

Game Theoretical Intersection Signal Design of Transportation Subnetwork

Chaowu Tan¹, Xiaoning Zhang²

¹School of Traffic and Transportation Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai

²School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai

Email: 1456082461@qq.com

Received: Nov. 3rd, 2017; accepted: Nov. 15th, 2017; published: Nov. 22nd, 2017

Abstract

In reality, a transportation network covers different regions. A designer is only responsible for a subnetwork during this region. In this case, signal timing is only for a subnetwork, and managers of different regions compete with each other. In this paper, a subnetwork based signal timing method is established, and the game theoretical behavior among different regions is studied. Applying operational research method, the signal timing problem based on subnetwork is described into a network design problem with user equilibrium constraint, namely the leader-follower game. Numerical example shows that different solutions are obtained when signals are designed based on parallel subnetworks, compared with the integrated signal timing on the whole network.

Keywords

Transportation Network, Signal Timing, Subnetwork, Game Theory

子网络交叉口信号设计博弈分析

檀朝武¹, 张小宁²

¹上海海事大学交通运输学院, 上海

²同济大学经济与管理学院, 上海

Email: 1456082461@qq.com

收稿日期: 2017年11月3日; 录用日期: 2017年11月15日; 发布日期: 2017年11月22日

摘 要

实际中的一个交通网络涵盖不同的区域, 每个信号灯的设计者只负责某个区域内的网络交通运行。这种

信号灯的设计只是针对子网的, 而且不同的区域管理者存在着相互竞争的关系。本文建立这种子网络交叉口信号设计博弈模型, 研究分析不同区域间信号设计的博弈行为。运用运筹学方法, 将交通子网络上的信号灯设计问题表达为带有用户均衡约束的网络优化问题(TNO-UEC), 也称为一个领导者-跟随者博弈。算例分析表明, 将子网分开进行信号设计与整体同时设计, 得到的解是不一样的。

关键词

交通网络, 信号设计, 子网, 博弈

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着汽车拥有量和交通量的持续攀升, 城市道路交叉口的拥堵持续增加, 交通安全事故频发。交叉口信号灯是从时间上分隔不同交通流的重要交通管理方法。平面交叉口是不同方向的交通流发生交汇的地方, 也是最容易发生交通事故和传播拥堵的地方。据统计, 大城市交叉口延误占城市总出行延误的一半左右。设计合理的交通信号控制策略是提高城市交通运行效率的有效措施。基于现有的道路资源和空间特点, 将先进的信号控制方法应用到城市交通网络交叉口的管理和实践中已经成为一个十分重要的科学问题。

一些学者运用运筹学方法, 将交通网络上的信号灯设计问题划为一类带有用户均衡约束的网络优化问题(Transportation Network Optimization with User Equilibrium Constraints, 或简化为 TNO-UEC)。在过去的四十多年里, 大量学者研究 TNO-UEC 问题的建模和算法, 如 Abdulaal and LeBlance (1979) [1]和 Wong and Yang (1997) [2]。TNO-UEC 问题可以划为一个 Stackelberg 博弈, 有时也称作领导者-跟随者博弈。对于信号灯设计问题, 领导者是交通信号灯的设计人员, 其目标是通过优化信号参数, 提高交通网络的储备通行能力; 而跟随者是网络用户、即驾驶员, 他们根据上层问题的决策选择最节省时间的出行路径。

过去关于信号灯设计的问题都是假定整个交通网络是由一个中央管理者统一管理的, 目标在于提升整个交通网络的储备通行能力。这里的储备通行能力定义为一个标量, 当所有的 OD 交通量都乘以这个标量而导致其中一个路段的流量达到该路段的通行能力时, 这个标量就是该网络的储备通行能力。然而, 实际上一个交通网络涵盖不同的区域, 每个信号灯的设计者只负责某个区域内的网络交通运行。这种信号灯的设计只是针对子网的, 而且不同的区域管理者存在着相互竞争的关系。本文建立这种子网络交叉口信号设计博弈模型, 研究分析不同区域间信号设计的博弈行为, 以及提高网络通行效率的管理措施。

2. 子网络交通信号设计问题的描述

符号 $G=(N,A)$ 表示一个由结点集合 N 和有向线段集合 A 组成的交通网络。每一条路段 $a \in A$ 又一个与之相对应的阻抗函数 $t_a(v_a)$, 这里 v_a 是路段 $a \in A$ 上的交通流量。我们假定路段阻抗函数是一个相对于路段流量的严格增函数和连续可导的函数。符号 W 表示 O-D 对的集合, R_w 是连接 O-D 对 $w \in W$ 的所有可行路径的集合, 符号 f_r^w 表示路径 $r \in R_w, w \in W$ 的交通量。一条路段 $a \in A$ 和一条路径 $r \in R_w, w \in W$ 的拓扑关系由 δ_{ar}^w 表示, 这里 $\delta_{ar}^w=1$ 如果路径 r 使用路段 a 连接 O-D 对 $w \in W$, 否则 $\delta_{ar}^w=0$ 。

网络储备通行能力的概念是从独立的信号灯交叉口上扩展到一般的信号灯控制的道路网络上的。Wong and Yang (1997) [2]提出了一个两层数学规划方法来决定信号灯配时, 从而最大化路网的储备通行能力。整个路网上的管理区域的集合为 K 。第 k ($k \in K$) 个区域内的结点集合为 N^k , 路段集合为 A^k , OD 对的集合为 W^k 。信号灯交叉口由集合 I^k ($I^k \subset N^k$) 表达, 符号 A_i^k 表示进入信号灯交叉口 $i \in I^k$ 的路段组合, 而符号 \bar{A}^k 表示所有的信号灯控制的路段集合 $\bar{A}^k = \{A_i^k, i \in I^k\}$ 。符号 $q^k = (\dots, q_w^k, \dots)$ 表示 k 区内现有的 O-D 矩阵向量。 k 区内现有的 O-D 矩阵被放大 μ (μ 为常数) 倍后, 变成 μq^k 。符号 x_i 表示与信号灯交叉口 $i \in I^k$ 相对应的配时变量的向量, 并且 k 区内的配时向量为 $x^k = (\dots, x_i, \dots)$ 。对于一个给定的固定向量 q^k , 路段流量 v^k 是需求量乘子 μ 和信号灯配时方案 x^k 的函数。在网络中, 如果均衡状态下任何路段的饱和度都不超过一个预先给定的设计值, 交叉口处的排队和延误是可接受的。或者说,

$$v_a(\mu, x) \leq p_a C_a(x), a \in \bar{A} \tag{1}$$

这里 $C_a(x)$ 是路段 $a \in \bar{A}$ 的通行能力, 它是依赖于信号灯配时的, 而 $v_a(\mu, x)$ 是路段 $a \in A$ 上的均衡流量, 它依赖于 O-D 需求量和信号灯配时, 而 p_a 是路段 $a \in A$ 上最大的可接受饱和度水平。这个约束条件是非常有意义的, 特别是网络上排列有距离很近的交叉口时。因为此时排队推移到下一个交叉口是非常破坏性的, 避免排队的发生往往是交通工程师的目标。

k 区内, 对于进入给定的信号灯交叉口路段 $i \in I^k$, 配时变量必须满足一些线性约束, 包括信号周期, 安全时间, 最小和最大绿灯时间等等。这些约束可以用如下的式子表示:

$$G_i^k x_i^k \geq b_i^k, i \in I^k \tag{2}$$

对于交叉口 $i \in I$, 这里矩阵 G_i^k 和向量 b_i^k 取决于一定的配时规范, 一般来说它是基于相位的或基于时段的。对于信号灯设计的具体技术细节, 读者可以参考文献 Allsop (1989) [3]。

基于以上的思路和约束条件, 信号灯设计问题可概括为一个寻找最大的矩阵乘子问题, 它可以由以下的两层规划问题来描述:

$$\max_{\mu^k, x^k} \mu^k \tag{3}$$

Subject to

$$v_a(\mu, x^k) \leq \mu^k C_a(x), a \in \bar{A}^k \tag{4}$$

$$G_i^k x_i^k \geq b_i^k, i \in I^k \tag{5}$$

这里均衡路段流量 $v_a(\mu^k, x^k)$, $a \in A^k$ 是由求解下面的网络均衡问题得到的:

$$\min_v \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega, x^k) d\omega \tag{6}$$

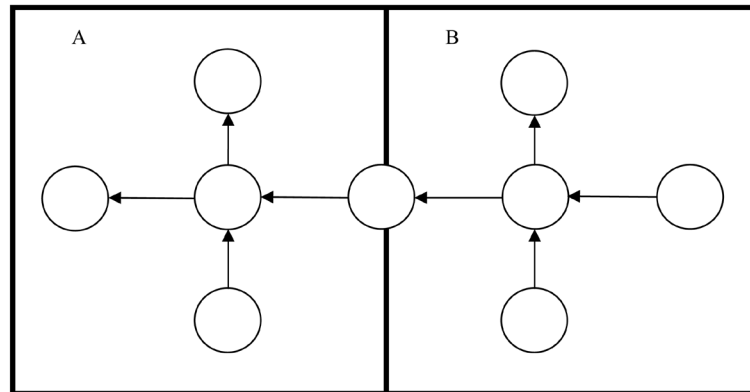
Subject to

$$\sum_{r \in R_w} f_r^w = \mu^k q_w, w \in W^k \tag{7}$$

$$v_a = \sum_{w \in W} \sum_{r \in R_w} f_r^w \delta_{ar}^w, a \in A \tag{8}$$

$$f_r^w \geq 0, r \in R_w, w \in W \tag{9}$$

3. 算例



如图一个由 9 个结点组成的交通网络，每条路段的通行能力为 40 v/m。网络分为 A、B 两个部分。子网络 A 中结点 3 为一个两相位交叉口，子网络 B 中结点 7 也是一个两相位交叉口。子网络 A 有两个 OD, $5 \rightarrow 1$ 和 $4 \rightarrow 2$ ，需求量均为 10 v/m。子网络 B 中也有两个 OD, $9 \rightarrow 1$ 和 $8 \rightarrow 6$ 。设路段 $4 \rightarrow 3$ 、 $5 \rightarrow 3$ 、 $8 \rightarrow 7$ 、 $9 \rightarrow 7$ 的绿信比分别为 g_1 、 g_2 、 g_3 和 g_4 ，则 $g_1 + g_2 = 1$ ， $g_3 + g_4 = 1$ 。

考虑第一种情况：子网络 A 先进行储备通行能力最大化的信号灯设计；再在此基础上，子网络 B 进行储备通行能力最大化的信号灯设计。子网 A 的设计结果为 $g_1 = g_2 = 0.5$ ，此时子网 A 的储备通行能力为 $\mu_A = 2$ 。给定 $g_1 = g_2 = 0.5$ ， $4 \rightarrow 3$ 、 $5 \rightarrow 3$ 的通行能力由 40 v/m 降为 20 v/m。在此基础上，再进行子网 B 的信号设计，最优解 $\mu_B = 1$ ， $g_3 \in [0.25, 0.75]$ 。这种情况中，子网 A 和子网 B 的储备通行能力不相等。

考虑第二种情况：把整个网络作为一个整体同时优化。可以得到结果： $g_1 = 1/3$ ， $g_2 = 2/3$ ， $g_3 = [1/3, 2/3]$ 。整个网络的储备通行能力 $\mu = 4/3$ 。

由上可见，两个子网分开进行信号设计与整体同时设计，得到的解是不一样的。

4. 结论

本文建立模型分析了交通子网进行信号配时的方法。运用运筹学方法，将交通子网络上的信号灯设计问题表达为带有用户均衡约束的网络优化问题(TNO-UEC)，也称为一个领导者-跟随者博弈。领导者是交通信号灯的设计人员，其目标是通过优化信号参数，提高交通网络的储备通行能力；而跟随者是网络用户、即驾驶员，他们根据上层问题的决策选择最节省时间的出行路径。算例分析表明，将子网分开进行信号设计与整体同时设计，得到的解是不一样的。

参考文献 (References)

- [1] Abdulaal, M.S. and Leblance, L.J. (1979) Continuous Equilibrium Network Design Models. *Transportation Research*, **13**, 19-32. [https://doi.org/10.1016/0191-2615\(79\)90004-3](https://doi.org/10.1016/0191-2615(79)90004-3)
- [2] Wong, S.C. and Yang, H. (1997) Reserve Capacity of a Signal-Controlled Road Network. *Transportation Research*, **31**, 397-402. [https://doi.org/10.1016/S0191-2615\(97\)00002-7](https://doi.org/10.1016/S0191-2615(97)00002-7)
- [3] Allsop, R.E. (1989) Evolving Applications of Mathematical Optimization in Design and Operation of Individual Signal-Controlled Road Junctions. In: Griffiths, J.D. Ed., *Mathematics in Transport Planning and Control*, Clarendon Press, Oxford, 1-24.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2163-1476，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：orf@hanspub.org