

Local Polynomial Coefficient AR Prediction Model for Chaotic Time Series

Xiangwu Peng, Liyun Su*, Chenlong Li, Yong Yin, Huanhuan Sun

School of Mathematics and Statistics, Chongqing University of Technology, Chongqing
Email: *cloudhopping@163.com

Received: Jun. 6th, 2015; accepted: Jun. 23rd, 2015; published: Jun. 29th, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

The local linear model, being widely studied and used to predict chaotic time series, has a history of over thirty years. Because of its simple structure, it is easy to implement. However, the local linear method cannot effectively fit nonlinear characteristics of chaotic time series. According to the local and nonlinear characteristics of chaotic time series, a local polynomial coefficient autoregressive prediction model is proposed, namely, local nonlinear prediction model, based on local linear model. Compared to the local linear model, local nonlinear prediction model can approximate many effectively nonlinear properties of chaotic time series. The simulation results of three typical chaotic time series (Logistic mapping, Henon mapping and Lorenz system) show that prediction performance and stability of local nonlinear multi-step model are better than the local linear model. Moreover, the presented model has higher prediction accuracy, even under the circumstances of less sample data.

Keywords

Chaotic Time Series, Local Linear Model, The Phase Space Reconstruction, Local Nonlinear Model

混沌时间序列的局域多项式系数建模及预测

彭相武, 苏理云*, 李晨龙, 殷 勇, 孙唤唤

重庆理工大学数学与统计学院, 重庆

*通讯作者。

Email: *cloudhopping@163.com

收稿日期: 2015年6月6日; 录用日期: 2015年6月23日; 发布日期: 2015年6月29日

摘 要

由于局域线性模型的简洁、易于实现,在过去的三十年里,它被广泛的研究并用来预测混沌时间序列。本文依据混沌时序的局部特性和非线性特性,在局域线性模型的基础上,提出基于多项式系数自回归模型的局域非线性混沌时间序列预测方法(简称局域非线性模型)。相比于局域线性模型,该模型能够有效地逼近混沌时间序列的非线性特性。三种典型的混沌时间序列(Logistic映射、Henon映射和Lorenz系统)的仿真结果表明,局域非线性模型的多步预测性能及预测稳定性均好于局域线性模型,且在样本数据较少的情况下也有较高的预测精度。

关键词

混沌时间序列, 局域线性模型, 相空间重构, 局域非线性模型

1. 引言

混沌是动力系统的一种复杂表现,已经在水文、医学、经济等众多领域中发现混沌现象[1]-[4]。对混沌时间序列的建模和预测已经成为研究具有混沌现象的各类时间序列的热点[5]-[7]。应用混沌理论结合其他方法对其进行预测,其效果更好,如水文预测[8]、风电池功率预测[9]、交通流预测[10]-[13]等。

混沌时间序列预测的早期方法可归纳为[7]:全局法,最大 Lyapunov 指数法,局域法以及自适应预测法。现今方法则可总结为:人工神经网络模型[14]-[19],支持向量机(Support Vector Machine, 简记为 SVM)模型[20]-[26],复合模型[9] [27]和改进的自适应预测模型[13]。但这些模型和方法较为复杂,实现繁琐,且有过拟合、局部极小和易受主观经验的影响等问题。线性模型已经有几十年的应用历史。由线性模型构建的针对混沌时间序列的局域线性模型十分简单可行,文献[8]和[28]对局域线性预测模型又进行了改进,提出了两种新的局域预测方法 NLLP1 [28]和 NLLP2 [8],使得局域线性预测模型的预测精度和预测长度有了很大提升。然而,局域线性模型的线性化过程掩盖了混沌时间序列的非线性特性,限制了局域线性模型的适用范围。

为了克服这些方法的缺点,本文依据混沌时间序列的局部特性和非线性特性,结合相空间重构的思想 and 多项式系数模型(Polynomial Coefficient Model) [29]提出局域多项式系数自回归混沌时间序列预测模型(Local Polynomial-coefficient Prediction, 简记为 LPP),并根据时域和状态域定阶给出了两种不同的 LPP 方法。LPP 是一种局域非线性方法,可将其看成对局域线性法的改进。LPP 模型可以很好的描述混沌时序的非线性特性,能够在不增加较大计算量的前提下提高预测精度,同神经网络模型和 SVM 模型相比,结构简洁且易于实现。通过对三种典型混沌时间序列(Logistic 映射、Henon 映射和 Lorenz 系统)的仿真实验表明,本文方法是有效的。

2. LPP 预测模型

2.1. 混沌时间序列的相空间重构

利用 Takens 嵌入定理[30]即可重构混沌时间序列,提升预测效果。设单变量混沌时间序列为

$x_1, x_2, \dots, x_n$ ，进行相空间重构可得，

$$X_i = (x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau})^T, (i=1, 2, \dots, M), \quad (1)$$

式中， m 为嵌入维数， τ 为延迟时间， $M = n - (m-1)\tau$ 是重构相空间中相点的个数，这 M 个相点的连线构成了 m 维相空间中的轨线。对重构后的相空间，存在光滑映射 $F: R^m \rightarrow R^m$ ，即

$$X_{i+1} = F(X_i), (i=1, 2, \dots, M), \quad (2)$$

从 X_{i+1} 分离出 $x_{i+(m-1)\tau+1}$ ，即有

$$x_{i+(m-1)\tau+1} = f(X_i), (i=1, 2, \dots, M), \quad (3)$$

如果能够求出 f 或找到 f 的一个逼近模型 $\hat{f}$ ，就能对未来值进行预测。

2.2. LPP 模型

局域线性模型(简称 LPP 模型)是一个局域线性回归模型，混沌时间序列的嵌入维数 m 和延迟时间 τ 可根据文献[31]确定，有如下形式

$$\hat{x}_{n+L} = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j x_{M+(j-1)\tau} = AY_M, \quad (4)$$

式中， $A = (a_0, a_1, \dots, a_m)$ 为系数矩阵， $M = n - (m-1)\tau$ ， $Y_M = (1, X_M)^T = (1, x_M, x_{M+\tau}, \dots, x_n)^T$ ， L 是预测步长。

这里，将重构相空间的嵌入维数看成预测阶数。为了估计 A ，要从相空间中找到当前状态(以相点 X_M 为例)的 $q(\leq q_{\max}, q_{\max} = 2m+1)$ 个邻近点[8]，邻近点的选取通过欧式距离 $d(i) = \|X_i - X_M\|$ ($i=1, 2, \dots, M-1$) 来确定。距离越近，当前状态 X_M 与其他点状态演化相似程度越大，模型的预测精度越高。将 X_M 的 q 个邻近点 X_{M_j} ($j=1, 2, \dots, q$) 代入(4)式中，可求得 A 的一个最小二乘估计 $\hat{A}$ ，将 X_M 代入(4)式中，可求得 x_{n+1} 的一个估计 $\hat{x}_{n+1}$ ，每次所得新值都加入训练数据集中，然后进行下一步预测，即将 $\hat{x}_{n+1}$ 看作 x_{n+1} ，则可求得 $\hat{x}_{n+2}$ 。

将线性模型的系数改为 Taylor 级数展开

$$a_j = g_j(u) = \sum_{i=0}^r a_{ji} u^i, \quad (5)$$

式中， u 为由 $d \in \{\tau, 2\tau, \dots, (m-1)\tau\}$ 指定的模型依赖变量 x_{t-d} 。将(5)式代入(4)式得

$$\hat{x}_{t+1} = g_0(x_{t-d}) + \sum_{j=1}^m g_j(x_{t-d}) x_{t-(j-1)\tau} = G(x_{t-d}) Y_t, \quad (6)$$

式中， $G(x_{t-d}) = (g_0(x_{t-d}), g_1(x_{t-d}), \dots, g_m(x_{t-d}))$ 为系数矩阵， $Y_t = (1, x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(m-1)\tau})^T$ ， m 为数据重构后相空间的嵌入维数， τ 为延迟时间。(6)式是一种非线性模型，是局域线性模型的一个改进，利用重构相空间的局域相点对(6)式的参数进行估计，就得到了 LPP 模型。

2.3. LPP 模型参数的估计

为了使 LPP 模型有效的逼近 f ，采用最小二乘估计方法，使得到的 LPP 模型是误差平方和最小意义下 f 的一个逼近。将(5)代入(6)中，可得 LPP 模型的求和形式

$$\hat{x}_{t+1} = \sum_{i=0}^r a_{0i} (x_{t-d})^i + \sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^r a_{ji} (x_{t-d})^i x_{t-(j-1)\tau}, \quad (7)$$

设有 X_M 的 q 个邻近点为 X_{M_j} ($j=1,2,\dots,q$), 若记

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{M_1} \\ 1 & X_{M_2} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_{M_q} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{M_1} & X_{M_2} & \cdots & X_{M_q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{M_1+(m-1)\tau} & X_{M_2+(m-1)\tau} & \cdots & X_{M_q+(m-1)\tau} \end{bmatrix}, Y = (x_{M_1+(m-1)\tau+1}, x_{M_2+(m-1)\tau+1}, \dots, x_{M_q+(m-1)\tau+1})$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{M_1+(m-1)\tau-d} & X_{M_2+(m-1)\tau-d} & \cdots & X_{M_q+(m-1)\tau-d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{M_1+(m-1)\tau}^r & X_{M_2+(m-1)\tau}^r & \cdots & X_{M_q+(m-1)\tau}^r \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} a_{01} & a_{02} & \cdots & a_{0r} \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mr} \end{bmatrix}, E = (1, 1, \dots, 1)_{1 \times (r+1)},$$

则(7)式有如下矩阵表达式

$$Y = EA(U \otimes X), \quad (9)$$

式中, 运算

$$U \otimes X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{M_1} X_{M_1+(m-1)\tau-d} & X_{M_2} X_{M_2+(m-1)\tau-d} & \cdots & X_{M_q} X_{M_q+(m-1)\tau-d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{M_1+(m-1)\tau}^r X_{M_1+(m-1)\tau}^r & X_{M_2+(m-1)\tau}^r X_{M_2+(m-1)\tau}^r & \cdots & X_{M_q+(m-1)\tau}^r X_{M_q+(m-1)\tau}^r \end{bmatrix}$$

表示矩阵的 kronecker 积。进而根据最小二乘原理可求得 A 表达式为

$$\hat{A} = (E^T E)^{-1} E^T Y (U \otimes X)^T ((U \otimes X)(U \otimes X)^T)^{-1}, \quad (10)$$

式中, Z^- 表示对 Z 求广义逆, 当 Z 可逆时, 有 $Z^- = Z^{-1}$ 。

2.4. LPP 模型阶次的选择

一般的, LPP 模型的阶次可通过比较不同 r 、 d 值时模型的性能来确定, 同时, 模型的阶数 p 也不一定要取 m , 因为最优嵌入维数不一定是模型的最优阶数[28], 这在嵌入维数较大时尤其需要注意。由于没有对模型误差进行正态假定, 传统的 AIC 准则和 BIC 准则不再适用。有鉴于此, 使用如下两种方案确定模型的阶次:

方案 1: 取使得一步预测误差平方 $\sigma_1^2 = (x_t - \hat{x}_t)^2$ 最小的 r 、 d 和 $p(\leq m)$ 作为估计点 $\hat{x}_{t+1}$ 的 LPP 模型的阶数;

方案 2: 利用文献[8]提供的做法。定义

$$\sigma_2^2 = \frac{RSS}{q-D} = \frac{(Y - \hat{Y})(Y - \hat{Y})^T}{q-D}, \quad (11)$$

式中, $q \in \{2m+1, 2m+2, \dots, 2m+10\}$ 为邻近点个数, D 为广义自由度, 定义为 $D = \text{tr}(H) = \sum_i h_{ii}$, $H = (h_{ii})_{(m+1)(m+1)} = X^T (XX^T)^{-1} X$, $\hat{Y} = E\hat{A}(U^* X)$ 。选取使得 σ_1^2 或 σ_2^2 最小的 r 、 d 和 $p(\leq m)$ 作为模型的阶次。

第一种方案是利用重构后混沌时间序列的时域特性进行定阶, 第二种方案是利用混沌时间序列的状态域特性定阶。若使用第一种方案定阶, 将此时的 LPP 模型记为 LPP1 模型, 若使用第二种方案定阶, 将此时的 LPP 模型记为 LPP2 模型。

基于以上分析, 现给出 LPP 预测模型的建模步骤。

步骤 1: 使用相空间重构理论对实验数据进行相空间重构, 求得嵌入维数 m 和延迟时间 τ ;

步骤 2: 利用(10)式来估计系数矩阵 A , 对不同的阶次 r 、 d 、 $p(\leq m)$ 和邻域点个数 q 计算 σ_1^2 和 σ_2^2 , 为了控制模型复杂度, 减少计算量, 限制 $r_{\max} = 4$;

步骤 3: 选取使得 σ_1^2 或 σ_2^2 最小的 r 、 d 、 $p(\leq m)$ 和邻域点个数 q 作为模型的阶次, 对混沌时间序列进行一步预测;

步骤 4: 将一步预测结果加入训练数据集中, 重复步骤 2 和步骤 3, 进行下一步预测。

LPP 模型的算法流程图如图 1 所示。

3. 仿真结果及讨论

下面就 LPP1 和 LPP2 预测方法同改进的局域线性模型 NLLP1、NLLP2 和传统局域线性模型 TLLP 对三种典型的非线性系统(Logistic 映射、Henon 映射和 Lorenz 系统)产生的混沌时间序列的多步预测性能进行仿真研究。以平均绝对误差 MAE 来评价模型预测值与真值的偏离程度, 以相对误差 perr 来评价模型拟合的准确度, 以相关系数 CC 来定义模型的有效预测步长。一般的, 相关系数 CC 越接近 1, 则说明两组数据越接近, 就时间序列的预测而言, 若预测值与真实值的相关系数在 1 附近, 则认为预测准确; 若预测值与真实值相关系数接近 0, 甚至小于 0, 则认为预测效果很差。同时, 本文选取 0.99 作为一个由相关系数 CC 定义模型有效预测长度的阈值, 即将此阈值对应的预测长度定义为模型的有效预测长度, 作为度量模型性能的指标。

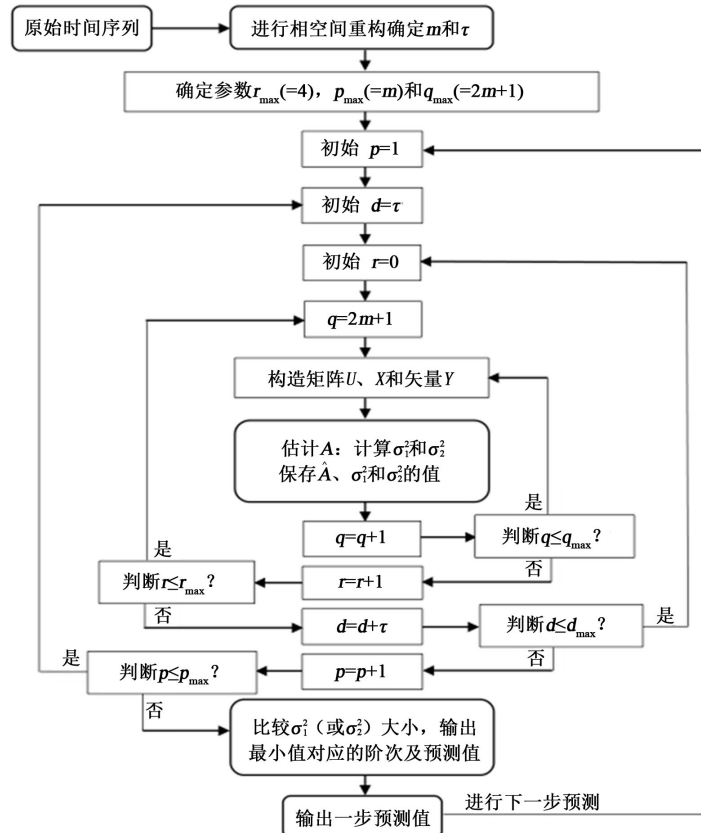


Figure 1. The process of LPP modeling and algorithm

图 1. LPP 建模算法流程

若以 $x(t)$ 和 $y(t)$ 分别表示仿真实验的真实值和预测值, 则这三种评价标准的定义表达式如下

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |x(t) - y(t)|, \quad perr = \frac{\sum_{t=1}^n (x(t) - y(t))^2}{\sum_{t=1}^n x(t)^2}, \quad CC = \frac{\sum_{t=1}^n (x(t) - \bar{x})(y(t) - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (x(t) - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^n (y(t) - \bar{y})^2}}, \quad (12)$$

式中, n 表示时间序列预测值的个数, $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$ 分别表示真实值和预测值的平均值。

3.1. Logistic 映射

Logistic 映射表达式如下

$$x_{i+1} = \mu x_i (1 - x_i), \quad (13)$$

式中, 取 $\mu = 4$, 此时系统具有混沌特性。取初始值 $x_1 = 0.1$, 直接迭代 10000 步, 去除前面 1000 个数据后选取不同训练样本进行仿真实验, 实验结果见表 1。

从表 1 可以看出, LPP2 模型能够有效的预测 Logistic 混沌时间序列, 不同样本量的预测效果一致优于局域线性模型以及 LPP1 模型, 尤其是在样本量为 500、2000、4000 以及 8000 时的 MAE 和 perr 的数量级相差十分的大。对样本量为 4000 的预测结果做进一步分析, 图 2 是样本量为 4000 时不同模型真实值和预测值的图像以及其相应的绝对误差 $e(t) = x(t) - y(t)$ 的图像, 图 3 为相关系数 CC 随预测个数增加而变化的图像。

从图 2 可以看出, LPP2 模型能够有效的预测 Logistic 混沌时间序列, 预测精度高。而线性模型的预测值与真实值有较大偏差。从图 3 可以看出, 线性模型预测值与真实值的相关系数同 LPP2 模型相比低很多, 且随着预测步数的增加出现了负值, 其多步预测性能随着预测步数的增加越来越差。表 2 给出了在 0.99 阈值下各模型预测 Logistic 混沌时间序列的有效预测长度。从表 2 可以看出, LPP2 模型的有效预测长度最大。

3.2. Henon 映射

Henon 映射表达式如下

$$\begin{cases} x_{i+1} = 1 - ax_i^2 + y_i, \\ y_{i+1} = bx_i, \end{cases} \quad (14)$$

式中, 取 $a = 1.4$, $b = 0.3$, 此时系统具有混沌特性。取初始值 $x_1 = 0$, $x_2 = 0.1$, 直接迭代 10,000 步, 去除前面 1000 个数据后选取不同训练样本进行仿真实验, 实验结果见表 3。

表 3 和表 1 结果是一致的, 即采用方案 2 定阶的 LPP2 模型能够有效的预测 Henon 混沌时间序列, 预测效果一致的优于线性模型以及 LPP1 模型。这表明 LPP2 模型能够很好的估计 Henon 映射的变化趋势并对其将来值进行预测。

同样, 对样本量为 4000 时的 Henon 混沌时间序列的预测性能做进一步分析。结果见图 4 与图 5。

从图 4 可以看出, LPP2 模型能够有效的预测 Henon 混沌时间序列, 预测精度高。而线性模型的预测值与真实值有较大偏差。从图 5 可以看出, 线性模型预测值与真实值的相关系数 CC 同 LPP2 模型相比低很多, 且随着预测个数的增加出现了负值, 故认为线性模型的预测性能比 LPP2 模型差的多。表 4 给出了各模型预测 Henon 混沌时间序列的有效预测长度。从表 4 可知, LPP2 模型具有最好的预测效果。

3.3. Lorenz 系统

Lorenz 系统表达式如下

Table 1. The comparative results of different samples of Logistic time series
表 1. Logistic 映射混沌时间序列不同数量训练样本的预测误差

训练样本		500	1000	2000	4000	8000
预测样本		30	30	30	30	30
MAE	TLLP	0.3093	--	--	--	0.2971
	NLLP1	--	0.2354	0.1877	0.1637	0.1634
	NLLP2	0.3475	--	--	--	--
	LPP1	0.0979	0.2346	--	--	--
	LPP2	2e-5	0.0845	3e-06	9e-07	4e-05
perr	TLLP	0.3736	--	--	--	0.4707
	NLLP1	--	0.3404	0.2961	0.2102	0.2628
	NLLP2	0.4848	--	--	--	--
	LPP1	0.0879	0.3755	--	--	--
	LPP2	1e-08	9e-02	3e-10	1e-11	5e-08

注：记号 “--” 表示数值大于 10。

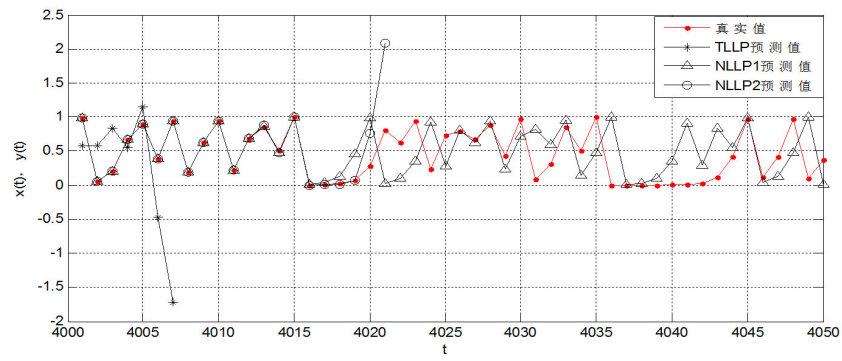
Table 2. The effective length of forecasting in different training samples of Logistic time series
表 2. Logistic 混沌时间序列不同数量训练样本的有效预测长度

训练样本	500	1000	2000	4000	8000
TLLP	2	6	2	1	4
NLLP1	4	14	16	18	23
NLLP2	5	13	7	19	7
LPP1	18	13	13	12	15
LPP2	41	25	42	44	37

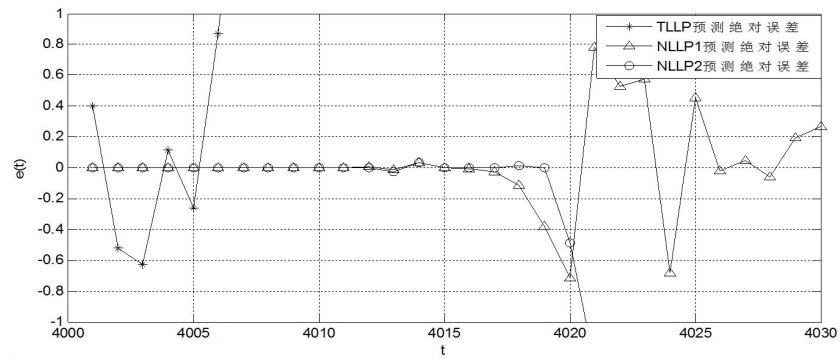
Table 3. The comparative prediction error of different samples of Henon time series
表 3. Henon 映射混沌时间序列不同数量训练样本的预测误差

训练样本		500	1000	2000	4000	8000
预测样本		30	30	30	30	30
MAE	TLLP	--	--	--	--	--
	NLLP1	0.5578	0.6514	0.3148	0.1759	0.2926
	NLLP2	0.4007	--	--	--	0.0569
	LPP1	--	--	--	--	0.2449
	LPP2	2e-06	1e-06	3e-04	7e-04	1e-03
perr	TLLP	--	--	--	--	--
	NLLP1	1.2186	1.3799	0.5533	0.2741	0.5916
	NLLP2	0.8866	--	--	--	0.0469
	LPP1	--	--	--	--	0.3204
	LPP2	6e-11	2e-11	8e-07	1e-05	2e-05

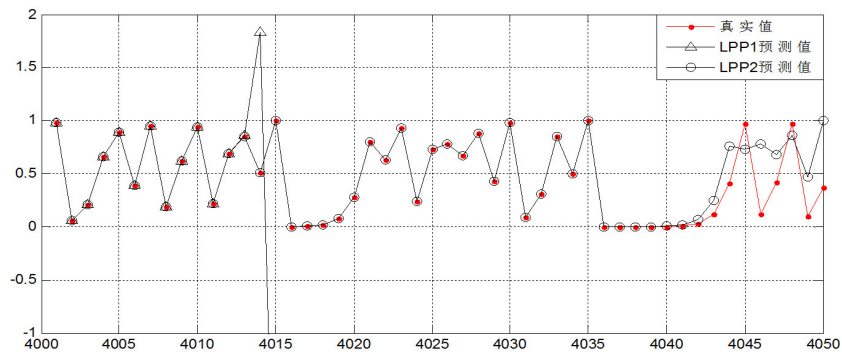
注：记号 “--” 表示数值大于 10。



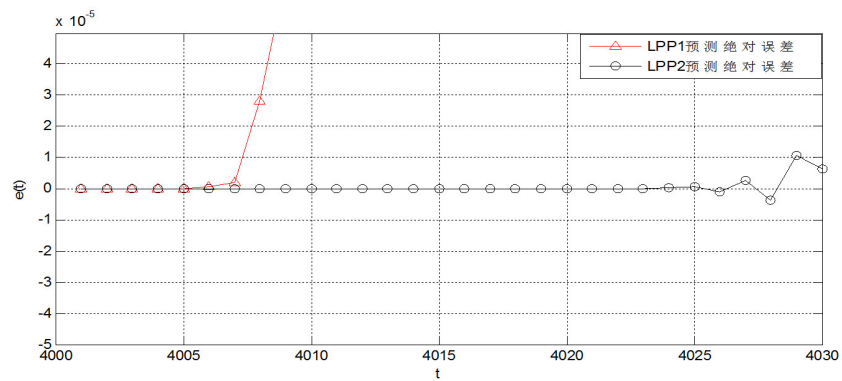
(a) 线性模型 50 步预测的真实值和预测值



(b) 线性模型 30 步预测的绝对误差



(c) LPP 模型 50 步预测的真实值和预测值



(d) LPP 模型 30 步预测的绝对误差

Figure 2. Results of Logistic time series multi-step prediction
 图 2. Logistic 映射混沌序列的多步预测结果

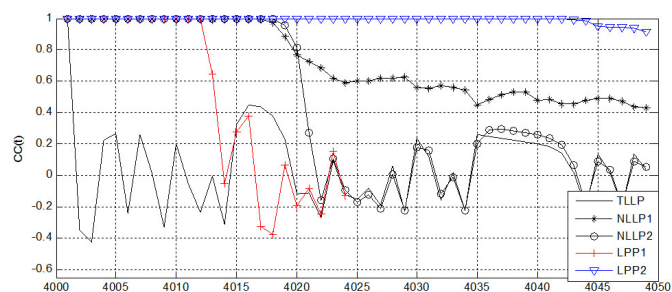
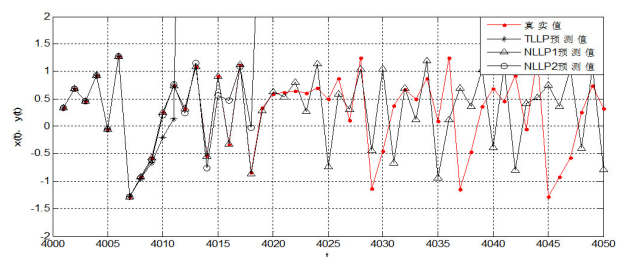
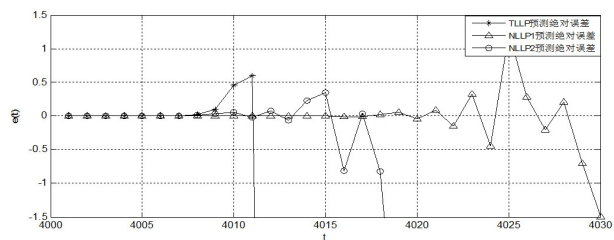


Figure 3. Trends in the correlation coefficient of different models of Logistic time series

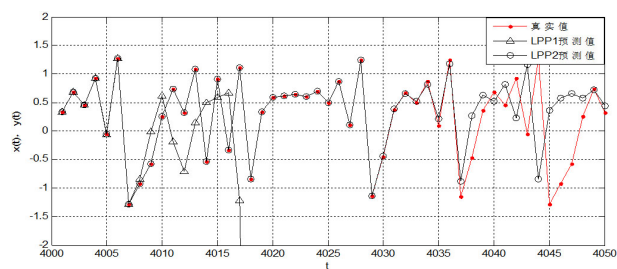
图 3. Logistic 映射混沌序列在不同模型下的相关系数变化趋势



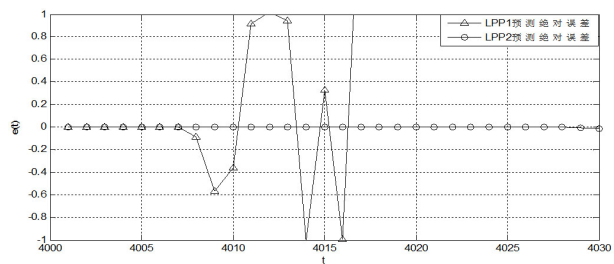
(a) 线性模型 50 步预测的真实值和预测值



(b) 线性模型 30 步预测的绝对误差



(c) LPP 模型 50 步预测的真实值和预测值



(d) LPP 模型 30 步预测的绝对误差

Figure 4. Results of Henon time series multi-step prediction

图 4. Henon 映射混沌序列的多步预测结果

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y-x) \\ \dot{y} = (r-z)x-y, \\ \dot{z} = xy-bz \end{cases} \tag{15}$$

式中，取 $\sigma=10$ ， $r=28$ ， $b=8/3$ ，此时系统具有混沌特性。式(15)的 Lorenz 模型，只考察分量 x 的预测。假定初值条件 $x_0=1$ ， $y_0=1$ ， $z_0=1$ ，取步长 $\Delta t=0.01$ ，利用四阶 Runge-Kutta 产生长度为 10,000 的时间序列，去除前面 1000 个数据后选取不同训练样本进行仿真实验，实验结果见表 5。

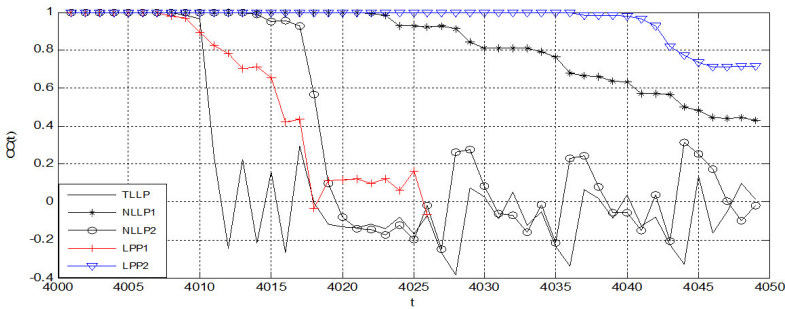


Figure 5. Trends in the correlation coefficient of different models of Henon time series
图 5. Henon 映射混沌序列在不同模型下的相关系数变化趋势

Table 4. The effective length of forecasting in different training samples of Henon time series
表 4. Henon 混沌时间序列不同数量训练样本的有效预测长度

训练样本	500	1000	2000	4000	8000
TLLP	7	4	5	10	13
NLLP1	9	11	22	23	21
NLLP2	10	8	14	14	30
LPP1	23	8	7	9	20
LPP2	49	50	43	40	50

Table 5. The comparative prediction error of different samples of Lorenz time series
表 5. Lorenz 系统混沌时间序列不同数量训练样本的预测误差

训练样本		500	1000	2000	4000	8000
预测样本		30	30	30	30	30
MAE	TLLP	0.0239	0.4170	0.2101	0.0030	0.0114
	NLLP1	0.1588	0.9425	0.4376	0.0098	0.0027
	NLLP2	0.0784	0.4899	0.4502	0.0089	0.0081
	LPP1	0.3000	1.6157	0.0199	0.0008	0.0004
	LPP2	0.0217	0.4780	0.0277	0.0059	0.0028
perr	TLLP	2.2e-05	0.0218	5e-04	5e-05	3e-06
	NLLP1	2e-03	0.1698	2e-03	3e-04	2e-07
	NLLP2	2e-04	0.0609	2e-03	5e-04	2e-06
	LPP1	1e-02	2.8228	5e-06	1e-06	5e-09
	LPP2	1.7e-05	0.0439	8e-06	1e-04	2e-07

从表 5 可以看到, 在样本量为 1000 时, TLLP 模型的预测效果最好, 而其它复杂方法效果不好。为了分析原因, 做出 $(x_t, x_{t+\tau})$ 的图像, 见图 6。从图 6 可以看出, 要预测的点周围基本没有邻域点, 这是导致预测效果差的主要原因。这也是局域法的一大缺点, 即无法对相空间中没有出现过的点进行有效的预测。在样本量为 2000、4000 和 8000 时的预测效果 LPP1 模型的预测效果优于 LPP2 模型, 也优于局域线性模型, 但效果相差不大。再次观察图 6, 可以看出对 Lorenz 混沌时间序列重构后, 具有很强的局域线性特性, 这也是局域线性模型预测效果好的原因。尽管如此, LPP 模型仍能有效的估计 Lorenz 系统的变化趋势。图 7 和图 8 是样本量为 4000 时不同模型的预测结果。

从图 7 可以看出, 线性模型和 LPP 模型均能够有效的预测 Lorenz 混沌时间序列。从图 8 可以看出, 各模型预测值与真实值的相关系数 CC 均接近于 1, 故认为各个模型的预测性能差不多。表 6 给出了各模型预测 Lorenz 混沌时间序列的有效预测长度。从表 6 可以看出, LPP2 模型的有效预测长度是最长的, 可以对 Lorenz 混沌时间序列进行长期预测, 而局域线性模型和 LPP1 模型的有效预测长度相比就小很多。表 7 给出了对 3 种典型混沌时间序列不同样本量的不同模型的有效预测长度的均值 $\pm$ 标准差。从表 7 可以看出, LPP2 模型的预测效果是最好的, 有最长的平均有效预测长度和小的标准差。

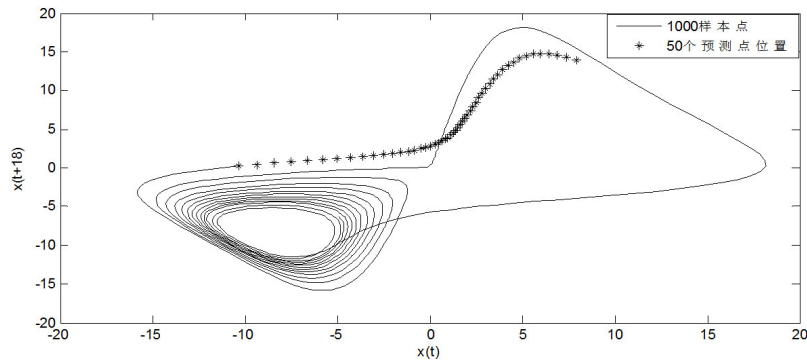
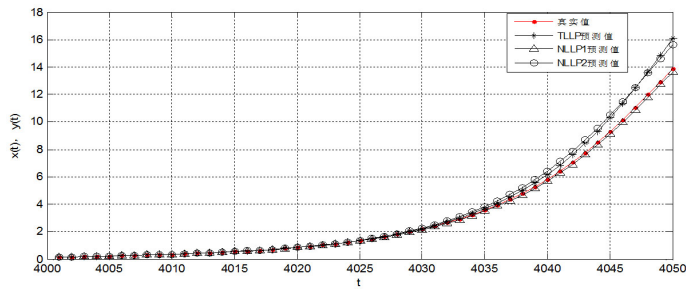
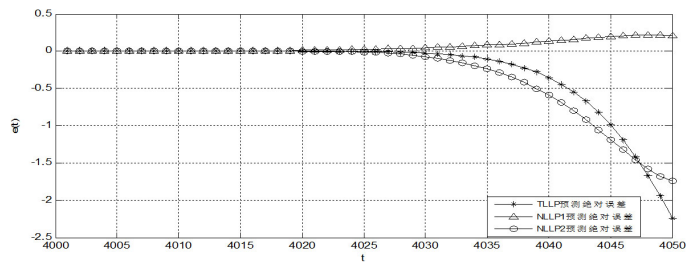


Figure 6. The resulting curve of standard test systems of Lorenz model point image

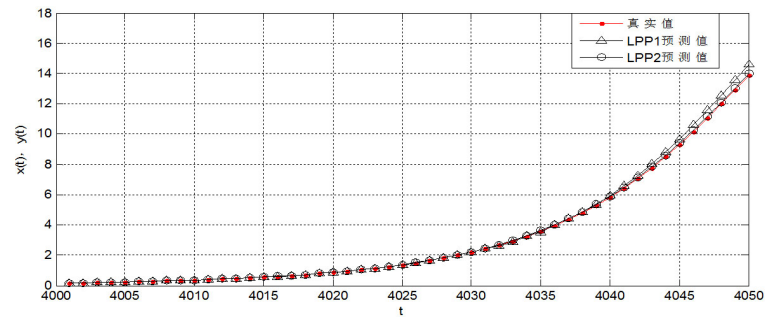
图 6. Lorenz 模型点图像标准试验系统结果曲线



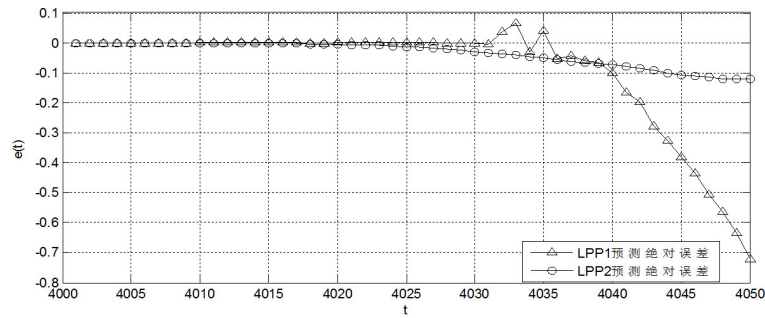
(a) 线性模型 50 步预测的真实值和预测值



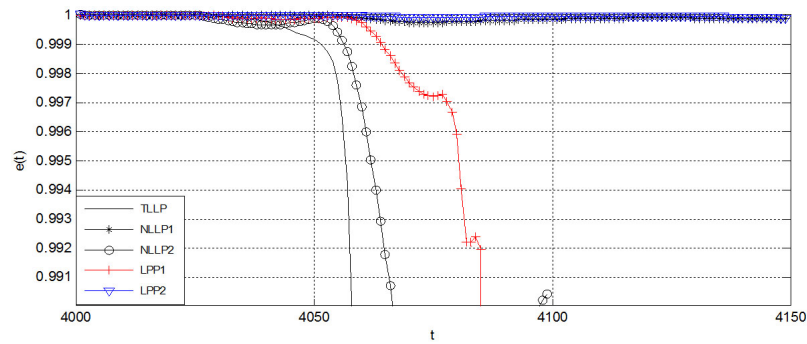
(b) 线性模型 50 步预测的绝对误差



(c) LPP 模型 50 步预测的真实值和预测值



(d) LPP 模型 50 步预测的绝对误差

Figure 7. Results of Lorenz time series multi-step prediction**图 7. Lorenz 系统混沌序列的多步预测结果****Figure 8. Trends in the correlation coefficient of different models of Lorenz time series****图 8. Lorenz 系统混沌序列在不同模型下的相关系数变化趋势****Table 6. The effective length of forecasting in different training samples of Lorenz time series****表 6. Lorenz 混沌时间序列不同数量训练样本的有效预测长度**

训练样本	500	1000	2000	4000	8000
TLLP	59	42	127	58	83
NLLP1	29	15	125	300	179
NLLP2	35	22	99	99	196
LPP1	25	26	99	85	65
LPP2	291	46	216	300	300

Table 7. Means and standard of the effective length of forecasting in three typical chaotic time series
表 7. 三种典型混沌时间序列有效预测长度的均值与标准差

系统	Logistic	Henon	Lorenz
TLLP	3 ± 1.79	7.8 ± 3.31	73.8 ± 29.65
NLLP1	15 ± 6.26	17.2 ± 5.95	129.6 ± 104.64
NLLP2	10.2 ± 5.15	15.2 ± 7.76	90.2 ± 61.72
LPP1	14.2 ± 2.14	13.4 ± 6.71	60 ± 30.17
LPP2	37.8 ± 6.79	46.4 ± 4.13	230.6 ± 97.54

4. 结论

本文提出的 LPP 混沌时间序列预测模型，通过使用局域非线性方法，很好地逼近了混沌时间序列的非线性特性。仿真结果表明该方法是非常有效的，尤其是 LPP2 模型，对混沌时间序列的预测精度较高，有较长的有效预测长度，预测性能稳定，在小样本量的情况下，LPP2 模型的预测效果显著优于局域线性模型。同时结果表明，LPP2 模型将 3 种典型混沌时间序列的有效预测长度提升了一倍以上。LPP 模型综合了局域法与线性模型的优点，算法简单高效，可以在不增加较大计算量的前提下大幅度提高预测精度，是预测混沌时间序列的一种新的有效尝试。

基金项目

国家自然科学基金(11471060); 重庆市科委基础与前沿研究计划项目(cstc2014jcyjA40003); 重庆市教委研究生教育教学改革研究项目(Yjg133029); 重庆理工大学研究生教育教学改革研究一般项目(yjg2012208)。

参考文献 (References)

- [1] 张家树, 肖先赐 (2000) 混沌时间序列的自适应高阶非线性滤波预测. *物理学报*, **7**, 1221-1227.
- [2] 张森, 肖先赐 (2005) 混沌时间序列全局预测新方法——连分式法. *物理学报*, **11**, 5062-5068.
- [3] Li, H.C., Zhang, J.S. and Xiao, X.C. (2005) Neural Volterra filter for chaotic time series prediction. *Chinese Physics*, **14**, 2181.
- [4] Su, L.Y. (2010) Prediction of multivariate chaotic time series with local polynomial fitting. *Computers & Mathematics with Applications*, **59**, 737-744.
- [5] Su, L.Y., Ma, Y.J. and Li, J.J. (2012) Application of local polynomial estimation in suppressing strong chaotic noise. *Chinese Physics B*, **21**, Article ID: 020508.
- [6] 周永道, 马洪, 吕王勇, 王会琦 (2007) 基于多元局部多项式方法的混沌时间序列预测. *物理学报*, **56**, 6809-6814.
- [7] 韩敏 (2007) 混沌时间序列预测理论与方法(第 1 卷). 中国水利水电出版社, 北京, 1.
- [8] She, D.X. and Yang, X.H. (2010) A new adaptive local linear prediction method and its application in hydrological time series. *Mathematical Problems in Engineering*, **2010**, Article ID: 205438.
- [9] 张学清, 梁军 (2013) 基于 EEMD-近似熵和储备池的风电功率混沌时间序列预测模型. *物理学报*, **62**, 1-10.
- [10] 张玉梅, 吴晓军, 白树林 (2013) 交通流量序列混沌特性分析及 DFPSOVF 预测模型. *物理学报*, **62**, Article ID: 190509.
- [11] 张玉梅, 曲仕茹, 秦小娜 (2013) 基于 DFP 的自适应算法及其在短时交通流预测中的应用. *西北工业大学学报*, **3**, 482-486.
- [12] 张玉梅, 白树林 (2012) 基于乘积耦合 Volterra 模型的短时交通流预测. *计算机应用*, **3**, 843-846.
- [13] 张玉梅, 吴晓军, 白树林 (2013) 基于 DFP 的二阶 Volterra 滤波器及其在混沌序列预测中的应用. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, **4**, 530-537.

- [14] Jaeger, H. and Haas, H. (2004) Harnessing nonlinearity: Predicting chaotic systems and saving energy in wireless telecommunication. *Science*, **308**, 78-80.
- [15] 史志伟, 韩敏 (2007) ESN 岭回归学习算法及混沌时间序列预测. *控制与决策*, **3**, 258-262.
- [16] 韩敏, 史志伟, 郭伟 (2007) 储备池状态空间重构与混沌时间序列预测. *物理学报*, **1**, 43-50.
- [17] 宋彤, 李菡 (2012) 基于小波回声状态网络的混沌时间序列预测. *物理学报*, **8**, Article ID: 080506.
- [18] 王新迎, 韩敏 (2012) 基于极端学习机的多变量混沌时间序列预测. *物理学报*, **8**, Article ID: 080507.
- [19] 韩敏, 王新迎 (2013) 多元混沌时间序列的加权极端学习机预测. *控制理论与应用*, **11**, 1467-1472.
- [20] Suykens, J.A.K. and Vandewalle, J. (1999) Least squares support vector machine classifiers. *Neural Processing Letters*, **9**, 293-300.
- [21] 韩敏, 许美玲 (2013) 一种基于误差补偿的多元混沌时间序列混合预测模型. *物理学报*, **12**, Article ID: 120510.
- [22] 叶美盈, 汪晓东, 张浩然 (2005) 基于最小二乘支持向量机建模的混沌系统控制. *物理学报*, **6**, 2568-2573.
- [23] 肖支才, 王杰, 王永生 (2010) 基于在线 LSSVM 算法的变参数混沌时间序列预测. *航空计算技术*, **3**, 29-33.
- [24] 温祥西, 孟相如, 李明迅 (2013) 基于最优样本子集的在线模糊 LSSVM 混沌时间序列预测. *应用科学学报*, **4**, 411.
- [25] 赵永平, 张丽艳, 李德才, 王立峰, 蒋洪章 (2013) 过滤窗最小二乘支持向量机的混沌时间序列预测. *物理学报*, **12**, Article ID: 120511.
- [26] 唐舟进, 任峰, 彭涛, 王文博 (2013) 基于迭代误差补偿的混沌时间序列最小二乘支持向量机预测算法. *物理学报*, **5**, Article ID: 050505.
- [27] 席剑辉, 韩敏 (2007) 主成分分析与神经网络的结合在多变量序列预测中的应用. *控制理论与应用*, **5**, 719-724.
- [28] Meng, Q. and Peng, Y. (2007) A new local linear prediction model for chaotic time series. *Physics Letters A*, **370**, 465-470.
- [29] 吕永乐 (2012) 一种新的统计预测模型——多项式系数自回归模型. *计算机工程与应用*, **3**, 237-241.
- [30] Takens, F. (1981) Detecting strange attractors in turbulence. In: Rand, D.A. and Young, L.-S., Eds., *Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics*, Volume 898, Springer-Verlag, Berlin, 366-381.
- [31] Cao, L.Y. (1997) Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **110**, 43-50.