

# The Scale Dependence of the Local Moran's I

Jinjie Feng\*, Huiguo Zhang, Xijian Hu#

College of Mathematics and System Sciences, Xinjiang University, Urumuqi Xinjiang  
Email: [957725767@qq.com](mailto:957725767@qq.com), [xijianhu@126.com](mailto:xijianhu@126.com)

Received: Aug. 16<sup>th</sup>, 2015; accepted: Sep. 5<sup>th</sup>, 2015; published: Sep. 8<sup>th</sup>, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

The paper focuses on the calculation formula of local Moran's I, and uses three standardized processing methods to construct different spatial distance weighted matrix by choosing different scale  $d$ , thus the corresponding values of local Moran's I are obtained. Lately, the significance testing of local Moran's I is proceeded based on changeable scales, and the testing result is positive. So, the values local Moran's I are dependent on scale.

## Keywords

Local Moran's I, Spatial Distance Weighted Matrix, Standardized Methods, Scale Dependence

---

# 局部Moran's I的尺度依赖性

冯金杰\*, 张辉国, 胡锡健#

新疆大学数学与系统科学学院, 新疆 乌鲁木齐  
Email: [957725767@qq.com](mailto:957725767@qq.com), [xijianhu@126.com](mailto:xijianhu@126.com)

收稿日期: 2015年8月16日; 录用日期: 2015年9月5日; 发布日期: 2015年9月8日

---

## 摘要

文章针对局部Moran's I值的计算公式, 通过选取不同的尺度 $d$ , 采用三种不同的标准化处理方法构造出

\*第一作者。

#通讯作者。

不同的空间距离权重矩阵,求得相应的局部Moran's I值。最后基于尺度的变化,对局部Moran's I值进行显著性检验,检验结果表明尺度变化对局部Moran's I值的变化影响是显著的,证明了局部Moran's I的值对尺度具有依赖性。

## 关键词

局部Moran's I, 空间距离权重矩阵, 标准化方法, 尺度依赖性

## 1. 引言

随着应用的深入,空间自相关性分析逐渐成为人们关注的重点,因而产生了许多用来度量空间自相关性的参数,而在这些参数中,Moran's I 是出现最早、应用最广的一个度量参数。Moran's I 指数是由Moran 于 1950 年首先提出的,经过广大学者的努力,特别是 Anselin [1]提出空间局部自相关分析方法,包括局部 Moran's I 指数和 Moran 散点图。Tobler (1970)曾提出地理学第一定律:“任何事物与其它事物都是有联系的,并且距离越近联系就越密切”。空间自相关是空间统计学的重要研究领域,也是研究空间地理单元之间分布关联性的核心理论方法之一[2] [3]。

空间自相关是指同一个变量在不同空间位置上的相关性。空间现象具有自相关性,空间位置上越靠近的现象就越相似。空间自相关的度量方法可以分为全局空间自相关和局部空间自相关。局部 Moran's I 的高值表示具有相似变量值的面积单元的空间聚集(可以是高或低),而局部 Moran's I 的低值说明不相似值的空间单元的空间聚集[4] [5]。

由于研究区域的面积单元是可变的或可修改的,即研究区域的面积单元的尺度是可以变化的,因而随着尺度的变化所得到的统计结果也是有差异的[6]。所以使用不同的尺度对数据进行模拟分析,可以得到从微观到宏观不同详细程度的信息[7] [8]。所以需要计算不同尺度下的局部 Moran's I 值及它们的显著性水平来选择合适的尺度。最优的区域方案往往是以数据的可得性和统计区域的划分为前提的,在综合显示数据的空间变化时,需慎重考虑区域的尺度选择。

## 2. 空间距离权重矩阵标准化的定义及其影响

空间距离权重矩阵的定义[9]如下:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当区域 } i \text{ 和 } j \text{ 的距离小于 } d \text{ 时} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

空间距离权重矩阵为:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & 0 & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

对 P 进行标准化的三种定义[10]如下:

定义 1 (The row-sum standardized W-coding scheme):

$$d = \left( \sum_j^n p_{1j}, \sum_j^n p_{2j}, \cdots, \sum_j^n p_{nj} \right)$$

$$W = [\text{diag}(d)]^{-1} P$$

定义 2 (The globally standardized C-coding scheme):

$$D = \sum_{ij} p_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n)$$

$$C = \frac{n}{D} P$$

定义 3 (The variance stabilizing S-coding scheme)

$$q = \left[ \left( \sum_{j=1}^n p_{1j} \right)^{\frac{1}{2}}, \left( \sum_{j=1}^n p_{2j} \right)^{\frac{1}{2}}, \dots, \left( \sum_{j=1}^n p_{nj} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$S^* = [\text{diag}(q)]^{-1} P$$

$$Q = \sum_{ij} s_{ij}^* \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n)$$

$$S = \frac{n}{Q} S^*$$

则对应的局部 Moran's I 的值如下:

$$I_i^w = \frac{(y_i - \bar{y}) \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_j - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad I_i^c = \frac{(y_i - \bar{y}) \sum_{j=1}^n c_{ij} (y_j - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad I_i^s = \frac{(y_i - \bar{y}) \sum_{j=1}^n s_{ij} (y_j - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

本文选用 13\*13 的网格，并把它分成了 9 块小的区域(见图 1)，它们的顺序依次为(按从左往右)为区域 a: 4\*7 服从 N(0, 1)，区域 b: 4\*3 服从 N(2, 1)，区域 c: 4\*3 服从 N(0, 1)，区域 d: 5\*5 服从 N(3, 1)，区域 e: 5\*6 服从 N(0.5, 1)，区域 f: 5\*2 服从 N(1, 1)，区域 g: 4\*6 服从 N(2, 1)，区域 h: 4\*3 服从 N(0, 1)，区域 i: 4\*4 服从 N(3, 1)。然后在同一尺度下采用上述三种标准化方法进行模拟。通过模拟结果可以发现：在这 169 个点中的任何一点的 Moran's I 值中，三种标准化方法对应的 Moran's I 值的正负都是相同的。

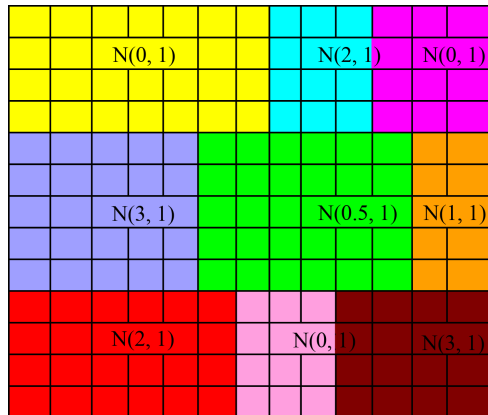


Figure 1. The regional distribution picture  
图 1. 区域分布图

这说明了不论采取哪一种标准化方法,若该区域的 Moran's I 为高值则在上述三种标准化处理之下同为高值,表示都具有相似变量值的面积单元的聚集(可以是高或低),若该区域的 Moran's I 为低值则同为低值,表示都具有不相似变量值的面积单元的聚集。但是这三种定义对应的局部 Moran's I 值也有一些小的差异,在每一个点处,  $I_i^w$  是最大的,  $I_i^c$  是最小的,  $I_i^s$  处于二者之间。因此标准化方法 S-coding 是标准化方法 W-coding 与标准化方法 C-coding 的一个综合,所以在对空间矩阵进行标准化时应该首先考虑选 S-coding 进行处理。

### 3. 对模拟结果进行显著性检验

定义(局部 Moran's I 的期望和方差)

期望:

$$E(I_i^w) = -\frac{\sum_{j=1}^n W_{ij}}{n-1}$$

方差:

$$\text{Var}[I_i^w] = W_i^2 \frac{(n - m_4/m_2^2)}{n-1} + 2W_i(kh) \frac{(2m_4/m_2^2 - n)}{(n-1)^2} - \frac{W_i^2}{(n-1)^2}$$

其中:

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2, \quad m_4 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^4$$

$$w_i^2 = \left( \sum_{j=1}^n w_{ij} \right)^2, \quad w_i^2 = \sum_{j=1}^n w_{ij}^2, \quad 2w_i(kh) = \sum_{i \neq k} \sum_{i \neq h} w_{ik} w_{ih}$$

则对其进行正态标准化有:

$$\bar{I}_i^w = \frac{I_i^w - E(I_i^w)}{\sqrt{\text{Var}[I_i^w]}}$$

同理可得另外两种:

$$\bar{I}_i^c = \frac{I_i^c - E(I_i^c)}{\sqrt{\text{Var}[I_i^c]}}, \quad \bar{I}_i^s = \frac{I_i^s - E(I_i^s)}{\sqrt{\text{Var}[I_i^s]}}$$

经化简后可得:  $\bar{I}_{is}^w = \bar{I}_{is}^c = \bar{I}_{is}^s$ , 即在同一尺度下它们的 P 值是相同的, 我们取  $\alpha = 0.05$ ,  $d$  从 2 到 32 以步长 6 递增, 显著性如下图 2~7。

从模拟结果可以发现从  $d = 2$  到  $d = 8$  的变化过程中显著性是逐渐增强的, 从  $d = 8$  到  $d = 32$  的变化过程中显著性逐渐减弱, 所以我们选择合适的  $d$  应该在 8 左右。从上述结果可以看出, 在用局部 Moran's I 进行空间相关性分析时, 由于尺度选取的不同会对结果产生比较显著的差异, 如果尺度选取过大就会丢失一些重要的细节, 如果尺度选取过小就无法完全对来自不同空间单元的数据进行比较。

### 4. 结论

局部 Moran's I 值主要反应了空间单元面积与其邻近单元面积之间的相似程度, 并且它与尺度的选取有着密切的关系。模拟结果显示标准化方法 S-coding 是标准化方法 W-coding 与 C-coding 的一个综合,

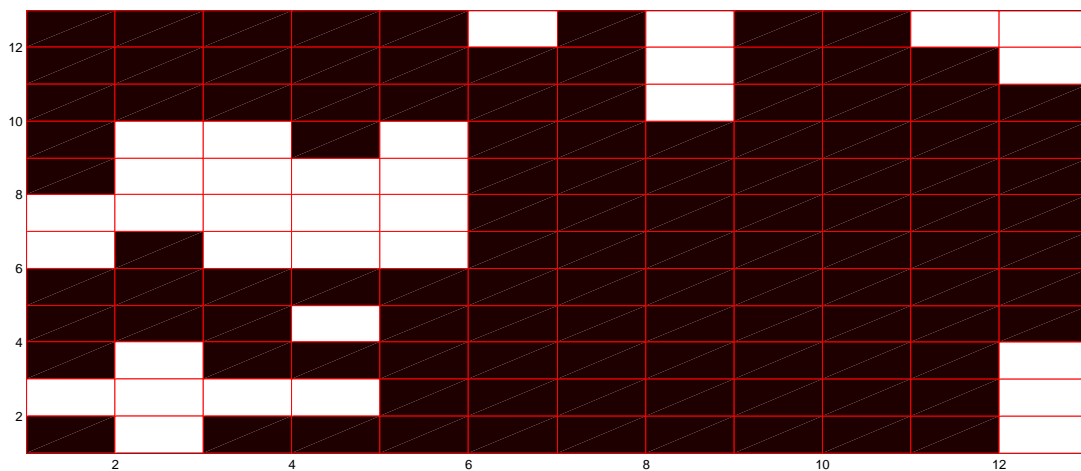


Figure 2. The significance of Local Moran's I when  $d$  equals to 2 units length  
图 2. 距离  $d$  为两个单位长度时的局部 Moran's I 显著性

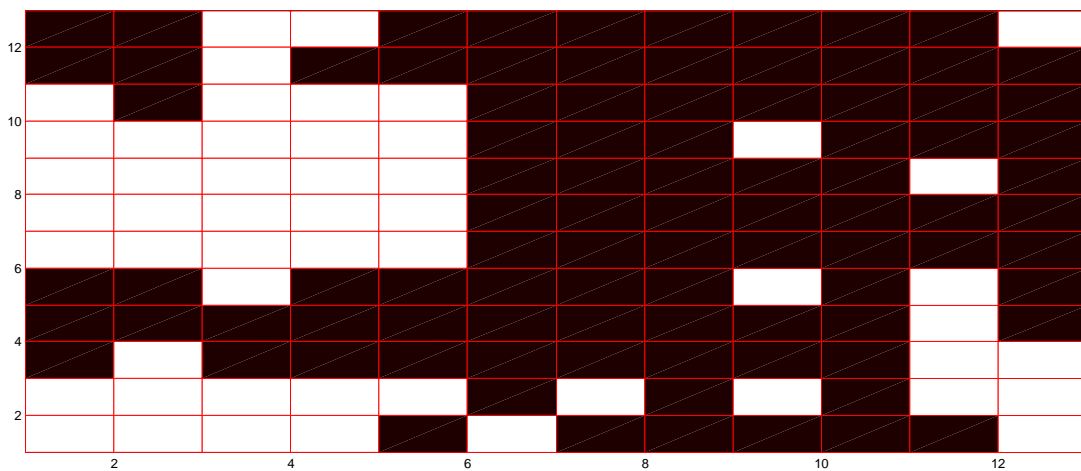


Figure 3. The significance of Local Moran's I when  $d$  equals to 8 units length  
图 3. 距离  $d$  为八个单位长度时的局部 Moran's I 显著性

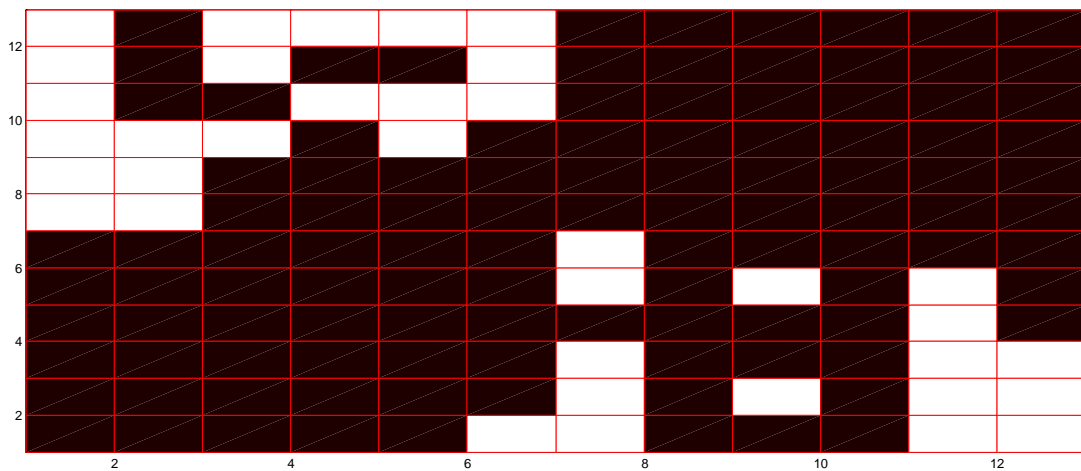


Figure 4. The significance of Local Moran's I when  $d$  equals to 14 units length  
图 4. 距离  $d$  为十四单位长度时的局部 Moran's I 显著性

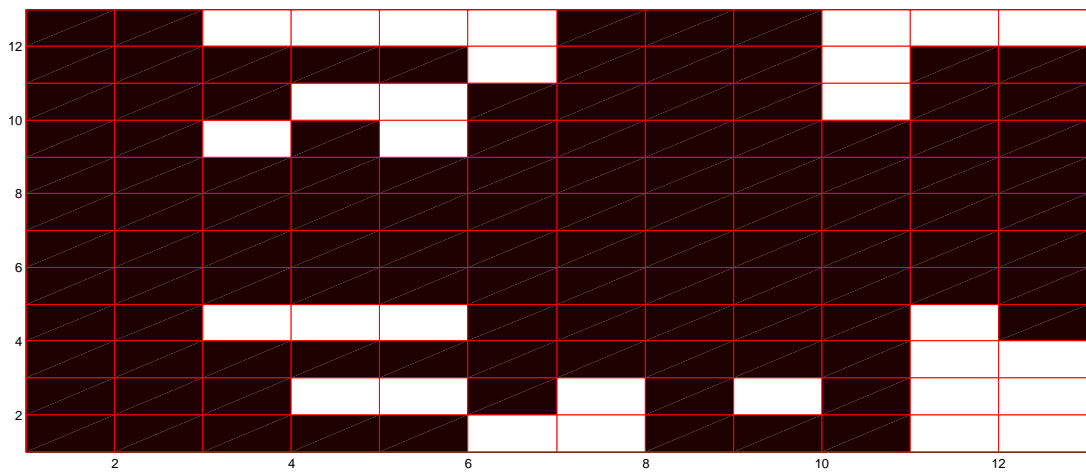


Figure 5. The significance of Local Moran's I when  $d$  equals to 20 units length  
 图 5. 距离  $d$  为二十个单位长度时的局部 Moran's I 显著性

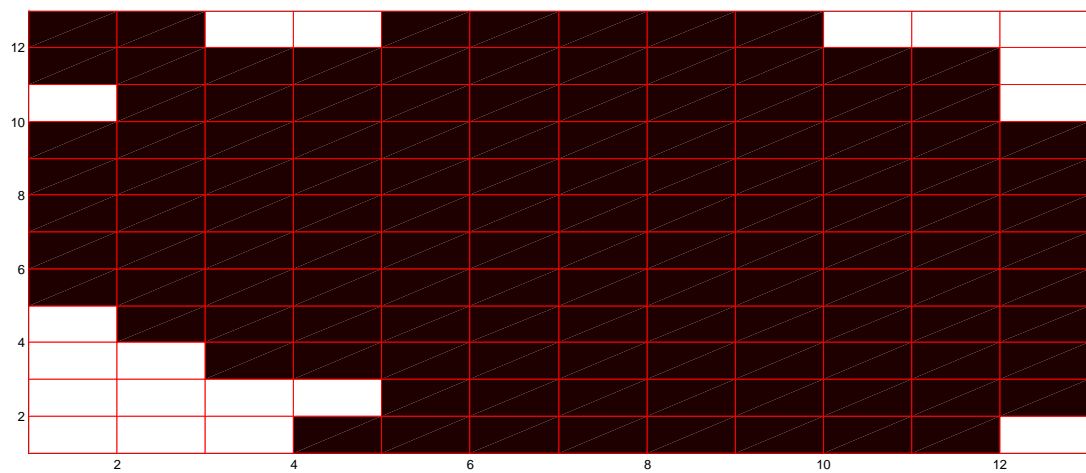


Figure 6. The significance of Local Moran's I when  $d$  equals to 26 units length  
 图 6. 距离  $d$  为二十六个单位长度时的局部 Moran's I 显著性

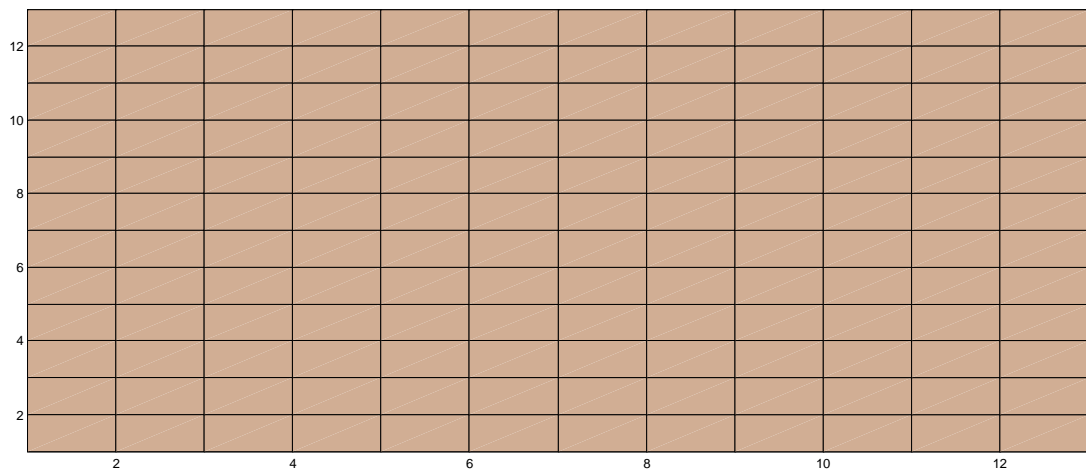


Figure 7. The significance of Local Moran's I when  $d$  equals to 32 units length  
 图 7. 距离  $d$  为三十二个单位长度时的局部 Moran's I 显著性

所以在对空间矩阵进行标准化时应该首先考虑 S-coding。检验结果表明选取不同的尺度所得到的结果有明显的差异。因此在用局部 Moran's I 值进行空间自相关性检验时, 需慎重考虑区域尺度的选择。

## 基金项目

国家自然科学基金(41261087), 教育部青年基金(12XJJC910001), 新疆文科基地重大项目基金(0601920)。

## 参考文献 (References)

- [1] Anselin, L. (1995) Local indicators of spatial association—LISA. *Geographical Analysis*, **27**, 93-115. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1538-4632.1995.tb00338.x>
- [2] Cliff, A.D. and Ord, J.K. (1972) Testing for spatial autocorrelation among regression residuals. *Geographical Analysis*, **4**, 267-284. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1538-4632.1972.tb00475.x>
- [3] Ord, J.K. and Getis, A. (2001) Testing for local spatial autocorrelation in the presence of global autocorrelation. *Regional Science*, **41**, 411-432.
- [4] Assuncao, R. and Reis, E. (1999) A new proposal to adjust Moran's I for population density. *Statistic in Medicine*, **18**, 2147-2162. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0258\(19990830\)18:16<2147::AID-SIM179>3.0.CO;2-I](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1097-0258(19990830)18:16<2147::AID-SIM179>3.0.CO;2-I)
- [5] Cliff, A.D. and Ord, J.K. (1981) *Spatial processes: Models and applications*. London.
- [6] 李海萍 (2009) 空间统计分析中的 MAUP 及其影响. *统计与决策*, **22**, 15-17.
- [7] Tiefelsdorf, M. (1998) Some practical applications of Moran's I exact conditional distribution. *Papers in Regional Science*.
- [8] Tiefelsdorf, M. and Boots, B.N. (2005) The exact distribution of Moran's I. *Environment and Planning*, **27**, 985-999.
- [9] 徐彬 (2007) 空间权重矩阵对 Moran's I 指数影响的模拟分析. 南京师范大学, 南京.
- [10] Tiefelsdorf, M. and Boots, B.N. (1997) A note on the extremities of local Moran's I and their impact on global Moran's I. *Geographical Analysis*, **29**, 248-257. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1538-4632.1997.tb00960.x>