

# Analysis on the Three Methods of Mathematical Logic Reasoning

Qi Li\*, Jidong Guo#

College of Mathematics and Statics, Yili Normal University, Yining Xinjiang  
Email: 1569205647@qq.com, #guojd662@163.com

Received: Apr. 20<sup>th</sup>, 2020; accepted: May 11<sup>th</sup>, 2020; published: May 18<sup>th</sup>, 2020

---

## Abstract

Mathematics teaching is actually the teaching of mathematics thinking ability; after all, it's about mastering the basic concepts and reasoning methods of mathematics. By analyzing mathematical logic reasoning and its three forms, this paper wants to let you know exactly what mathematical logic reasoning is, and what the aspects of mathematical logic reasoning are.

## Keywords

Mathematical Logic Reasoning, Inductive Reasoning, Deductive Reasoning, Reasoning from Analogy

---

# 论析数学逻辑推理的三种方法

李 琪\*, 郭继东#

伊犁师范大学数学与统计学院, 新疆 伊宁  
Email: 1569205647@qq.com, #guojd662@163.com

收稿日期: 2020年4月20日; 录用日期: 2020年5月11日; 发布日期: 2020年5月18日

---

## 摘 要

数学教学其实就是数学思维能力的教学, 说到底就是关于对数学基本概念、推理方法等的掌握。本文通过分析数学逻辑推理及其三种形式想让人们更深入地了解什么是数学逻辑推理, 而数学逻辑推理又包含哪些方面等等。

---

\*第一作者。

#通讯作者。

## 关键词

数学逻辑推理, 归纳推理, 演绎推理, 类比推理

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

随着数学教育的不断发展和对数学学科研究的深入, 同时数学核心素养的价值也日益凸显。数学逻辑推理作为数学六大核心素养之一, 对于培养学生思维的发展具有重要的意义, 也是学生必须具备的基本数学能力。因此, 本篇论文是在这样的背景下展开全文, 通过对数学当中逻辑思维的分析, 总结出数学逻辑推理的三种形式, 帮助学生能够在数学教育和数学学习当中获得帮助, 更好地促进学生的学习和发展。

数学逻辑推理能力是学生数学水平的显著标志, 这是数学教师进行教学的重要环节和要求[1]。因此写这篇论文是为了培养学生的数学逻辑推理素养, 从而使学生清晰、有条理地表达自己的思考过程, 做到言之有理, 落笔有据。初中数学新课标中也曾明确指出, 教师要通过一定的方式, 引导学生通过观察、实验和归纳等方式, 形成一定的数学能力, 至此解决一些实际存在的问题。并且在学习数学逻辑推理的过程中, 也可以使学生以积极主动的态度去进行分析、归纳、推理, 从而体现出教学过程中以学生为主的思想。

## 2. 研究方法 with 文献分布

### 2.1. 研究方法

本文采用列举法将每一种推理方法进行定义的理解, 并把其在中学中的运用列举了出来, 让其充分体现了每一种推理方法的特点——从特殊到一般的归纳推理、从一般到特殊的演绎推理、从特殊到特殊的类比推理。本文还采用了比较法, 从这三种推理方法的定义、特点、在中学中的运用进行比较分析。还采用了分析法, 对数学逻辑推理的三种形式在中学中的应用进行了分析。

### 2.2. 文献年度分布

如图 1 所示, 在 CNKI 中对数学逻辑推理的有关文献数量整体呈上升趋势。数学核心素养的组成部分也包括数学逻辑推理, 而为了促进关于核心素养的理论研究和实践探索, 构建基于核心素养的课程改革的国际交流平台, 2015 年举办了第 13 届上海国际论坛, 从核心素养的概念认识、国际经验、测量评价、实施现状等方面进行了讨论, 这也说明数学逻辑推理也是至关重要的。由于数学具有严谨逻辑性的这样一种特点, 因此数学逻辑推理能力也是学生必须具备的基本数学能力之一。在结合国家出台的这些政策, 也就造就了近几年来大家对于数学逻辑推理研究的热潮。同时国家政策以及文件的出台和有关教育与课程改革大会的召开是教育科研工作的风向标, 也为数学核心素养之一的逻辑推理的研究奠定了坚实的基础。

## 3. 数学逻辑推理的三种方法

数学逻辑推理的三种形式即归纳推理、演绎推理、类比推理。下面我将对每一个形式进行讲解和分析。

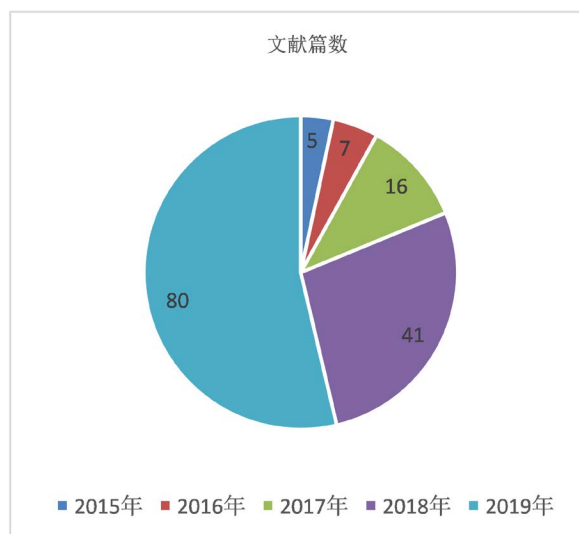


Figure 1. The number of literature  
图 1. 数学逻辑推理研究相关文献(2015~2019)

### 3.1. 归纳推理

归纳推理是一种由个别的例子中总结出一般形式的推理形式[2], 简而言之也就是从特殊到一般。

### 3.2. 演绎推理

演绎推理是从一般到特殊, 与归纳法相对, 演绎推理具有严格的逻辑推理, 即小前提、大前提以及结论的三段论模式[3]。其中大前提就是我们提前已知的一般性原理或规律, 小前提就是在此类情况下发生的特殊情况, 最后得出的结论就是根据已知的一般性原理从而对特殊的情况同样做出判断。在现实生活中, 比如: 大前提: 等腰三角形的两个底角相等; 小前提: 如果一个三角形是等腰三角形; 结论: 那么这个三角形的两个底角相等[4]。

### 3.3. 类比推理

类比推理是从特殊到特殊, 即将两个或两个以上在某些属性上具有相同或相似之处联系在一起, 其中我们已知其中一个具有某种属性, 那么就可知另外一个或其他都具有这种属性。类比推理作为推理判断最常见的一种方法, 由于其引用非常广泛, 所以在 2006 年起将类比推理作为一种题型加入到了公务员的考试之中。类比推理在科学研究中有着重要的作用, 可以为模拟实验提供逻辑基础, 也有助于提出科学假说等等。三种推理方法之间有着联系又有着区别, 首先从推理形式上来看, 三者具有区别, 归纳推理是从特殊到一般, 演绎推理是从一般到特殊, 而类比推理是从特殊到特殊; 其次归纳推理和类比推理都属于或然推理方法, 即前提为真命题, 推理形式也正确, 但结论未必正确, 相反演绎推理就不同于归纳推理和类比推理, 演绎推理属于必然推理方法, 即前提为真命题, 推理形式也正确, 则结论必然正确[5]。

## 4. 归纳推理、演绎推理以及类比推理在中学数学中的应用

推理在教学重占有重要的比重, 无论是教师的教, 还是学生的学, 都会运用推理这一种基本方法来证明自己的观点[6]。因此对于推理这种基本方法的掌握程度是怎样的, 都会直接影响到数学中定理的证明、习题的解答等。推理证明方法在数学中甚至生活中都随处可见, 发挥着其重要鲜明的作用。在数学

中常用的推理方法有归纳推理、演绎推理和类比推理。接下来我就会就这三种推理的基本方法进行一些简单的说明, 并简单的谈谈自己的想法。

#### 4.1. 归纳推理

在我们的学习生活中, 认识是从观察和实验开始的, 经过重复观察实验, 在人的思维里产生了抽象和概括能力形成一般认识, 这就是推理过程。用归纳推理处理数学命题, 因为比较直观, 容易为学生接受。例如: 让学生作锐角、直角、钝角等形状不同、大小不等的三角形的三条角平分线, 学生能确信它们是相交于一点。但直觉经验仅仅是猜想和假设, 其真实性仍需验证。

例题 1: 观察下列三角形数表

1.....第一行  
 2        2.....第二行  
 3     4        3.....第三行  
 4    7     7    4.....第四行  
 5   11    14   11   5.....第五行

假设第  $n$  行的第二个数为  $a_n$  ( $n \geq 2$ ) 让归纳出  $a_{n+1}$  与  $a_n$  的关系式。这一题就是运用归纳推理的方法, 通过观察, 发现, 归纳的方式, 由特殊的例子从而归纳出一般地规律。

例题 2: 古希腊人常用小石子在沙滩上摆出各种形状来研究, 观察下列你可以发现什么规律?

·     ·     ···  
       ·     ···     ···  
          ·   ···     ···     ···  
              1     4     9     ...

通过观察我们可以发现若设这是第  $n$  个图形, 那么第一个图形就是  $n = 1$  时有  $1^2$  个石子; 第二个图形就是  $n = 2$  时有  $2^2$  个石子; 第三个图形就是  $n = 3$  时有  $3^2$  个石子...那么第  $n$  个图形就有  $n^2$  个石子。

#### 4.2. 类比推理

类比推理是一种由特殊到特殊的推理, 在中学中的运用就是: 比如算数和代数之间的, 根据分式与分数都由分子和分母组成, 运用类比推理, 从而由分数的基本性质和四则运算则类比推出分式的基本性质和四则运算; 再者平面几何和立体几何之间又有些性质, 也是可以运用类比推理这种办法。但有一点必须强调的就是运用类比推理的出来得结论不一定是正确的, 也就是说类比推理它并不能够作为一种严格的推理方法。在数学推理中如果遇到一些特殊的情形我们或许还可以通过类比推理这种办法, 这样更便于学生理解。在比如说教师在教“球”这一概念时, 一般会让学生复习一下“圆”的概念, 接下来在设问“如果我们把概念中的‘平面’换成‘空间’”会变成什么样的呢? 在此基础上让学生进行思考、观察, 然后获得其规律, 从而得到新的概念。即圆的概念: 平面内与定点距离等于定长的点的集合是圆, 定点就是圆心, 定长就是半径; 在空间内与定点距离等于或小于定长的点的集合叫做球体, 定点叫做球心, 定长叫做球的半径。类比推理就是根据学生已经接受的旧知识在通过类比进行再总结规律, 这样也有利于学生从新旧对象的对比中更好更快的接收新知识。

在初一学习不等式的性质时就是通过类比等式的性质从而类比出不等式的性质, 表 1 是不等式的性质的教案。

#### 4.3. 演绎推理

演绎推理就是一般通过三段论来实现的, 所谓的“三段论”即大前提、小前提以及结论[7]。在演绎



推理这个论证方法中, 如果大前提和小前提都是真实的, 那么结论一定是正确的, 因此演绎推理跟归纳推理是一样可以作为数学的严格的推理方法。比如说(1) 自然数是整数, 3 是自然数, 所以 3 是整数。在(1)中的三段论的大前提和小前提是正确的, 所以结论一定是正确的。(2) 整数是自然数,  $-3$  是整数, 所以  $-3$  是自然数。在(2)中大前提是错误的, 小前提是正确的, 但结论是错误的。由此可以说明, 只有大前提和小前提都正确, 结论才一定正确。演绎推理在中学中的教学中主要有习题的解答, 公式的推导以及定理推理的证明, 以上都要用三段论这个证明方法。在实际运用中, 为了论述的更简单、更方便, 因此在真正的运用演绎推理方法中, 常常会把大前提去掉。比如: 如果一个图形是三角形, 那么这个三角形的内角和一定是  $180$  度, 那如果去掉大前提就可以说成: 一切三角形的内角和都是  $180$  度; 再比如如果一个四边形的对边互相平行, 那么这个四边形就是平行四边形, 如果去掉大前提, 就可以说成: 对边互相平行的四边形就是平行四边形, 等等。但是在教师的教学中, 教师在刚开始时不应直接就给学生教把大前提省略掉, 而是应该写出完整的过程, 这样有利于培养完整的严谨的推理习惯。比如数学中一个简单的例子:

例题 3: 命题: 等腰三角形的两个底角相等

已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$

求证:  $\angle B = \angle C$

证明: 作  $\angle A$  的角平分线  $AD$ , 则  $\angle BAD = \angle CAD$ , 又因为  $AB = AC$ ,  $AD = AD$ , 所以  $\triangle ABC \cong \triangle ACD$  (SAS), 因此  $\angle B = \angle C$ 。

例题 4: 命题: 两直线平行, 内错角相等

已知: 直线  $a \parallel b$ , 夹着两角  $\angle 1$  和  $\angle 2$

求证:  $\angle 1 = \angle 2$

证明:  $\because$  直线  $a \parallel b$ , 而  $\angle 1$  和  $\angle 2$  属于内错角

$\therefore \angle 1 = \angle 2$  (两直线平行, 内错角相等)

上面的推理可以看出, 推理的每一个步骤都是根据一般的命题(如: 全等三角形的对应角相等)推出特殊的命题(如:  $\angle B = \angle C$ )。再举出一个三段论推理: 所有平行四边形的对角线互相平分的菱形就是平行四边形, 所以菱形的对角线互相平分。

就数学而言, 演绎推理是证明数学结论、建立数学体系的重要思维过程, 但数学结论、证明思路等的发现主要靠合情推理。因此, 这要求我们不仅要学会证明也要学会猜想。

## 5. 结论

综上所述, 数学逻辑推理在数学中起着非常重要的作用, 它有利于我们从特殊的例子总结出一般的例子的规律, 从一般的例子总结出特殊的例子的规律, 和从特殊的例子总结出特殊的例子的规律。数学是一门十分严谨的学科, 因此数学逻辑推理素养是学生数学核心素养的重要表现之一[1]。而众所周知的是数学教学的任务就是向学生传授基础的数学知识与技能, 充分满足学生的各种数学学习需要, 同时培养学生的数学抽象、逻辑推理、数学建模等核心素养, 真正发展学生的终身学习能力。总之, 利用数学课堂引导学生进行观察、分析, 转化成猜想、探究、尝试和创新等活动参与, 对学生进行逻辑推理能力的培养, 这些对于教师, 能提高教学效率, 增加课堂教学的趣味性, 优化教学条件, 提升教学条件, 提升教学水平和业务水平, 对于学生, 它不但使学生学到知识, 学会解决问题, 而且还能使学生掌握在新问题出现时该如何应对的思想方法。

## 基金项目

新疆维吾尔自治区高校科研计划自然科学重点项目(XJEDU2020I018)。

---

## 参考文献

- [1] 王志玲, 王建磐. 中国数学逻辑推理研究的回顾与反思——基于“中国知网”文献的计量分析[J]. 数学教育学报, 2018, 27(4): 88-94.
- [2] 李兴贵, 王新民. 数学归纳推理的基本内涵及认知过程分析[J]. 数学教育学报, 2016, 25(1): 89-93.
- [3] 雷明, 陈明慧, 赵维燕, 赵光. 归纳推理和演绎推理的关系理论及其模型[J]. 心理科学, 2018(4): 1017-1023.
- [4] 顾晓东. 小学数学教材中的类比推理及教学策略[J]. 教学与管理, 2015(7): 39-42.
- [5] 孙保华. 小学数学演绎推理的表现形式及渗透[J]. 教学与管理, 2018(11): 43-45.
- [6] 周小红. 初中数学教学中的合情推理[J]. 数学学习与研究, 2012(12): 30.
- [7] 蒋荣清, 李建国. 合情推理与演绎推理[J]. 中学教研(数学), 2012(2): 20-23.