1000 axial zones

图 3. AP1000 轴向分区情况示意图

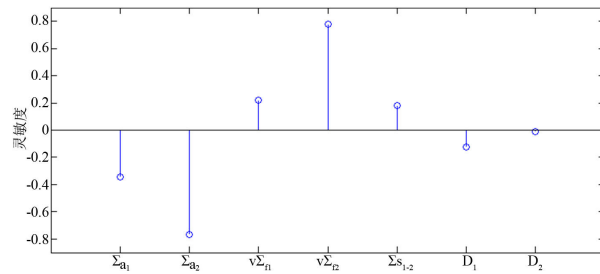


Figure 4. Sensitivity calculation results

图 4. 灵敏度计算结果

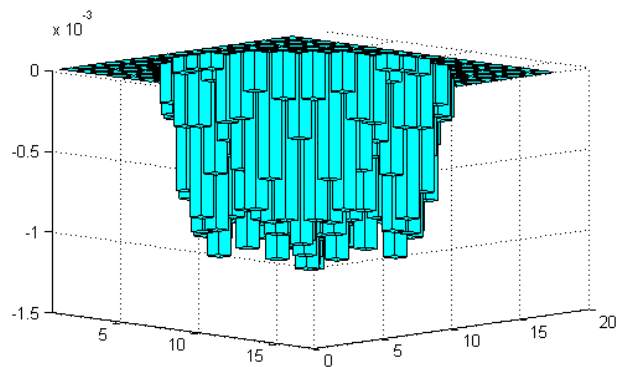


Figure 5. Absorption cross section sensitivity of group 1

图 5. 1 能群吸收截面灵敏度

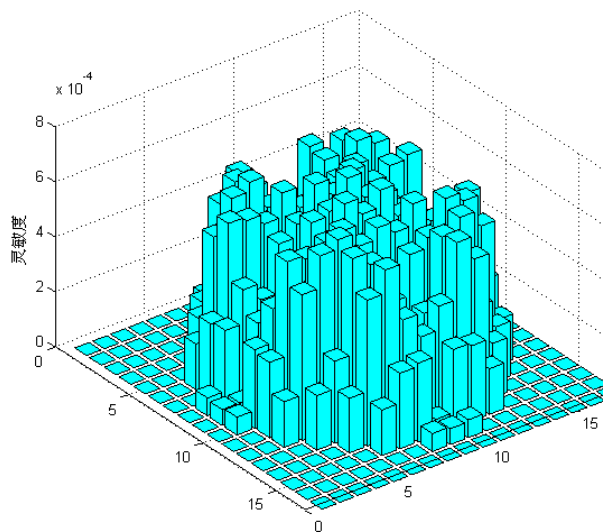


Figure 6. Neutron removal cross section sensitivity of group 1

图 6. 1 能群中子产出截面灵敏度

4. 结论

本文基于微扰理论推到了有效增殖因子对少群宏观截面参数的灵敏度的计算公式。基于此开发了灵敏度计算程序 PETMUS, 该程序可耦合堆芯扩散程序 CITATION 以计算堆芯有效增殖因子对不同宏观截面参数的灵敏度。同时采用直接拟合方法验证本文方法与程序的正确性。基于自主开发程序重点研究了堆芯有效增殖因子对两群宏观辐射俘获截面、中子产出截面、散射截面以及扩散系数的灵敏度。由

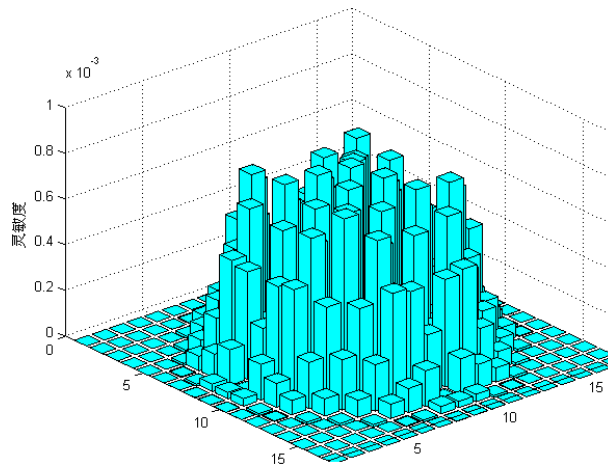


Figure 7. Scattering cross section sensitivity of group 1
图 7. 1 能群散射截面灵敏度

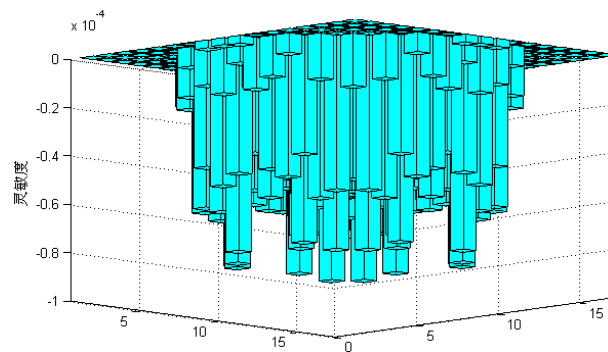


Figure 8. Diffusion coefficient sensitivity of group 1
图 8. 1 能群扩散系数灵敏度

于中子流计算精度问题，目前研究中有效增殖因子对扩散系数的灵敏度误差较大。后期将应用不连续因子理论，以得到更加光滑的中子流分布以减少灵敏度分析误差。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(11505038)。

参考文献 (References)

- [1] 刘萍. 核数据不确定性对 ADS 系统 k_{eff} 等积分量的影响和 WIMS82 群库的研制[D]: [博士学位论文]. 北京: 中国原子能科学研究院, 2004.
- [2] 刚直. 核截面引起积分参数 k_{eff} 不确定度的一维分析程序开发[D]. 北京: 中国原子能科学研究院, 2006.
- [3] 谢仲生, 尹邦华. 核反应堆物理分析[M]. 北京: 原子能出版社, 1996.
- [4] Williams, M.L. (1986) Perturbation Theory for Nuclear Reactor Analysis. Boca Raton, Florida: CRC Press, CRC Handbook of Nuclear Reactors Calculations.
- [5] SCALE (2011) A Comprehensive Modeling and Simulation Suite for Nuclear Safety Analysis and Design. Radiations Safety Information Computational Center, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge.
- [6] CITATION 核反应堆堆芯分析程序说明书[Z]. 1986.
- [7] 杨军, 喻宏, 徐李, 等. 中国实验快堆 k_{eff} 计算值对核数据的灵敏度和不确定度分析[C]. 成都, 第十五届反应堆数值计算与粒子输运会议, 2014.