

# 基于计算全息术的长焦距透镜功率谱密度检测方法

魏小红\*, 徐凯源, 刘 昂

中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳

收稿日期: 2022年10月10日; 录用日期: 2022年12月19日; 发布日期: 2022年12月28日

## 摘 要

高功率激光器的中频误差会导致自聚焦和功率损耗, 但大口径长焦距非球面透镜中频波前的检测一直是一个瓶颈。本文引入计算全息术测量非球面透镜中频波前功率谱密度。借助现代光刻技术, 我们研制了大口径高精度CGH, 用以提供高精度的非球面参考波前, 从而实现了大口径长焦距透镜中频波前功率谱密度高精度检测, 且该方法可大大缩短光路、降低振动和空气扰动的影响。通过与干涉法测量结果对比, 验证了计算全息法测量的准确性和方便性。此外, 详细分析了计算全息法应用于非球面透镜中频波前检测的测量不确定度。理论分析和实际检测结果表明, 对于焦距大于30 m、通光口径大于 $\Phi 410$  mm的长焦距非球面透镜, 其中频波前PSD测量不确定度RMS小于1 nm。

## 关键词

功率谱密度, 干涉检测, 计算全息法

## The Long Focal-Length Aspheric Lens Wavefront PSD Measurement Method Based on Computer-Generated Hologram

Xiaohong Wei\*, Kaiyuan Xu, Ang Liu

Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan

Received: Oct. 10<sup>th</sup>, 2022; accepted: Dec. 19<sup>th</sup>, 2022; published: Dec. 28<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

Mid-spatial frequency errors can lead to self-focusing and power loss in a high-power laser, how-

\*通讯作者。

ever, the measurement of large size long focal-length aspheric lens mid-spatial frequency wavefront is a bottleneck problem for a long period. In this paper, the CGH method is introduced to measure aspheric lens wavefront Power Spectral Density (PSD). With the help of modern lithography, large size and high precision CGH is manufactured, which can provide reference aspheric wavefront with high precision, thus realizing a high-precision measurement of the power spectrum density of the mid-spatial frequency wavefront of a large aperture and long focal length lens. Moreover, this method can greatly shorten the optical path and reduce the influence of vibration and air disturbance. By comparing the measurement results with the interference method, the accuracy and convenience of the CGH method are verified. Furthermore, the measurement uncertainty of mid-spatial frequency wavefront measurement of the aspheric lens using CGH is analyzed in detail. Theoretical analysis and practical testing results show that the measurement uncertainty RMS of mid-spatial wavefront PSD is less than 1nm RMS for an aspheric lens with over 30 m focal length and  $\Phi 410$  mm clear aperture.

## Keywords

Power Spectral Density, Interference Measurement, Computer-Generated Hologram (CGH)

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

信息、通信技术和高功率激光系统等光学领域对透镜成像质量、光学性能、高损伤阈值等的需求日益增长[1] [2] [3] [4]。与传统成像光学系统不同,在高功率激光系统中,低频的波前畸变误差将直接决定激光束的聚焦性能;中频波纹度将导致光束的高频调制与系统的非线性增长,造成光学元件的丝状破坏和降低光束的可聚焦功率,目前,广泛使用功率谱密度(PSD) [5] [6] [7]来评价中频段波前质量;高频粗糙度降低系统的信噪比。强激光及高分辨率探测等领域光学系统综合性能的提升,要求空滤透镜的加工质量不断提高,并实现全空间频段误差控制[8] [9] [10],保证光学加工的超精密和确定性水平。此外,无论是通讯卫星、精密雷达、夜视仪等装备,均需要超高性能光学元件。

为保证高功率激光装置光学系统的性能,要求空间滤波器透镜的加工精度小于  $1/3$  波长。但空滤透镜微米级口径、数十米长焦距的特点,使得近年来发展的很多高精度的光学测试方法,如相位测量偏折术[11] [12] [13] [14]、朗奇光栅法[15] [16]、夏克-哈特曼方法[17] [18]等方法无法满足实际应用需求。

为满足美国 NIF 工程中对空间滤波器透镜的使用需求,美国利弗莫尔国家实验室(LLNL)使用透射光测试系统(LOTS)测量空间滤波器透镜的焦距和透射波前[19]。然而,大口径球面镜加工困难,且造价高昂,尤其是凸面镜的制作和检验非常复杂且困难。

计算全息法(CGH) [20] [21] [22]通过计算机辅助设计可产生任何需要的振幅和位相的波前,在光学测试领域已被广泛应用[23] [24] [25] [26]。近年来,随着现代光刻技术的发展,使得通过离子束刻蚀或激光直写[27]-[32]等方法制作高精度、高分辨率的 CGH 用来测量大口径长焦距透镜透射波前的方法可行。

在之前的工作[33]中,我们研究了长焦透镜的低频波前检测,实验结果表明,这种方法是可行的,并且精度高。本文利用 CGH 方法测量功率谱密度(PSD) [34],并对该方法的测量误差进行了定量分析。与斐索干涉法相比,CGH 法的结构非常简单紧凑,易于调整,因此具有较高的精度。此外,实验结果和理论分析表明,对于焦距超过 30 m、通光口径为  $\Phi 410$  mm 的球面透镜,其均方根误差小于 1 nm。

## 2. 测量方法

对于带像散等畸变的透镜的波前 PSD 检测，传统上使用补偿法测量，光路如图 1 所示，从干涉仪出射的球面波依次通过补偿透镜和测试透镜传输，输出的平行光被参考平面反射后原路返回。

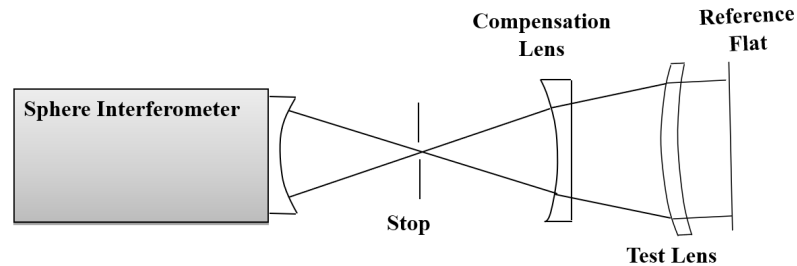


Figure 1. Experimental setup of the compensation method  
图 1. 补偿法测试光路

干涉法是通过与被检面的理想形状完全匹配的非球面做比较得到被测透镜的波前。该方法为零位补偿检测，需要引入辅助的补偿镜，且两个表面共轴调整要求非常苛刻，因为两个面都有严格限定的轴，在校验过程中必须使这两个轴重合。且对于大口径长焦透镜的检测，该方法不能有效缩短测量光路，使得光路调校更加困难。因此，长期以来，大口径长焦距透镜中低频波前无法定量检测，而我们提出的 CGH 法另辟蹊径，可给出高精度检测结果，且方法简便、易操作。

### 2.1. CGH 法测量原理

测量光路如图 2 所示，由相移干涉仪、待测透镜和 CGH 组成。

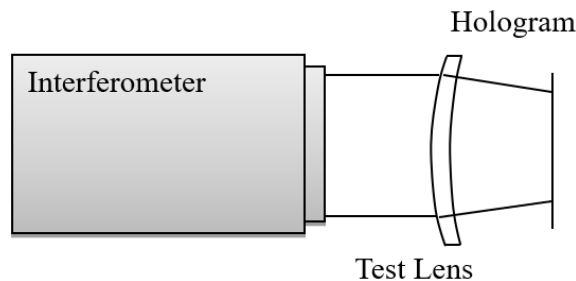


Figure 2. Experimental setup of the CGH method  
图 2. CGH 法测量光路

当进行透镜波前 PSD 测试时，干涉仪输出的准直平行光通过标准平面镜时，一束由标准平面镜参考面反射形成标准参考光束，另一束透过被测透镜、经波带片反射沿原路返回形成测试光束；测试光束与标准参考光束发生干涉，调整空间滤波器透镜，使干涉条纹最少，即可测量得到空间滤波器透镜透射波前。

### 2.2. CGH 的设计与制作

设计 CGH 的几何示意图如图 3 所示。

根据费马等光程原理，计算菲涅尔波带片的位相分布。从平面干涉仪出射的平行光经被测透镜、菲涅尔波带片的所有光线的光程均相等，即有：

$$n_0 |PQ| + n_1 |QM| + n_0 |MN| + \phi(r) = C \quad (1)$$

其中， $C$  为常数， $\phi$  为经 CGH 反射后的波前位相差。由此可得：

$$\phi(r) = n_0 d_1 + n_1 d_2 + n_0 d_3 - (n_0 |PQ| + n_1 |QM| + n_0 |MN|) \tag{2}$$

根据位相分布方程得到 CGH 的各环带半径参数，从而使用激光直写、离子束刻蚀等方法制作菲涅尔波带片。

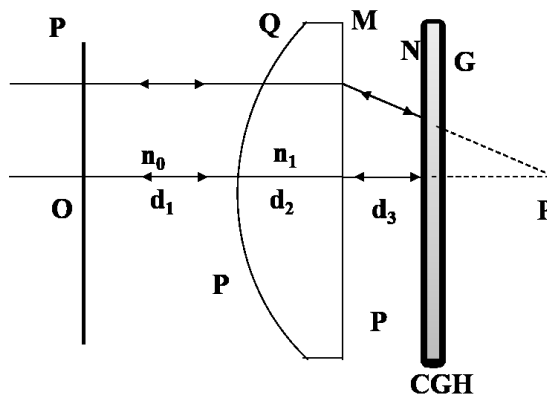


Figure 3. Geometric diagram for the design of CGH  
图 3. 设计 CGH 的示意图

### 2.3. PSD 的计算

PSD 是波前各频率分量傅里叶频谱振幅的平方， $u(x, y)$  为波前相位畸变， $L_x \times L_y$  为采样面积，PSD 二维的定义形式为[34]:

$$U(v_x, v_y) = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} u(x, y) e^{-i2\pi(v_x x + v_y y)} dx dy \tag{3}$$

$$PSD(v_x, v_y) = \frac{|U(v_x, v_y)|^2}{L_x L_y} \tag{4}$$

其中， $x, y$  为坐标， $v_x, v_y$  是其对应的空间频率。

## 3. 实验

通过小口径验证实验和与大口径补偿法测试进行对比实验，验证 CGH 方法测试的有效性。

### 3.1. 小口径验证实验

被测透镜直径 80 mm，焦距 1500 mm。CGH 法测试光路如图 2 所示。CGH 的 1 级曲率半径设计为 1200 m，故透镜-CGH 间距为 300 mm，总的测量光路小于 500 mm。

而使用传统的干涉检测法，测量光路如图 4 所示。使用动态球面干涉仪，并选取与被测透镜 f-# 匹配的标准球面镜，且在待测透镜后还需一个标准反射平板 RF。总光路长度超过 3000 mm。

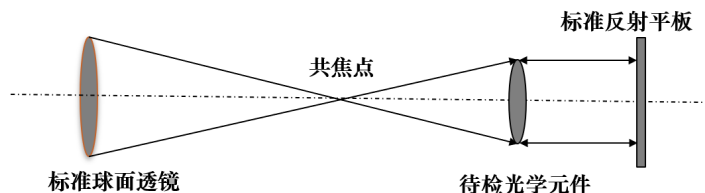


Figure 4. Experimental set up of the Fizeau interferometry method  
图 4. 干涉法测长焦透镜波前检测光路

CGH 法由二元衍射元件 CGH 提供和待测透镜透射波前匹配的波面, 使得由透镜透射的波前经过 CGH 反射, 再透过待测透镜后能原路返回, 并与干涉仪 TF 反射的波前干涉, 通过解析干涉条纹, 得出待测透镜的加工质量。由于采用静态干涉检测, 且光路短, 其测量误差主要取决于 CGH 的加工误差。而传统的干涉检测, 采用球面干涉仪, 且必须选取与待测透镜  $f\#$  匹配的标准透镜, 再由标准反射镜反射, 才能组成干涉光路。相对 CGH 法, 系统测量误差大, 且由于测量光路更长, 调节误差也不可忽略。

使用 CGH 法和传统的干涉法测透镜波前 PSD1 的结果见图 5, PSD1 分布的通光口径为  $\Phi 70$  mm。

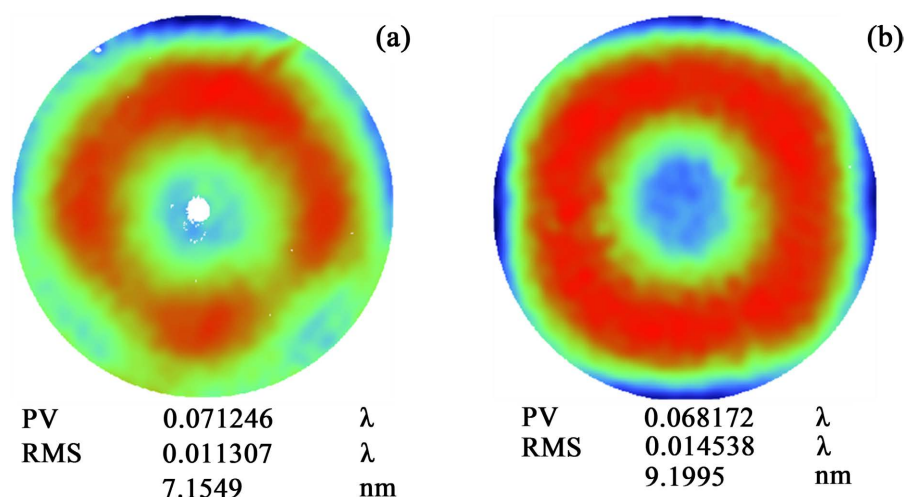


Figure 5. PSD measured by the CGH method (a) and conventional interferometry method (b)

图 5. CGH(a)和传统干涉法(b)测量 PSD 结果

由图 5 可见, 两种方法测量得到 PSD1 分布非常一致, PSD1 检测结果的 RMS 值也很相近, 从而验证了 CGH 法测量的准确性。

需指出的是, 与 CGH 法 PSD1 值为 7.15 nm 相比, 传统干涉法 9.20 nm 略大些, 这是因为该方法测量光路超过 3 m, 光路调校时像散、慧差等像差无法完全消除, 使得结果偏大。

### 3.2. 大口径比对实验

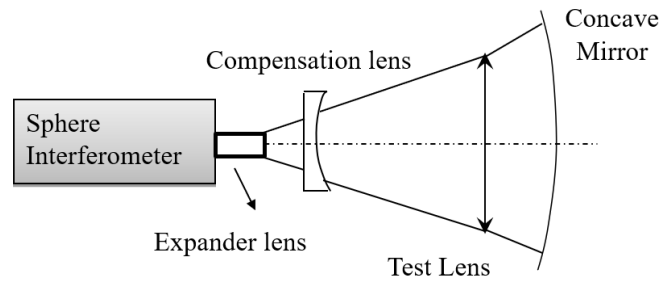
待测透镜直径 430 mm, 焦距 32 m, 前后表面的曲率半径分别为 10 m 和 44 m。

为此, 我们设计研制了大口径 CGH, 其通光口径为 410 mm, 1 级曲率半径为 31.5 m, 透镜-CGH 间距为 0.5 m, 干涉仪波长为 632.8 nm。

从干涉仪出射的平行光透过待测透镜时, 波前 Seidel 像差为  $0.345\lambda$ , 此像差需要补偿掉。以使得入射到 CGH 的光能全部原路返回。

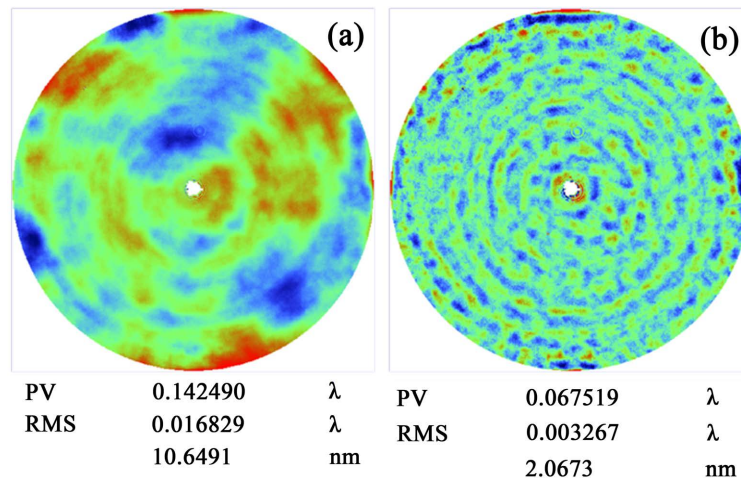
为了更进一步验证 CGH 法测量的有效性, 我们使用补偿光路法与之做比对实验, 其光路示意图见图 6。鉴于大口径凸面镜的加工非常困难, 我们使用大口径凹面镜(直径达 600 mm, 焦距为 5.6 m), 配合一块补偿镜, 实现大口径长焦透镜波前中低频检测, 光路总长度约 6 m。由于光路中有 3 块球面镜, 再加上干涉仪输出的球面波, 整个光路调节起来相当复杂。

由于该方法采用大口径凹面镜提供反射球面波前, 经待测透镜传输后由补偿镜补偿理论像差, 再原路返回干涉仪形成干涉检测, 不但系统误差较大, 且补偿镜、大口径凹面镜均会引入测量误差。同时, 由于球面干涉仪出射的为球面波前, 补偿镜、待测透镜、凹面镜均为球面元件, 整个光路在调节过程中, 自由度非常多, 从而由于光路调节引入的误差不可忽略。

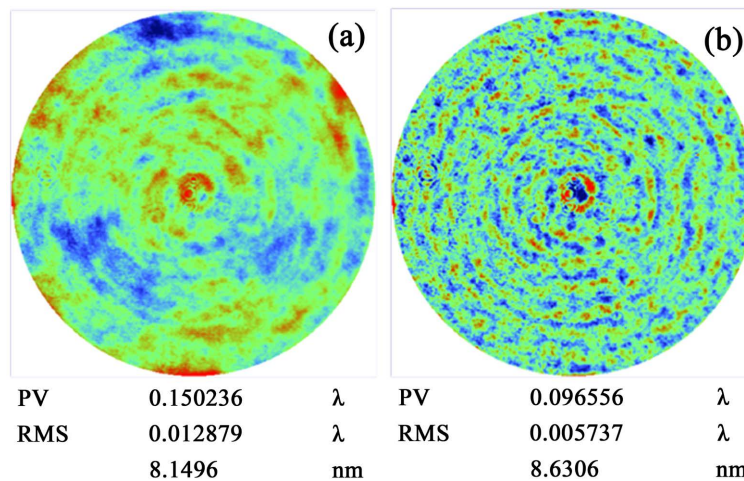


**Figure 6.** The beam path diagram of the compensation method  
**图 6.** 补偿法测量光路图

CGH 法和补偿法测量结果分别如图 7 和图 8 所示。两种方法得到的波前中低频分布非常相似，低频波前 PV 也很相近，分别为  $0.142\lambda$  和  $0.150\lambda$  ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ )。PSD1 的 RMS 值略有不同，这是因为采用补偿法测量时，大口径凹面镜的加工，低频波前可以控制的很好，但中频波前 PSD1 的加工仍然有相当大的误差，从而为透镜的 PSD1 检测引入不小的误差。



**Figure 7.** Wavefront (a) and PSD1 (b) of the lens measured by the CGH method  
**图 7.** CGH 法测量透镜的低频波前(a)和中频 PSD1 (b)



**Figure 8.** Wavefront (a) and PSD1 (b) of the lens measured by the compensation method  
**图 8.** 补偿法测量透镜的低频波前(a)和中频 PSD1(b)

总体来说,通过小口径验证实验和大口径比对实验,验证了 CGH 法测量长焦距透镜波前中低频的有效性,以及测量时光路调节的便捷性,因为 CGH 法可有效缩短光路,减少光路调节的自由度。

#### 4. 测量误差

CGH 法测量误差包括系统误差、CGH 的设计误差、加工误差,以及光路调节误差。此章节,我们主要分析中频 PSD1 测量的误差。

干涉仪的系统误差为 0.002 nm,而通过合理设计,CGH 设计引入的误差可消除,故此章节主要通过分析 CGH 的线性模型,分析加工引入的误差和光路调节引入的误差。

##### 4.1. CGH 的线性模型

根据夫琅和费衍射理论,近场波前通过简单的傅里叶变换即可得到远场衍射波前。全息图中记录的条纹偏离其理想位置的位移通常称为图形畸变。全息图图形畸变产生的波前相位误差量可以表示为衍射波前函数梯度和图形畸变矢量的乘积。对于线性光栅, $m$  阶光束中光栅图形畸变产生的反射波前相位误差可计算为:

$$W = -2m\lambda \frac{\varepsilon}{p} \quad (5)$$

其中, $W$  为波前相位差, $\varepsilon$  为 CGH 的图形误差, $p$  为 CGH 的图形周期, $m$  为衍射级次。

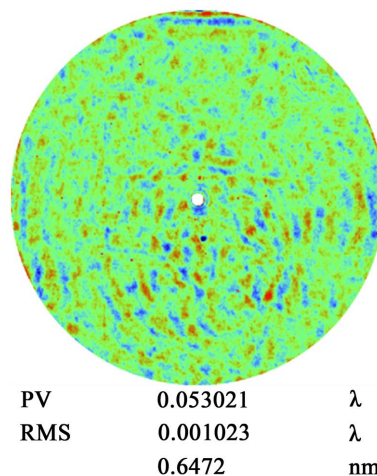
结合波前灵敏度函数及 PSD 的定义,PSD 测量误差  $\sigma_{\text{PSD}}$  可由公式(6)给出:

$$\sigma_{\text{PSD1}}^2 = \frac{S_{\text{PSD1}}}{S_N} \sigma_{\Delta W}^2 = \frac{\pi v_h^2 - \pi v_l^2}{4v_x v_y} \sigma_{\Delta W}^2 \quad (6)$$

其中, $S_{\text{PSD}}$  为中频 PSD1 所覆盖的面积,而  $S_N$  是低于 Nyquist 频率的 PSD1 覆盖的面积, $\sigma_{\Delta W}^2$  是 CGH 加工引入的波前误差的协方差, $v_h$  和  $v_l$  分别为 PSD1 所对应的高频和低频截止频率。

##### 4.2. 误差分析

CGH 的加工误差主要分为两种:基底误差和图形刻蚀误差。基底误差可通过测量 CGH 的 0 级波前得到,测量结果见图 9,中频波前 PSD1 的 RMS 值为 0.6472 nm。



**Figure 9.** The reflective wavefront PSD1 of the hologram  
**图 9.** CGH 的基底 PSD1 测量结果

图形误差可更进一步地分为位置偏移误差、占空比误差和刻蚀深度误差。

CGH 图形的最小周期为  $34\ \mu\text{m}$ ,  $0.5\ \mu\text{m}$  ( $3\sigma$ ) 的图形刻蚀误差, 引入的 PSD1 测量误差为  $0.3359\text{nm RMS}$ 。

实验中使用的 CGH,  $A_0 = A_1 = 1$ , 占空比为 0.5, 刻蚀误差为  $5\%$  ( $3\sigma$ )。由于占空比仅影响 0 级波前, 故在 1 级测量中, 对中频波前 PSD1 的影响为 0。深度刻蚀误差为  $5\%$  ( $3\sigma$ ), 根据公式(6)计算得到, 在中频波前 PSD1 测量中引入的误差为  $0.5711\text{nm RMS}$ 。

通过 ZEMAX 模拟计算, RMS.光路调节过程中,  $0.2\ \text{mm}$  的倾斜偏差引入的中频 PSD1 测量误差为  $0.0031\ \text{nm RMS}$ ,  $0.04'$  的角度俯仰偏差引入的中频 PSD1 测量误差为  $0.0012\ \text{nm RMS}$ , 具体见图 10。

Source of Errors		PSD1 error (RMS)
System error		0.002nm
Design error		0.0000 nm
Fabrication error	Substrate error	0.6472nm
	Pattern distortion error	0.3359nm
	Duty-cycle error	0.0000nm
	Etching depth error	0.5711nm
Alignment error	decenter	0.0031nm
	tilt	0.0012nm
<b>RSS Errors</b>		<b>0.9262nm</b>

Figure 10. Error analysis for the CGH test

图 10. CGH 法测量中频波前 PSD 的误差

由于各误差分量互不相关, 合成误差可以估计为统计平方公差(RSS)法计算, CGH 法测量中频波前 PSD1 误差为  $0.926\ \text{nm RMS}$ 。

## 5. 小结

本文使用 CGH 法测量大口径长焦距透镜中频波前 PSD1, 通过与小口径干涉检测法和大口径补偿干涉法的比对实验, 验证了该方法的有效性。理论分析与验证实验表明, 对焦距超过  $30\ \text{m}$ 、口径超过  $400\ \text{mm}$  的大口径长焦距透镜中频 PSD1 测量误差小于  $1\ \text{nm}$ 。该方法测量光路简单, 结构紧凑, 调节误差小, 测量精度高, 实现了全空间频段误差无损检测, 保证了光学加工的超精密度和确定性水平, 从而提高了光学系统的综合性能。

## 基金项目

国家自然科学基金(11904337)。

## 参考文献

- [1] Tseng, E., Colburn, S., Whitehead, J., et al. (2021) Neural Nano-Optics for High-Quality Thin Lens Imaging. *Nature Communications*, **12**, Article No. 6493. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-26443-0>
- [2] Shang, P., Wu, M., Wang, S., et al. (2022) Thermal Lens Q-Switched 1064 nm Nd:YAG Laser. *Optics Communica-*



- tions, **507**, Article ID: 127676. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2021.127676>
- [3] Wei, C., Li, J., Ma, J., *et al.* (2021) High-Efficiency Full-Surface Defects Detection for an ICF Capsule Based on a Null Interferometric Microscope. *Applied Optics*, **60**, A62-A72. <https://doi.org/10.1364/AO.404174>
- [4] Song, Y., Xu, Y., Meng, S., *et al.* (2021) Excellent Performance of a Cryogenic Nd:YAlO<sub>3</sub> Laser with Low Wavefront Distortion Based on Zero Thermal Expansion. *Optics Letters*, **46**, 2425-2428. <https://doi.org/10.1364/OL.424956>
- [5] Aikens, D.M., Wolf, C.R. and Lawson, J.K. (1995) The Use of Power Spectral Density (PSD) Functions in Specifying Optics for the National Ignition Facility. *Proceedings of SPIE*, Vol. 2576, 281-292. <https://doi.org/10.1117/12.215604>
- [6] Lawson, J.K., Wolfe, C.R., Manes, K.R., *et al.* (1995) Specification of Optical Components Using the Power Spectral Density Function. In: *40th Annual Meeting of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, San Diego, CA, 9-14 July 1995, 38. <https://doi.org/10.1117/12.218430>
- [7] Tamkin, J.M. and Milster, T.D. (2010) Effects of Structured Mid-Spatial Frequency Surface Errors on Image Performance. *Applied Optics*, **49**, 6522-6536. <https://doi.org/10.1364/AO.49.006522>
- [8] Zhao, J., Hu, D., Dai, W., *et al.* (2010) Wavefront Characters of High Power Solid-State Lasers.
- [9] Luis, C., *et al.* (2012) Laser-Induced Wavefront Distortion in Optical Materials: A General Model. *Journal of the Optical Society of America B*, **29**, 3355-3359. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.29.003355>
- [10] De'En, W., Dongxia, H., Qiang, Y., *et al.* (2017) Wavefront Control of Main-Amplifier System in the SG-III Laser Facility. *Optics Communications*, **394**, 92-97. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2017.03.002>
- [11] Su, P., Wang, Y., Burge, J.H., *et al.* (2012) Non-Null Full Field X-Ray Mirror Metrology Using SCOTS: A Reflection Deflectometry Approach. *Optics Express*, **20**, 12393-12406. <https://doi.org/10.1364/OE.20.012393>
- [12] Maldonado, A.V., Su, P. and Burge, J.H. (2014) Development of a Portable Deflectometry System for High Spatial Resolution Surface Measurements. *Applied Optics*, **53**, 4023-4032. <https://doi.org/10.1364/AO.53.004023>
- [13] Su, T., Maldonado, A., Su, P. and Burge, J.H. (2015) Instrument Transfer Function of Slope Measuring Deflectometry Systems. *Applied Optics*, **54**, 2981-2990. <https://doi.org/10.1364/AO.54.002981>
- [14] Ge, R., Li, D., Zhang, X., *et al.* (2022) Phase Measuring Deflectometry Based on Calibration of the Entrance Pupil Center of the Camera Lens. *Applied Optics*, **61**, 1156-1163. <https://doi.org/10.1364/AO.446597>
- [15] Wang, B.X., *et al.* (2005) Surface Measurement Based on Chess Board Shaped 2-D Ronchi Grating Method. *Optics Express*, **13**, 5308-5314. <https://doi.org/10.1364/OPEX.13.005308>
- [16] Hassani, K. (2021) Simulation of the Ronchi Test for Arbitrary Wave Aberrations in Imaging Systems. *European Journal of Physics*, **42**, Article ID: 025301. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/abcba2>
- [17] Greivenkamp, J.E. and Smith, D.G. (2008) Graphical Approach to Shack-Hartmann Lenslet Array Design. *Optical Engineering*, **47**, Article ID: 063601. <https://doi.org/10.1117/1.2940143>
- [18] Zhang, Y., Wang, S., Xian, H., *et al.* (2022) Analytical Calibration of Slope Response of Zernike Modes in a Shack-Hartmann Wavefront Sensor Based on Matrix Product. *Optics Letters*, **47**, 1466-1469. <https://doi.org/10.1364/OL.452352>
- [19] Parham, T.G., Mccarville, T.J., Johnson, M.A., *et al.* (2002) Focal Length Measurements for the National Ignition Facility Large Lenses. In: Sawchuk, A., Ed., *Optical Fabrication and Testing Conference*, Tucson, 3-5 June 2002. <https://doi.org/10.1364/OFT.2002.OWD8>
- [20] Burge, J.H., Zhao, C. and Dubin, M. (2010) Measurement of Aspheric Mirror Segments Using Fizeau Interferometry with CHG Correction. *Proceedings of SPIE*, Vol. 7739, San Diego, CA, 27 Jun-2 Jul 2010, Article ID: 773902. <https://doi.org/10.1117/12.857816>
- [21] Chang, C., Qi, Y., Wu, J., Xia, J. and Nie, S. (2017) Speckle Reduced Lensless Holographic Projection from Phase-Only Computer-Generated Hologram. *Optics Express*, **25**, 6568-6580. <https://doi.org/10.1364/OE.25.006568>
- [22] Buckley, E., Cable, A. and Wilkinson, T. (2011) Precision Measurement System Using Binary Phase Computer-Generated Holograms E. Buckley, A. Cable and T. Wilkinson. *Optical Engineering*, **50**, Article ID: 091308. <https://doi.org/10.1117/1.3596201>
- [23] Gan, Z.H., Peng, X.Q., Dai, Z.C., *et al.* (2018) Fringe Discretization and Manufacturing Analysis of a Computer-Generated Hologram in a Null Test of the Freeform Surface. *Applied Optics*, **57**, 9913-9921. <https://doi.org/10.1364/AO.57.009913>
- [24] Sun, M.Y., Yuan, Y., Zhang, W.P., *et al.* (2020) Acceleration and Expansion of a Photorealistic Computer-Generated Hologram Using Backward Ray Tracing and Multiple Off-Axis Wavefront Recording Plane Methods. *Optics Express*, **28**, 34994-35005. <https://doi.org/10.1364/OE.410314>
- [25] Chang, C.L., Zhu, D.C., Zhang, X.L., *et al.* (2022) Three-Dimensional Computer Holography Enabled from a Single 2D Image. *Optics Letters*, **47**, 2202-2205. <https://doi.org/10.1364/OL.452488>
- [26] He, Z.H., Sui, X.M. and Cao, L.C. (2021) Optimal Quantization for Amplitude and Phase in Computer-Generated Ho-

- 
- lography. *Optics Express*, **29**, 119-133. <https://doi.org/10.1364/OE.414160>
- [27] Yoshikawa, N., Itoh, M. and Yatagai, T. (1998) Binary Computer-Generated Holograms for Security Applications from a Synthetic Double-Exposure Method by Electron-Beam Lithography. *Optics Letters*, **23**, 1483-1485. <https://doi.org/10.1364/OL.23.001483>
- [28] Gil, D., Menon, R. and Smith, H.I. (2003) Fabrication of High-Numerical-Aperture Phase Zone Plates with a Single Lithography Exposure and No Etching. *Journal of Vacuum Science & Technology B*, **21**, 2956-2960. <https://doi.org/10.1116/1.1619957>
- [29] Menon, R., Patel, H., Gil, D. and Smith, H.I. (2005) Maskless Lithography. *Materials Today*, **8**, 26-33. [https://doi.org/10.1016/S1369-7021\(05\)00699-1](https://doi.org/10.1016/S1369-7021(05)00699-1)
- [30] Chen, W. (2018) Computer-Generated Hologram Marked by Correlated Hologram Marked by Correlated Photon Imaging. *Applied Optics*, **57**, 1196-1201. <https://doi.org/10.1364/AO.57.001196>
- [31] Tsang, P., Poon, T.C. and Wu, Y.M. (2018) Review of Fast Methods for Point-Based Computer-Generated Holography [Invited]. *Photonics Research*, **6**, 837-846. <https://doi.org/10.1364/PRJ.6.000837>
- [32] Shimansky, R.V., Belousov, D.A. and Korolkov, V.P. (2021) Controlling the Accuracy of Fabricating Computer-Generated Holograms on Circular and X-Y Laser Writing Systems. *Proceedings of SPIE*, Vol. 11871, 118710I. <https://doi.org/10.1117/12.2597134>
- [33] Wei, X.H., He, Y.H., Liu, Z.K. *et al.* (2018) Fizeau Interferometer with Binary Phase Fresnel-Zone Plate Reference for Precision Measurement of Large Convex Lens. *Optics and Lasers in Engineering*, **110**, 348-355. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2018.06.006>
- [34] Elson, J.M. and Bennett, J.M. (1995) Calculation of the Power Spectral Density from Surface Profile Data. *Applied Optics*, **34**, 201-208. <https://doi.org/10.1364/AO.34.000201>