Service Science and Management 服务科学和管理, 2013, 2, 1-5
http://dx.doi.org/10.12677/ssem.2013.23B001 Published Online August 2013 (http://www.hanspub.org/journal/ssem.html)

Theoretical Analysis of Financial Portfolio Model

Xingang Wang, Shangzhi Yue

Graduate School of Northeast Forestry University, Ha'erbin, China
Email: 920028102@qq.com, yueshangzhi@126.com

Received June, 2013

Abstract: This article introduces portfolio selection model proposed by Markowitz in 1952, as well as research of model promoted continually by subsequent researchers, and then introduces a more classic pricing model CAPM in stock market, and discusses difficulties in the study of modern portfolio theory, and forecasting problems of benefits and risks.

Keywords: Portfolio; CAPM; Benefits and Risks

金融证券组合模型理论分析

王鑫罡，岳上植

东北林业大学经济管理学院，哈尔滨市，中国
Email: 920028102@qq.com, yueshangzhi@126.com

收稿日期：2013 年 6 月

摘　要：介绍马科维兹 1952 年提出的证券组合选择模型，以及后续研究者对此模型所做的不断改进；然后介绍证券市场中较为经典的一个定价模型 CAPM；和讨论现代证券组合理论研究中的难点；收益和风险的预测问题。

关键词：证券组合；CAPM；收益与风险

1. 证券组合选择模型

资产组合（portfolio）是指投资者将不同的资产按一定比例组合在一起作为投资对象，股票、债券、房地产、收藏品等均可作为投资对象构成资产组合的一部分。资产组合理论论述了每项资产的风险与收益与其他资产的风险与收益间的相互关系，以及投资者应如何合理地选择自己的最佳投资组合等问题。

1.1. 标准的证券组合模型

在马科维兹（H. Markowitz）创立现代资产组合选择理论之前，西方金融资产投资理论已经历了长达一个世纪的发展。二战后，西方国家经济迅速恢复和发展，金融资产的投资活动也随之蓬勃兴起，在这种现实背景下，产生了马科维兹的资产组合选择理论。马科维兹运用矩阵代数、向量空间和概率统计等数学方法，定性、特别是定量地分析了有价证券投资中的组合选择理论。

证券组合投资是分散投资风险的有效途径。马科维兹于 1952 年发表了经典论文《证券组合选择》（Portfolio Selection），奠定了证券组合投资理论的基础，并因此而荣获诺贝尔经济学奖。马科维兹标准的值一方差证券组合选择模型的实质是在不损失收益率的前提下最大限度地分散投资风险。他指出，证券组合的风险不仅依赖于其所含个别证券的特征，还依赖于证券组合内各证券之间的相关程度。[1]一般来说，证券组合中各证券之间的相关程度越低，该证券组合的风险也就越低。

在马科维兹理论中，风险证券的评价指标有两个，即投资收益率均值 μ 和收益率方差 σ^2， μ 是证券盈利性大小的度量指标，σ^2 是证券的风险指标。投资者可以通过下面的模型确定了优证券组合。

模型（A）：

$$\min \sigma^2 = X^T \Omega X$$
$$s.t.\begin{cases} X^T \cdot \mu = \mu 0 \\ X^T \cdot e_n = 1 \end{cases}$$

其中 σ^2 为证券投资收益率的方差，X =（X1，X2，⋯⋯，Xn）T 为 n 种证券的投资比例向量，$\Omega = (\sigma_{ij})_{n\times n}$ 为 n 种证券的收益率协方差阵，$\mu = (\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n)^T$ 为 n 种证券收益率均值向量，e_n 为元素全为 1 的 n 维向量，为证券组合投资预期收益率。

模型（A）未考虑投资比例系数非负负问题，由于负的投资比例意味着卖空相应证券，而卖空行为在某些场合尤其是在我国难以实现，所以有必要考虑不允许卖空的情况。

模型（B）：

$$\min \sigma^2 = X^T \Omega X$$
$$s.t.\begin{cases} X^T \cdot \mu = \mu_0 \\ X^T \cdot e_n = 1 \\ X \ge 0 \end{cases}$$

模型（A）和模型（B）分别为允许卖空和不允许卖空条件下的马科维兹均值 一方差模型。它们的意义是：在给定证券组织投资预期收益率的 μ_0 的条件下，使证券组织投资的风险最小。[2]给出了在 Ω 正定的情况下，模型（A）的最优解及其相应的组织投资风险。

模型（B）目前尚无解析解，但国内外专家已提出了一些求解的算法，给出了求解模型（B）最优解改进的树形算法。模型（A）和模型（B）的最优解通常科作有效投资组合。但由于期望一方差模型尤其是模型（B）的计算复杂性，至今在解决大规模的证券组织投资中仍受限制。一些学者为解决这个困难采用了类似线性规划的技术或通过指数模型减少待估的参数。还有些学者采用收益的极差、离差作为风险的度量，以简化计算。

下面简要介绍一下其他几种模型。

1.2. 有上界的标准分析

由于法律和政策的原因，有些证券组合会在某种或每种证券上的投资有一定比例或总量的限制。如果这种限制对各种证券不一样，那么有以下约束集：

$$\sum_{t=1}^{n} X_i = 1$$
$$X_t \ge 0, i = 1, \cdots, n$$
$$X_t \le U_i, i = 1, \cdots, n$$

除了在每种证券上的投资额上界 U_i（假定是常数）外，以上这些约束集和标准证券组合选择模型的约束集一样。有上界的标准分析是一种一般证券组合选择模型的特例。

1.3. 托宾—夏普—林特纳模型

托宾—夏普—林特纳模型允许考虑资金的其他流向，但前提是流出不能超过其资金本身，而流入不受限制。证券组合选择受下面约束条件的限制：

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1 + X_{n+1}$$
$$X_i \ge 0, i = 1, \cdots, n$$
$$X_{n+1} \ge -1$$

或者写为：

$$\sum_{i-1}^{n} X_i - X_{n+1} = 1$$

注意，X_{n+1} 的界限是-1，而不是 0。在托宾（1958）、夏普（1964）和林特纳（1965）的分析中，变量 X_{n+1} 代表借款额（如果是 X_{n+1} 正数）或贷款额（如果 X_{n+1} 是负数）。方差 $V_{n+1} = \sigma_{n+1}$，假定 n + 1 等于零，因而对于 i = 1，⋯⋯，n， σ_{n+1} 也等于零。投资者的贷款获得的和借款支付的报酬率（有确定性）通常是指无风险报酬率（risk-free rate），用 r_o 表示。由于 X_{n+1} 表示借款额，因此 $\mu_{n+1} = -r_o$。

1.4. 空头地位需要附属提保品抵押的模型

若变量没有非负限制，即只在 $\sum X_i = 1$ 的约束条件下，可能出现下面的可行解：

$$X_1 = -1000$$
$$X_2 = +1001$$
$$X_i = 0 \quad i = 3, \cdots, n$$

以上解答表示证券 1 的 1000 单位空头和证券 2 的 1001 单位多头。实际上，这对个人、投资机构或经纪行而言，都不是可行的。按照法律必须提供抵押品。这样，约束条件可表示如下：

$$\sum_{i=1}^{K+G} X_{iL} \le A$$

$$a\sum_{i=1}^{K+G} X_{iS} \le A + \sum_{i=1}^{K} X_{iL}$$

$$X_{iL} \ge 0, i = 1,\cdots,K+G$$

$$X_{iS} \le 0, i = 1,\cdots,K+G$$

其中 A 表示资产，X_{iL} 表示第 i 种证券的多头地位；X_{iS} 表示第 i 种证券的空头地位。空头总数乘上 a（a 表示卖空的抵押品要求）不能超过权益资本减去不能用作抵押品（即第一类 K 证券）的空头价值。

2. 资本资产定价模型（CAPM）

资本资产定价模型（Capital Assets Pricing Model, 缩略为 CAPM）是由美国经济学家 William F. Sharpe（1990 年诺贝尔经济学奖获得者），John Lintner 和 Jack Treynor 分别独自发现和提出的。这一模型是资本市场理论的核心内容，是现代金融理论和证券理论的一项重要成果，对于指导证券投资有着极为重要的意义。

2.1. 资本资产定价模型的假设

资本资产定价模型是以资产组合理论为基础发展而成的，有关假设比资产组合理论更为严格。其基本假设如下：

1）所有投资者都是风险回避者，他们用资产收益的期望值及方差或标准差来衡量资产的收益和风险。

2）投资者是按照单期收益和风险进行决策的，且他们的投资期限相同。

3）证券市场是无障碍的，即交易费用为零，资产的交易数量是无限可分的，任何投资者可根据其财力在市场上按市场价格购买任一种资产。

4）所有投资者对所有资产的收益秽险的判断是相同的（一致性预期假设）。

5）所有投资者均可按无风险利率无限制地借入或借出资金，且借入借出利率相同。

6）税收对证券交易和资产选择不产生任何影响，不存在各种市场不完善性。

7）所有投资者只能按照市场价格买入或卖出资产（价格接受者）。

在上述假设中，前三个假设和最后一个假设较为接近实际。首先，绝大部分投资者都是风险回避者，他们也基本上是按照预期收益及其可能的变动幅度来判断投资的收益与风险状况的。第二，单期收益假设虽然看似简单，但因为以后各期收益均可认为能从本期期末的资产价格上反映出来，而期末与期初的资产价格差就反映为本期收益和风险，因此，第二个假设也不难接受。第三，在发达的证券市场上，交易费用相对很低，对资产交易不会产生太大的影响，而投资者基本上也都是价格接受者。假设 4）、5）、6）与实际情况出入较大。比如，一致性预期是不可能的，实际税收体系相当复杂，肯定会对投资者的证券交易和选择产生影响；借入借出资金当然存在着利率差，更不可能无限制地借入借出。但这些假设的提出对资本资产定价模型的导出是必要的，而资本资产定价模型反过来对证券投资是很有指导意义的。假设与实际偏离的影响，可以进一步讨论。

2.2. 资本资产定价模型

马科维兹的分散化思想在资产配置管理中的应用要求大量的计算，夏普认为可以使用简化的方法达到同样的效果。他提出的方法要求投资者知道每只股票的年收益和整个市场的年收益之间的关系，后者可用市场股票价格指数来代表。

投资风险分为系统风险与非系统风险两类。如果用一项资产（假设为资产 j）与市场资产组合的协方差 COVjm 与市场资产组合的方差 σ^2_M 的比，$COV_{jM} / \sigma^2_M = \beta_j$ 作为其系统风险强度的度量，则可将资产 j 的收益期望与系统风全间的关系表示如下：

$$E(R_j) = R_f + (E(R_M) - R_f)\beta_j$$

式中

$E(R_j)$ =资产 J 的期望收益

R_f=无风险资产收益

E(R_M)=市场资产组合的期望收益

β_j = 资产 j 的 β 系数

上式即资本资产定价模型（CAPM），它反映了每

一项资产风险与收益之间的关系。

2.3. 资本资产定价模型的特性

CAPM 具有下述两个重要性质

1）在均衡状况下，每一项资产的收益与风险的关系都落在证券市场线上。风险大的资产收益高，风险小的资产收益低，$E(R)$与β 的关系是一条由左至右向上倾斜的直线。如图（图 1）所示：

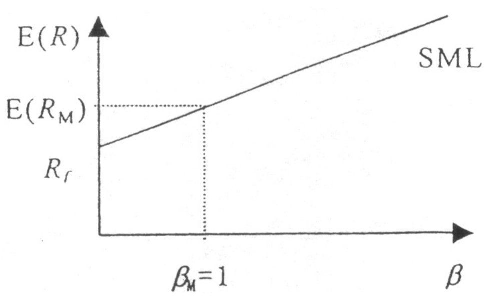

Figure 1. The security market line
图 1. 证券市场线

2）资产组合的 β 是构成该组合的各项资产的 β 的权重和。比如，投资者将 a 比例的资金投资于风险程度为 β_x 的资产 x，b 比例的资金投资于风险程度为 β_y 的资产 y，则资产组合 ax+by 的 β 为：

$$\beta_p = a\beta_x + b\beta_y$$

这一性质非常重要，它表明，CAPM 对任意资产组合都成立。

2.4. β 的测定

在证券投资活动中，我们利用 CAPM 的证券的收益与风险关系做出判定，以指导其对证券的选择。而应用 CAPM 的关键，就是估算出相应证券的 β 。

对 β 的估算通常是利用过去一段时间的历史数据，使用线性回归方法进行。通常使用的线性回归模型为：

$$R_{jt} = a_j + \beta_j R_{Mt} + e_{jt}$$

式中：

a_j =回归方程的截距项

β_j =回归方程斜率，β 的估计值

$R_{Mt} = t$ 时期市场组合收益

$R_{jt} = t$ 时期资产 j 的收益

e_{jt} =随机误差项

R_{Mt}和R_{jt} 是历史数据，通过回归估计得到参数 a_j和β_j [7,8]

3. 证券组合理论中的收益和预测问题

在各种证券组织选择的理论中，未来的收益和方差都是做决策的基础。[3]而如何合理地预测证券回报正是当前研究的一个难点。证券回报作为一个随机变量，并不是以前趋势的简单重复。某些投资项目或资产，特别是新兴行业，历史数据与其他行业相比不够充足；某些由于经济的发展、政策等原因使未来收益产生相应的变化。因此，通常采用的根据历史数据预测的方法被称为“看着后视镜开车”，效果不尽人意。没有投资者能够完全准确地预测证券的未来收益，从这一点来说， 贝叶斯方法非常适用于金融市场证券分析方法大体上可分为两大类：即基本分析法和技术分析法。

3.1. 基本分析法

所谓基本分析方法，就是对证券，尤其是对股票的分析研究，重点放在证券本身的内在价值上。通过对宏观投资环境，尤其是经济环境、发行人所在行业和企业本身的情况进行最基本的分析，来探求证券本身的价值，以确定是否有投资价值。

证券的市场价格变动受多种因素影响。在政治方面，发生战争、政局变动、领导人换届等，都会不同程度影响投资者的信心，进而影响股市。在经济方面，经济增长情况、通货膨胀、利率、汇率的变动，都会对股市产生影响。

国家政策因素对股价影响很大，如控制货币供应量政策，调整税种，税率政策，对某行业的支持、倾斜或采取限制措施等。因此，密切注意宏观政治、经济变化情况，进行分析研究非常重要。

行业分析是指对发行人和上市公司处于什么样的行业及公司在这一行业中所处的地位进行分析。公司在行业中地位也很重要，处于同一行业中地位不同的公司其成长能力不同。地位较高的公司，知名度高，容易获得较稳定与丰厚的利润，但其成长能力却可能较弱。地位较低的公司，知名度不高，目前缺乏足够的竞争力，但未来的成长能力却可能较强。成长型公

司是投资者的较好选择。

对公司本身的分析，是基本分析最重要的环节。[4]对公司的分析包括多方面内容，如公司生产的产品、处在什么产品周期阶段，市场占有率，新产品开发能力等。重点要分析公司的营销效率、生产效率和管理效率。通过分析各项财务指标，如资产负债表损益表等，分析公司的经营情况。还要通过公司的具他指标分析公司的安定能力、活动能力、收益能力、成长能力等。

总之，基本分析法就是指利用丰富的统计资料，运用多种经济指标，采用比例、动态的分析方法，从宏观政治、经济，到中观行业分析，直至微观的企业经营盈利现状和前景分析，对企业所发行的证券作出评价，并尽可能预测其未来的变化，作为投资者投资依据。

3.2. 技术分析法

技术分析法是根据证券市场过去的统计资料，来研究未来的变动。纯粹的技术分析往往集中于对证券价格和数量的分析，而不考虑公司的财务状况和收益能力。根据价格和交易数量变化，预测股价上涨或下跌，来决定投资行为。这种分析方法认为所有影响证券，尤其是股票的各种因素，都会反映在股票的价格水平和交易量上。如果市场上某种活动、现象包括价格的变动幅度、周期等在过去已出现过，非常可能在未来的时候再出现。历史会重演。

技术分析方法主要通过证券的价格和交易数量的统计图表来进行分析。[5]这种分析方法发展到今天，可以说是丰富多彩、臻于完善。如道式理论、移动平均线、K 线图、点形图、棒状图等。

基本分析和技术分析各有长处，它们从不同的角度对证券和证券市场进行分析，都能从一定程度上反映证券市场变化规律。基本分析和技术分析的区别在于，前者主要向前看，注意未来盈利和风险；而后者则主要向后看，以市场已发生的事实为预测未来的依据。在实际进行分析时，应把二者有机地结合起来。

通过对以往价格数据的分析，预测未来的趋势。然而基本分析对于证券预测的重要性不可忽视。因此，本文提出的贝叶斯（Bayes）方法，体现了这一思想：结合最新的消息，包括专家的经验以及主观的判断，修正历史数据模型。

Jorion 的研究表明，在证券组合选择的短期投资中，贝叶斯（Bayes）方法优于普通预测方法。[6]进一步，Tak—Kee Hui 等人的研究发现，无论短期还是长期投资，贝叶斯（Bayes）方法都优于普通方法，而且在允许短期投资时这种优势更明显。

参考文献 (References)

[1] 劳亦云. 金融证券学[M]. 北京: 经济管理出版, 2003.
[2] 孟云枫. 证券投资学[M]. 厦门: 厦门大学出版社, 2006.
[3] H. C. John. The Riek and Retum of Ventufe Capial. Journal of Fimamcics. 2005, 75(1): 3-52.
[4] 王景义. 应用统计学[M]. 哈尔滨: 黑龙江人民出版社，1999.
[5] 李共. 金融经济学[M]. 成都: 四川大学出版社，2001.
[6] 陆岩. 财政金融市场在概率准则下投资决策优化研究[D]. 黑龙江省自然科学基金项目（G0521, 2008.