

# A New Explanation for the Origin of Magnetic Field of Celestial Bodies

Yingqiu Gu

School of Mathematical Sciences, Fudan University, Shanghai  
Email: yqgu@fudan.edu.cn

Received: Oct. 9<sup>th</sup>, 2019; accepted: Oct. 24<sup>th</sup>, 2019; published: Oct. 31<sup>st</sup>, 2019

---

## Abstract

The magnetic field of the earth plays an important role in the ecosystem, and the magnetic field of celestial bodies is also important in the formation of cosmic large-scale structures, but the origin and evolution of the magnetic field of celestial bodies are still unresolved mysteries. Many hypotheses to explain the origin have been proposed, but there are some insurmountable difficulties for each one. At present, the theory widely accepted in scientific society is the dynamo model, it says that the movement of magneto fluid inside celestial bodies can overcome the Ohm effect and produce persistent weak electric current and macroscopic magnetic field. However, this model needs an initial seed magnetic field, the original values of many physical parameters inside the celestial body are difficult to obtain, and there is no stable solution to the large range of fluid motion, these are the difficulties for the dynamo model. Furthermore, it is difficult for the dynamo to explain the correlation between the dipole magnetic field and angular momentum of a celestial body. In this paper, by calculating the interaction between spin of particles and gravity of celestial body according to Clifford algebra, we find that a rotational celestial body provides a field  $\Omega^\alpha$  similar to the magnetic field of a dipole for spins, and the spins of charged particles within the celestial body are arranged along the flux line of  $\Omega^\alpha$ , then a macroscopic magnetic field is induced. The calculation shows that the strength of  $\Omega^\alpha$  is proportional to the angular momentum of the celestial body, which explains the correlation between the magnetic intensity and angular momentum. The results of this paper suggest that further study of the effects of internal variables such as density, velocity, pressure and temperature of a celestial body on  $\Omega^\alpha$  may provide more insights into the origin of magnetic field of celestial bodies.

## Keywords

Earth Magnetic Field, Celestial Magnetic Field, Magnetic Dipole, Clifford Algebra, Dirac Equation, Spin-Gravity Coupling, Curved Space-Time

---

## 天体磁场起源的新解释

辜英求

复旦大学数学科学学院, 上海  
Email: yqgu@fudan.edu.cn

收稿日期: 2019年10月9日; 录用日期: 2019年10月24日; 发布日期: 2019年10月31日

## 摘要

地球磁场对生态系统以及天体磁场对宇宙大尺度结构的形成有着重要的作用, 但是天体磁场的起源和演化规律至今还是一个悬而未决的难题。已有的多种理论假说, 都存在一些难以克服的困难。现在学术界比较容易接受的理论是所谓的发电机模型, 该理论认为天体内部液态的磁流体运动, 能够克服欧姆耗散并产生持久的微弱电流和宏观磁场。但是这个模型需要一个启动的种子磁场, 天体内部很多原始物理参数很难获取, 大范围的流体运动也没有很稳定的解, 这些都是发电机模型的困难。此外发电机模型也很难解释星球偶极矩磁场与其角动量之间的关联性。本文利用Clifford代数计算了粒子自旋与天体引力场之间的耦合作用, 我们发现旋转星球会给旋量场提供了一个与偶极子磁场相同的宏观引力场 $\Omega^\alpha$ , 星球内部带电粒子的自旋都会沿着 $\Omega^\alpha$ 的力线规则排列起来, 从而诱导出一个宏观磁场。计算表明 $\Omega^\alpha$ 场强正比于星球的角动量, 这也就解释了星球磁场强度与角动量的关联性。本文的结论提示, 深入研究天体内部物理参数如密度、速度、压力和温度等对 $\Omega^\alpha$ 场的影响, 对进一步理解天体磁场可能会有重要作用。

## 关键词

地球磁场, 天体磁场, 磁偶极子, Clifford代数, Dirac方程, 自旋引力耦合, 弯曲时空

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 天体磁场研究的现状

地球磁场对地球的生态系统具有重要的意义。地磁具有导航和定位功能, 能够阻挡太阳风的袭击。地磁科学就是发端于测向、定位、航海和探矿等实用性技术。从公元前 250 年中国人记载指南针发明, 到 1600 年英国人 Gilbert 的奠基性著作《磁学》一书问世, 地磁学走过了一千八百年的初期发展阶段。英国伊丽莎白女王的私人医生 Gilbert 是第一个对地磁现象进行系统思考的人。他把很多离散点的地磁偏角和倾角测量数据组织在一个统一的框架之下, 揭示出了“地球是一个大磁体”的科学结论[1]。

关于地磁的起源曾经是众说纷纭、百家争鸣, 提出了十几种不同假说。但是地磁起源至今仍然没有一个令人信服的解释, 因此被爱因斯坦列为“五大物理学难题”之一。例如 Gilbert 的“地球是永磁体”的假说就遇到了材料居里点温度的严重挑战: 地壳二三十公里深度以下, 温度已超过地球大多数物质的居里点, 这里的物质不可能有大的剩磁。而仅靠薄薄的地壳物质的磁性, 又远远不够产生观测到的地磁场。其他地磁场起源假说, 诸如旋转磁效应、旋转电荷效应、霍尔效应、压磁效应等假说, 也因量级太小而被否定。现在比较流行的地磁场起源理论只有地球发电机理论。它的基本思想是地球外核的导电流体在各种能源的驱动下进行对流运动, 而与对流相应的电流产生磁场。也就是一个驱动能转化成流体动能, 动能再转化成磁能的过程。如果转化的磁能可以抵抗欧姆耗散的话, 则该磁场就可以由对流运动所维持。驱动地球核对流的能量有数种来源, 其中最多讨论的是重力。在地球吸集过程中聚集的巨大的重力能转化成热能,

导致地球内核熔化，形成高温高压的液核。地球形成后开始缓慢冷却，释放大热量，从而引起液态核内物质的密度不均匀和温度不均匀。这两种不均匀性都可以驱动液核对流，进而产生地球磁场。

随着计算机数值技术的发展，地球磁场的发电机模型也发展得相对比较完善，并且进行了大量的数值模拟。文献[2] [3]计算了地球磁流体动力学方程的第一个三维随时间变化的自洽数值解。该方程描述了具有固体导电芯的快速旋转的球形流体壳中的热对流和磁场产生。作为地球发电机的一个粗略模拟，是一个自我维持的超临界发电机，维持了三个磁场扩散时间，大约 40000 年。外核内流体速度最大可达 0.4 cm/s，有时磁场可达 560 高斯。磁能通常比维持它的对流动能大 4000 倍。粘滞和磁耦合到地核下面和上面的地幔都会引起它们各自自转速率随时间的变化；内核的旋转速度通常比地幔快，而地幔日长的年代际变化与地球上观测到的相似。核幔边界径向磁场的形态、振幅及其长期变化与地球相似，南北半球纵向平均温度梯度、剪切流、螺旋度和磁场的最大振幅在几千年的时间尺度上振荡。通过“磁场冻结”假设来简化方程，磁场通过流体扩散的效应可以忽略，流体携带着磁力线一起运动，使磁力线发生拉伸、变形、扭绞，反过来，磁力线的变形又影响着流体的流动。在这个流体与磁场相互作用的系统中，由极型磁场可以产生环型磁场(即  $\omega$  效应)，由环型磁场也可以产生极型磁场(即  $\alpha$  效应)，由这两种基本效应可以组合出多种发电机模型。现在，通过大型计算机对地核磁流体方程组进行数值求解，模拟地磁场演化的历史，得到了关于地磁场倒转的模拟结果。

虽然在地球发电机的数值模拟方面已经取得了巨大进展，但是，地磁场起源问题还远未解决，例如种子磁场起源的问题，地球内部的很多性质和状态也是假设的多，实际测量的少。地核的不可到达性使我们只能依靠地表附近和空间的观测资料，利用实验室模拟实验的结果去推断和猜测地核中的状态和过程。还有一系列问题严重地困扰着地磁学家：如何折衷处理不同方法估计的地核流体粘性？地核中环型磁场究竟有多大？核幔界面的物理和化学状态如何？它对地核发电机过程有什么影响？下面的固体内核和上面的地幔对发电机过程，特别是对磁极倒转有什么影响？这一系列问题给地球发电机理论带来许多困难[1]。

天文观察表明，旋转天体存在大尺度系统性磁场是一个普遍现象。在太阳系中，太阳、木星、土星、天王星、海王星等，都有很强的偶极矩磁场。其他遥远星球如白矮星、脉冲星等的磁场更是巨大[4] [5]。甚至星系、星系团等更大规模的宇宙天体，也都存在大尺度的磁场分布[6] [7]。银河系磁场和星系外磁场的起源也是现代天体物理学中最具挑战性的问题之一。只要进行适当的观测，就会在所有类型的星系和星系团中探测到磁场。此外，磁场也存在于宇宙红移的遥远星系中。现在人们较为普遍接受的观点是，在圆盘星系中观测到的大尺度磁场也是由  $\alpha\omega$ -发电机原理来放大和维持的，其中新的磁场是通过旋转和螺旋湍流的联合作用不断再生的。相反，非旋转或慢速旋转系统中的磁场，如椭圆星系和星系团，磁场相对强度要小得多。

但是星系发电机模型本身也是不完整的，因为它不能解释作为启动发电机运转的种子磁场的起源。此外，标准的  $\alpha\omega$ -发电机模型中磁场放大的时间尺度太长，无法解释在非常年轻的星系中观测到的磁场强度。

文献[8]把行星发电机理论用于火星磁场的分析。在介绍火星行星磁场起源的行星发电机理论的基础上，重点讨论了动力学机制、起始时间、停止的原因等关键性问题，并指出了研究中还存在的一些课题。火星发电机停止机制的假说之一是，在火星演化的早期阶段火星内部冷却得过快，没有能够形成固态内核。这样，在初期阶段基于对流运动的发电机过程可以在核内进行；而随着液态核的极其快速的冷却，液态核的温度很快就低于一个临界值。此时液态核内的热能输出只能通过热传导进行，这样液态核内就不能再进行对流了，发电机过程也就停止了。第二种解释发电机过程停止的假说其基本思想则与第一种相反，内核含有的少量的硫成份使得内核快速的生长，随着内核的快速增大，外核变得越来越薄，一直到外核的厚度不足以维持发电机作用所需要的尺寸，此时发电机过程也就停止了。

通过对大量天体的磁场观察数据分析，发现星球的磁偶极矩与角动量有很强的相关性。在很宽的数量级上成立所谓的 Schuster-Wilson-Blackett 关系[5] [9] [10] [11] [12]

$$\frac{\mu}{L} = \frac{\beta\sqrt{G}}{2c}, \quad (1)$$

这里  $\mu$  是天体磁矩,  $L$  是天体角动量,  $G$  是牛顿引力常数,  $\beta \in \mathcal{O}(1)$  是一个无量纲常数。文献[11]当时并没有具体给出这个关系的理论根据, 因此这一结果刚开始并未被普遍接受。此外在[5]的分析中发现, 对于冷星,  $\log\mu$  和  $\log L$  呈显著的正相关关系。然而与冷恒星相比, 热星的相关性要小得多。对同系列的热星,  $\log\mu$  和  $\log L$  甚至表现为负相关关系。在太阳系子样本中, 关联与冷星的斜率基本相同。而在大尺度情况下, 不同种类天体的  $\log\mu$  和  $\log L$  仍然保持明显的正相关关系(参见[5]中图 9)。

关于 Schuster-Wilson-Blackett 关系的理论解释主要有以下几种: 文献[13]认为, 在 Thoms-Fermi 近似下的计算表明, 在一个引力场中, 天体内部的每一个超致密物质单元都得到一个很小的正电荷。天体作为一个整体是电中性的, 因为它的表面存在负电荷。在数量级上, 正电体积电荷很小(仅  $10^{-18}\text{e}$ )。但这足以解释天体磁场的发生, 以及恒星质量和脉冲星的稳态值的离散谱的存在。文献[12]提出的解释是, 函数  $\Phi_{lm} = (\eta/r_g) L^{jk} R_{jklm}$  满足 Maxwell 方程, 可作为确定旋转重物电磁特性的函数, 这里  $R_{jklm}$  是 Riemann 张量, 它决定了物体的重力场,  $r_g$  是物体的重力半径,  $\eta$  是必须通过观测确定的常数。场  $\Phi_{lm}$  描述观察到的磁矩与角动量的相关性。也能解释了白矮星和中子星在欧姆耗散下磁场的稳定性。

文献[10]提出的地球磁场起源的许多建议中, 比较自圆其说的是对电动力学定律作轻微的修改。电中性物质被认为是由大量的正负电荷组成的混合物, 其电和磁效应通常是相互平衡的。如果这种平衡不是精确成立, 而是有小的残余效应, 其中包括引力和地球的磁场。在这样的假设下, 我们可以期望运动的物质产生一个类似于运动电流的磁场, 并且我们期望运动物质所产生的磁场与其引力作用之间有某种关系。文献[14][15]则认为运动的质量能直接产生电磁感应, 因此旋转的球体就相当于一个磁偶极子。

## 2. 天体磁场起源新解

在阐述作者观点之前, 我们先复习一下磁偶极子的概念。磁偶极子模型就是一个很小的平面载流线圈, 其磁矩定义为  $\boldsymbol{\mu} = I\boldsymbol{S}$ , 其中  $I$  为电流强度,  $S$  为线圈回路面积,  $S$  的方向与电流方向成右手螺旋关系。磁偶极子产生的矢势为

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} (\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{r}), \quad (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (N/A}^2\text{)}), \quad (2)$$

这里  $\mu_0$  是真空磁导率,  $\boldsymbol{r}$  为线圈中心到测量点的矢径。由此可得磁偶极子的磁场强度为

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} (3(\boldsymbol{\mu} \cdot \hat{\boldsymbol{r}})\hat{\boldsymbol{r}} - \boldsymbol{\mu}) + \frac{2\mu_0\boldsymbol{\mu}}{3} \delta^3(\boldsymbol{r}), \quad (3)$$

其中,  $\delta^3(\boldsymbol{r})$  是狄拉克- $\delta$  函数。由于狄拉克- $\delta$  函数在  $\boldsymbol{r} \neq 0$  时大小都是 0, 故在求远处场强时略去右边一项。但在原子尺度下的量子力学中, 这一项会作出重要贡献, 偶极磁场的狄拉克- $\delta$  函数项造成了原子能级分裂, 因而形成了超精细结构。在天文学里, 氢原子的超精细结构给出了 21 厘米谱线, 在电磁辐射的无线电波范围, 是除了 3K 背景辐射以外, 宇宙弥漫最广阔的电磁辐射。在球坐标系中, (3)式的磁力线方程为

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{ds} = \boldsymbol{B} \Rightarrow \frac{dr}{d\theta} = \frac{2r \cos \theta}{\sin \theta} \Leftrightarrow r = R \sin^2 \theta. \quad (4)$$

在有多个磁偶极子时, 则按照叠加原理, 其总磁场是每一个磁偶极子的磁场的总矢量和。要计算星球磁矩和磁场, 则可以根据星球结构, 选用圆环或球面作为磁偶极子微元, 再用积分求出星球的整体磁矩和磁场[15]。星球外的磁场分布和单个磁偶极子产生的磁场很接近。

我们知道电子和质子的微观性质都是由量子力学来描述的，因此严格考察 Dirac 旋量与引力场的相互作用可能才是解开天体磁场秘密的关键。设时空微元为

$$dx = \gamma_\mu dx^\mu = \gamma^\mu dx_\mu = \gamma_a \delta X^a = \gamma^a \delta X_a. \tag{5}$$

其中标架满足 Clifford 代数  $Cl(1,3)$

$$\gamma_a \gamma_b + \gamma_b \gamma_a = 2\eta_{ab}, \quad \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}, \tag{6}$$

这里  $\eta_{ab} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  是 Lorentz 度规。标架系数与度规的关系式为

$$\gamma^\mu = h_a^\mu \gamma^a, \quad \gamma_\mu = l_\mu^a \gamma_a, \quad l_\mu^a h_b^\mu = \delta_b^a, \quad l_\mu^a l_\nu^b = \delta_{\mu\nu}^{\alpha\beta}, \tag{7}$$

$$h_a^\mu h_b^\nu \eta^{ab} = g^{\mu\nu}, \quad l_\mu^a l_\nu^b \eta_{ab} = g_{\mu\nu}. \tag{8}$$

在[16]中，我们详细推导了弯曲时空中的 Dirac 方程，在自然单位制下我们有

$$\alpha^\mu \hat{p}_\mu \phi + s_\mu \Omega^\mu \phi = m \gamma^0 \phi, \tag{9}$$

其中  $\alpha^\mu$  为流算符， $\hat{p}_\mu$  为动量算符， $s_\mu$  为自旋算符，它们分别定义为

$$\alpha^\mu = \text{diag}(\rho^\mu, \tilde{\rho}^\mu), \quad \hat{p}_\mu = i(\partial_\mu + \Upsilon_\mu) - eA_\mu, \quad s^\mu = \frac{1}{2} \text{diag}(\rho^\mu, -\tilde{\rho}^\mu), \tag{10}$$

其中  $\rho^\mu = h_a^\mu \sigma^a$ ,  $\tilde{\rho}^\mu = h_a^\mu \tilde{\sigma}^a$  是弯曲时空中的 Pauli 矩阵。 $\Upsilon_\mu$  叫做 Keller 联络，Jaime Keller 教授是已故的《Advances in Applied Clifford Algebras》原主编，创立这个期刊为推动 Clifford 代数的研究和应用做出了卓越的贡献。 $\Omega_\mu$  是一个新的赭矢量，反映旋量自旋与引力的相互作用，其计算公式为

$$\Upsilon_\mu = \frac{1}{2} h_a^\nu (\partial_\mu l_\nu^a - \partial_\nu l_\mu^a), \quad \Omega^\alpha = \frac{1}{4} \epsilon^{dabc} h_d^\alpha h_a^\beta S_{bc}^{\mu\nu} \partial_\beta g_{\mu\nu}, \quad S_{ab}^{\mu\nu} \equiv -h_{[a}^{\mu} h_{b]}^{\nu}. \tag{11}$$

在存在引力场时，我们得到了一个自旋-引力耦合势能项  $s_\mu \Omega^\mu$ 。在度规能够对角化的空间中，我们有  $\Omega_\mu \equiv 0$ ，这时自旋与引力没有耦合作用。如果引力场由旋转的球体产生，则对应的度规和 Kerr 度规一样，是不可对角化的。此时自旋与引力具有非零的耦合作用，和带电粒子在磁场中的情况一样，旋量的自旋会自动沿着  $\Omega_\mu$  的力线排列。如果众多带电粒子的自旋都沿着力线规则排列，就会产生宏观磁场。为了弄清楚这个磁场是否与天体磁场有关，我们来考察旋转星球的这个  $\Omega_\mu$  场的力线。

旋转球体产生的度规场和 Kerr 度规接近，在渐近平坦空间的拟球坐标系中我们有距离公式[17]

$$dx^2 = U(dt + Wd\varphi)^2 - V(dr^2 + r^2 d\theta^2) - U^{-1} r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \tag{12}$$

其中  $(U, V, W)$  只是  $(r, \theta)$  的函数。当  $r \rightarrow \infty$  时有

$$U = 1 - \frac{2m}{r}, \quad W \rightarrow \frac{4L}{r} \sin^2 \theta, \quad V \rightarrow 1 + \frac{2m}{r}, \tag{13}$$

其中  $m$  是星球的质量， $L$  是星球的角动量。对普通星球总有  $r \gg m \gg L$ ，例如对太阳而言  $m$  约为 3 km。(12)对应的非零标架系数为

$$\begin{cases} l_t^0 = \sqrt{U}, \quad l_r^1 = \sqrt{V}, \quad l_\theta^2 = r\sqrt{V}, \quad l_\varphi^3 = \frac{r \sin \theta}{\sqrt{U}}, \quad l_\varphi^0 = \sqrt{U}W, \\ h_t^0 = \frac{1}{\sqrt{U}}, \quad h_r^1 = \frac{1}{\sqrt{V}}, \quad h_\theta^2 = \frac{1}{r\sqrt{V}}, \quad h_\varphi^3 = \frac{\sqrt{U}}{r \sin \theta}, \quad h_\varphi^0 = \frac{-\sqrt{U}W}{r \sin \theta}. \end{cases} \tag{14}$$

代入(11)式计算得

$$\begin{aligned}\Omega^\alpha &= h_0^i h_1^r h_2^\theta h_3^\varphi (0, \partial_\theta g_{t\varphi}, -\partial_r g_{t\varphi}, 0) \\ &= (Vr^2 \sin \theta)^{-1} (0, \partial_\theta (UW), -\partial_r (UW), 0) \\ &\rightarrow \frac{4L}{r^4} (0, 2r \cos \theta, \sin \theta, 0).\end{aligned}\quad (15)$$

由(15)可知, 赝矢量  $\Omega^\alpha$  的场强正比于星球的角动量  $L$ , 也就是说带电粒子的自旋 - 引力耦合势能绝对值正比于星球角动量。我们再来看  $\Omega^\alpha$  的力线分布情况, 由(15)有

$$\frac{dx^\mu}{ds} = \Omega^\mu \Rightarrow \frac{dr}{d\theta} = \frac{2r \cos \theta}{\sin \theta} \Leftrightarrow r = R \sin^2 \theta. \quad (16)$$

(16)表明  $\Omega^\alpha$  的力线分布和磁偶极子(3)的磁力线(4)竟然是一样的。根据以上结论我们得知, 带电粒子的自旋-引力耦合势能一定会诱导出星球的宏观偶极矩磁场, 并且应该近似符合 Schuster-Wilson-Blackett 关系。

至此, 关于星球磁场我们还有两个问题需要说明: 一是怎么理解星球的磁偶极子方向与角动量方向总是有所偏离? 二是怎么理解同类型热星球的磁偶极矩与角动量成负相关的关系([5]中的图 6、7、8)。我们上面的分析, 实际上只考虑了集中参数的简化模型, 也就是只考虑了星球的总质量  $m$  和总角动量  $L$ , 而没有考虑星球内密度、温度和速度等参量的分布情况。这些因素显然会对星球的磁场强度和分布造成重大影响, 例如温度反映粒子的运动剧烈程度, 高温必然会减低自旋排列的有序性, 从而降低星球的磁偶极矩强度, 所以星球磁场随温度升高会相对减弱。更为细致的研究显然应该包含星球内密度、速度、温度和压力等物理参数, 考虑这些参数的分布情况后, 我们有望得到更准确符合观察数据的星球磁场模型。此外旋转天体的度规场是非对角的, 这会产生一定的动力学效应, 星球磁偶极子相对自转轴的进动应该也是一个相对论效应, 这一点也需要进行更细致的动力学分析才能明确。综合考虑这些因素后, 应该是可以澄清上述两个问题的。

### 3. 结束语

天体磁场的起源和演化是一个复杂而艰深的问题。比较已有的假说和理论, 本文提出的解释似乎更加自然和合理, 可能更加接近深层本质。旋转星球为粒子自旋提供一个和磁偶极子磁场一样的微弱引力场, 这是一个有点意外的发现, 让人不得不赞叹造化的神奇与微妙。正如作者在研究旋量联络(11)的分解时, James Nester 教授曾鼓励说, “这里可能有一个很深的智慧我们还没有领略到”。自旋 - 引力耦合项相当于给每个粒子装备了一双眼睛, 具有导航和定位功能。本文的结论提示, 深入研究天体分布参数如密度、速度、压力和温度等对  $\Omega^\alpha$  场的影响, 对进一步理解天体磁场可能会有重要作用。但是这也是一个复杂的系统工程, 需要多学科的同人们共同努力才行。

### 参考文献

- [1] 徐文耀. 地球磁场的物理问题[J]. 物理, 2004, 33(8): 551-557.
- [2] Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H. (1995) A Three-Dimensional Convective Dynamo Solution with Rotating and Finitely Conducting Inner Core and Mantle. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **91**, 63-75. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(95\)03049-3](https://doi.org/10.1016/0031-9201(95)03049-3)
- [3] Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H. (1997) Simulating the Geodynamo. *Contemporary Physics*, **38**, 269-288. <https://doi.org/10.1080/001075197182351>
- [4] Ahluwalia, D.V. and Wu, T.Y. (1978) On the Magnetic Field of Cosmological Bodies. *Lettere al Nuovo Cimento* (1971-1985), **23**, 406. <https://doi.org/10.1007/BF02786999>

- 
- [5] Arge, C.N., Mullan, D.J. and Dolginov, A.Z. (1995) Magnetic Moments and Angular Momenta of Stars and Planets. *The Astrophysical Journal*, **443**, 795-803. <https://doi.org/10.1086/175569>
- [6] Widrow, L.M. (2002) Origin of Galactic and Extragalactic Magnetic Fields. *Reviews of Modern Physics*, **74**, 775. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.775>
- [7] Kronberg, P.P. (1994) Extragalactic Magnetic Fields. *Reports on Progress in Physics*, **57**, 325. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/57/4/001>
- [8] 王天媛, 匡伟佳, 马石庄. 火星磁场和行星发电机理论[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(3): 768-775.
- [9] Schuster, A. (1911) A Critical Examination of the Possible Causes of Terrestrial Magnetism. *Proceedings of the Physical Society of London*, **24**, 121. <https://doi.org/10.1088/1478-7814/24/1/318>
- [10] Wilson, H.A. (1923) An Experiment on the Origin of the Earth's Magnetic Field. *Proceedings of the Royal Society of London*, **104**, 451. <https://doi.org/10.1098/rspa.1923.0120>
- [11] Blackett, P.M.S. (1947) The Magnetic Field of Massive Rotating Bodies. *Nature*, **159**, 658-666. <https://doi.org/10.1038/159658a0>
- [12] Dolginov, A. (2016) Electromagnetic Field Created by Rotation of Celestial Bodies. *Journal of Modern Physics*, **7**, 2418-2425. <https://doi.org/10.4236/jmp.2016.716208>
- [13] Vasiliev, B.V. (2000) Gyro-Magnetic Relations and Masses of Stars. arXiv: astro-ph/0002048.
- [14] Biemond, J. (2007) The Magnetic Field of Pulsars and the Gravito-Magnetic Theory. In: Lowry, J.A., Ed., *Trends in Pulsar Research*, Chapter 2, Nova Science Publishers, New York.
- [15] 肖立业. 天体和星系磁场起源的探索[J]. 电工电能新技术, 2003, 22(4): 53-59.
- [16] Gu, Y.-Q. (2018) Space-Time Geometry and Some Applications of Clifford Algebra in Physics. *Advances in Applied Clifford Algebras*, **28**, 79. <https://doi.org/10.1007/s00006-018-0896-1>
- [17] Gu, Y.-Q. (2008) The Series Solution to the Metric of Stationary Vacuum with Axisymmetry. *Chinese Physics B*, **19**, 90-100.