Advances in Applied Mathematics 应用数学进展, 2022, 11(11), 8299-8310
Published Online November 2022 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2022.1111878

Hans汉斯

基于随机演化博弈的高速公路PPP模式的演化分析

吴　霞，丘小玲*

贵州大学数学与统计学院，贵州 贵阳

收稿日期：2022年10月28日；录用日期：2022年11月23日；发布日期：2022年11月29日

摘　要

在研究高速公路PPP模式中，考虑内外部环境的不确定性，将高斯白噪声作为随机干扰项引入演化博弈，构建政府、社会主体(企业)、ETC通行者三方间的随机演化博弈模型，分析在不确定环境下策略演化稳定性所需满足的条件，初始值、随机干扰强度及不同因素分别对三方策略选择的影响。将Itô随机微分方程用随机泰勒展开后进行数值仿真来验证理论的正确性。研究发现，博弈三方初始意愿、随机干扰强度、政府定期监管成本、识别机会主义概率、偷逃通行费罚款等参数均只改变收敛速度而不改变策略的收敛状态。最后我们给出了高速公路更好运营与发展的有益的建议。

关键词

PPP模式，随机演化博弈，Itô随机微分方程

Evolution Analysis of Highway PPP Mode Based on Stochastic Evolutionary Game

Xia Wu, Xiaoling Qiu*

School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: Oct. 28th, 2022; accepted: Nov. 23rd, 2022; published: Nov. 29th, 2022

Abstract

In the study of highway PPP mode, the uncertainty of the internal and external environment is considered, and white Gaussian noise is introduced into the evolutionary game as a random interference term. We construct a stochastic evolutionary game model among the government, social entities (enterprises) and ETC passers, and analyze the conditions required for the stability of

*通讯作者。

文章引用: 吴霞, 丘小玲. 基于随机演化博弈的高速公路 PPP 模式的演化分析[J]. 应用数学进展, 2022, 11(11): 8299-8310. DOI: 10.12677/aam.2022.1111878

strategy evolution under the uncertain environment, the initial value, the intensity of random interference and the influence of different factors on the strategy selection of the three parties. Itô stochastic differential equations are expanded by stochastic Taylor and then the numerical simulation is carried out to verify the correctness of the theory. It is found that the initial willingness of the three parties in the game, the intensity of random interference, the cost of regular government supervision, the probability of identifying opportunism, toll evasion fines and other parameters only change the convergence speed without changing the convergence state of the strategy. Finally, we give the highway better operation and development of useful suggestions.

Keywords

PPP Model, Stochastic Evolutionary Game, Itô Stochastic Differential Equation

1. 引言

随着我国市场经济的深化，交通运输业在我国经济发展阶段有着不可或缺的作用，而高速公路的建设无疑是推动了我国现代交通业的发展，我国政府始终把发展高速公路作为经济建设的重点。

PPP 模式下的高速公路发展无疑是当今最受关注的一种发展模式[1] [2] [3]，不过在我国经济不断发展中，PPP 模式在高速公路建设中还存在许多问题需要解决，而主要的问题是大多数的研究成果都是完全理性下的博弈模型，这与实际有很大的差距。20 世纪 50 年代后，Simon 分析并指出了新古典经济学理论的不现实的地方，提出了以有限理性管理人来替代完全理性的“经济人”，而演化博弈模型[4]正是在基于人是有限理性[5] [6] [7]下提出的有效方法。演化博弈模型在高速公路运营与管理中有着广泛的应用，如张弓亮等[8]研究了高速公路收费中存在的偷逃通行费行为，建立了稽查员与通行者之间的博弈模型，分析了影响高速公路发展的主要因素，并提出了相关的建议，李洁云等[9]考虑了高速公路运营中存在的机会主义行为，构建了政府与社会资本方两者间的演化博弈模型，分析了系统达到渐近稳定性的条件，利用数值仿真验证了理论的正确性。

上述文献都是假定高速公路运营与管理是一个确定性的过程，均没有考虑博弈过程中存在的不确定因素。而在现实生活中，政府、社会主体(企业)、ETC 通行者三方之间的博弈具有极大的不确定性。受社会利益、决策机制和管理制度等的影响，社会主体(企业)具有投机行为心理，特别在当前信息网络高速发展的自媒体时代，受社会舆论与预期收益水平等的影响，政府的监督行为也存在很大的不确定性，受周围人群干扰、人员个体的风险偏好和认知能力等的影响，ETC 通行者的决策同样也存在不确定性因素，仅仅运用确定性的博弈理论与方法无法描述出具有不确定的高速公路运营与管理过程。如何更好地刻画不确定因素的影响？随机演化博弈[10] [11] [12] [13]充分考虑了信息随机性。因此本文将高斯白噪声引入到政府、社会主体(企业)、ETC 通行者三方演化博弈模型中，来研究随机干扰因素影响下的政府、社会主体(企业)、ETC 通行者三方的博弈问题。

2. 模型基本假设与构建

2.1. 基本假设

假设 1：对于政府而言，政府有两种选择策略：定期监管和不定期监管，其中，定期监管是指政府

只在规定的时间节点(如季度或年度考核)对社会主体(企业)管理高速路 ETC 收费进行监管，不定期监管是指政府不定期对社会主体(企业)管理高速公路 ETC 收费进行监管，所以不定期监管也可以看作是多次定期监管。假设政府选择不定期监管带来的社会效益为 B_1，定期监管带来的社会效益为 B_2，不定期监管所需付出的监管成本为 A_1，定期监管所需付出的监管成本为 A_2，不定期监管时 ETC 通行费者偷逃通行费会导致政府公信力下降，使得政府的形象效用减少 S_1，定期监管时 ETC 通行费者偷逃通行费会导致政府公信力下降，使得政府的形象效用减少 S_2；当政府采用不同的监管方式进行监管时，受到监测手段的影响，导致查出社会主体(企业)的机会主义行为都存在一定的概率，设政府进行定期监管时对社会主体(企业)机会主义行为的识别概率为 $\alpha\left(0\le\alpha\le1\right)$，进行不定期监管时对社会主体(企业)机会主义行为的识别概率为 $\beta\left(0\le\beta\le1\right)$，由于不定期监管相当于多次定期监管，所以其识别概率 β 大于 α，当政府发现社会主体(企业)的机会主义行为时会对其进行额度为 R 的罚款。

假设 2：对于社会主体(企业)而言，社会主体(企业)有两种策略选择：采取机会主义和不采取机会主义，假设社会主体(企业)不采取机会主义获得的收益为 L_1，采取机会主义还能获得额外收益 ΔL，采取机会主义的成本为 C_1，不采取机会主义的成本为 C_2；不采取机会主义时 ETC 通行者偷逃通行费被社会主体(企业)监管需缴纳罚款 D，而社会主体(企业)可以获得额外奖励 H；采取机会主义时 ETC 通行者偷逃通行费，社会主体(企业)也要为此付出代价 E，这里的 E 也可以理解为当社会主体(企业)采取机会主义而需要付出的惩罚代价。

假设 3：对于 ETC 通行者而言，ETC 通行者有两种策略选择：偷逃通行费和不偷逃通行费，假设 ETC 通行者选择偷逃通行费，社会主体(企业)选择不采取机会主义，ETC 通行者需缴纳罚款 D，社会主体(企业)选择采取机会主义时，ETC 通行者可少缴纳通行费 F，为了能够成功逃费，ETC 通行者需要额外花费一些打点费用，记为 Q，ETC 通行者选择不偷逃通行费，可以获得政府采取不定期监管时对 ETC 通行者的收费补贴 M_1，政府采取定期监管时对 ETC 通行者的收费补贴 M_2。

2.2. 模型构建

假设政府采取定期监管的概率为 x，采取不定期监管的概率为 $1-x$；社会主体(企业)采取机会主义的概率为 y，不采取机会主义策略的概率为 $1-y$；ETC 通行者采取偷逃通行费的概率为 z，采取不偷逃通行费的概率为 $1-z$，且 x、y、z 均为时间 t 的函数。从而，可构建如表 1 所示的政府、社会主体(企业)和 ETC 通行者间的三方博弈支付矩阵。

由表 1 可知，政府采取定期监管的期望收益 W_{x_1}、不定期监管的期望收益 W_{x_2} 分别为

$$\begin{aligned} W_{x_1} &= yz\left(B_2-A_2+\alpha R-S_2\right)+y\left(1-z\right)\left(B_2-A_2+\alpha R\right) \\ &\quad +\left(1-y\right)z\left(B_2-A_2-S_2\right)+\left(1-y\right)\left(1-z\right)\left(B_2-A_2\right) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} W_{x_2} &= yz\left(B_1-A_1+\beta R-S_1\right)+y\left(1-z\right))\left(B_1-A_1+\beta R\right) \\ &\quad +\left(1-y\right)z\left(B_1-A_1-S_1\right)+\left(1-y\right)\left(1-z\right)\left(B_1-A_1\right) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\overline{W_x} = xW_{x_1}+\left(1-x\right)W_{x_2} \tag{3}$$

政府的复制动态方程为：

$$\begin{aligned} F\left(x\right) &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x\left(1-x\right)\left(W_{x_1}-W_{x_2}\right) \\ &= x\left(1-x\right)\left(y\left(\alpha R-\beta R\right)-z\left(S_2-S_1\right)-B_1+A_1+B_2-A_2\right) \end{aligned} \tag{4}$$

社会主体(企业)采取机会主义的期望收益 W_{y_1}、不采取机会主义的期望收益 W_{y_2} 分别为：

Table 1. Payment matrix of three parties in the game
表 1. 博弈三方支付矩阵

政府	社会主体(企业)	ETC 通行者	
		偷逃通行费	不偷逃通行费
定期监管	采取机会主义	$B_2-A_2+\alpha R-S_2$	$B_2-A_2+\alpha R$
		$L_1+\Delta L-C_1-\alpha R-E$	$L_1+\Delta L-C_1-\alpha R$
		$F-Q$	M_2
	不采取机会主义	$B_2-A_2-S_2$	B_2-A_2
		L_1-C_2+H	L_1-C_2
		$F-D$	M_2
不定期监管	采取机会主义	$B_1-A_1+\beta R-S_1$	$B_1-A_1+\beta R$
		$L_1+\Delta L-C_1-\beta R-E$	$L_1+\Delta L-C_1-\beta R$
		$F-Q$	M_1
	不采取机会主义	$B_1-A_1-S_1$	B_1-A_1
		L_1-C_2+H	L_1-C_2
		$F-D$	M_1

$$\begin{aligned}W_{y_1}&=xz\left(L_1+\Delta L-C_1-\alpha R-E\right)+x\left(1-z\right)\left(L_1+\Delta L-C_1-\alpha R\right)\\&\quad+\left(1-x\right)z\left(L_1+\Delta L-C_1-\beta R-E\right)+\left(1-x\right)\left(1-z\right)\left(L_1+\Delta L-C_1-\beta R\right)\end{aligned}\tag{5}$$

$$W_{y_2}=xz\left(L_1-C_2+H\right)+x\left(1-z\right)\left(L_1-C_2\right)+\left(1-x\right)z\left(L_1-C_2+H\right)+\left(1-x\right)\left(1-z\right)\left(L_1-C_2\right)\tag{6}$$

$$\overline{W_y}=yW_{y_1}+\left(1-y\right)W_{y_2}\tag{7}$$

社会主体(企业)的复制动态方程为：

$$\begin{aligned}F\left(y\right)&=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=y\left(1-y\right)\left(W_{y_1}-W_{y_2}\right)\\&=y\left(1-y\right)\left(x\left(\beta R-\alpha R\right)-z\left(E+H\right)+\Delta L-C_1+C_2-\beta R\right)\end{aligned}\tag{8}$$

ETC 通行者采取偷逃通行费的期望收益 W_{z_1}、不采取偷逃通行费的期望收益 W_{z_2} 分别为：

$$W_{z_1}=xy\left(F-Q\right)+x\left(1-y\right)\left(F-D\right)+\left(1-x\right)y\left(F-Q\right)+\left(1-x\right)\left(1-y\right)\left(F-D\right)\tag{9}$$

$$W_{z_2}=xyM_2+x\left(1-y\right)M_2+\left(1-x\right)yM_1+\left(1-x\right)\left(1-y\right)M_1\tag{10}$$

$$\overline{W_z}=zW_{z_1}+\left(1-z\right)W_{z_2}\tag{11}$$

ETC 通行者的复制动态方程为：

$$\begin{aligned}F\left(z\right)&=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=z\left(1-z\right)\left(W_{z_1}-W_{z_2}\right)\\&=z\left(1-z\right)\left(x\left(M_1-M_2\right)+F-D-M_1+y\left(D-Q\right)\right)\end{aligned}\tag{12}$$

3. 随机演化模型构建与求解

3.1. 三方随机动态方程

我们将高斯白噪声引入到政府、社会主体(企业)、ETC 通行者三方演化博弈模型中，得到如下形式的动态方程：

$$\mathrm{d}x(t)=x(t)(1-x(t))\left[y(\alpha R-\beta R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]\mathrm{d}t+\sigma x(t)(1-x(t))\mathrm{d}w(t) \tag{13}$$

$$\mathrm{d}y(t)=y(t)(1-y(t))\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)+\Delta L-C_1+C_2-\beta R\right]\mathrm{d}t+\sigma y(t)(1-y(t))\mathrm{d}w(t) \tag{14}$$

$$\mathrm{d}z(t)=z(t)(1-z(t))\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]\mathrm{d}t+\sigma z(t)(1-z(t))\mathrm{d}w(t) \tag{15}$$

由于 $x,y,z\in[0,1]$，所以 $1-x$， $1-y$， $1-z$ 都为非负实数，不会对最终策略的演化结果产生影响，因此本文参考孙华丽[14]的处理方式，对上述的传统的三方演化博弈模型做出如下改动：

$$\mathrm{d}x(t)=x(t)\left[y(\alpha R-\beta R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]\mathrm{d}t+\sigma x(t)\mathrm{d}w(t) \tag{16}$$

$$\mathrm{d}y(t)=y(t)\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)+\Delta L-C_1+C_2-\beta R\right]\mathrm{d}t+\sigma y(t)\mathrm{d}w(t) \tag{17}$$

$$\mathrm{d}z(t)=z(t)\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]\mathrm{d}t+\sigma z(t)\mathrm{d}w(t) \tag{18}$$

其中 $w(t)$ 服从标准的一维 Brown 运动，是一种无规则的随机涨落现象，能够很好地描述随机干扰因素的影响， $\mathrm{d}w(t)$ 表示高斯白噪声，增量 $\Delta w(t)=w(t+h)-w(t)$ 服从正态分布 $N\left(0,\sqrt{h}\right)$， $\sigma x(t)\mathrm{d}w(t)$ 为随机干扰项，其中 σ 表示随机干扰强度，且 $\sigma>0$。

3.2. 均衡解的存在性与稳定性分析

假设初始博弈 $t=0$， $x(t)=0$， $y(t)=0$， $z(t)=0$，我们可以得到

$$x(t)\left[y(\alpha R-\beta R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]\times 0+\sigma x(t)\mathrm{d}w(t)=0 \tag{19}$$

$$y(t)\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)+\Delta L-C_1+C_2-\beta R\right]\times 0+\sigma y(t)\mathrm{d}w(t)=0 \tag{20}$$

$$z(t)\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]\times 0+\sigma z(t)\mathrm{d}w(t)=0 \tag{21}$$

由方程(19)~(21)，可得 $\mathrm{d}w(t)\big|_{t=0}=w'(t)\mathrm{d}t\big|_{t=0}=0$，方程至少存在零解，即表明在没有白噪声感染下，系统将一直停留在政府全部采用不定期监管，社会主体(企业)全部不采取机会主义，ETC 通行者全部采取不偷逃通行费策略状态下，因此，零解是均衡解。然而，该系统总会受到内外部环境变换的影响，可能会影响其稳定性，因此，我们需要考虑随机因素对系统稳定性的影响，由文献[15]给出如下引理：

引理 1

$$\begin{cases}\mathrm{d}x(t)=f(t,x(t))\mathrm{d}t+g(t,x(t))\mathrm{d}w(t),\\ x(t_0)=x_0.\end{cases}$$

存在连续可微函数 $V(t,x)$ 与正常数 c_1、 c_2，使得 $c_1|x|^p\le V(t,x)\le c_2|x|^p,t>0$。

令 $LV(t,x)=V_t(t,x)+V_x(t,x)f(t,x)+\frac{1}{2}g^2(t,x)V_{xx}$，

1) 如果存在正常数 r，使得 $LV(t,x)\le -rV(t,x),t\ge 0$，则该随机微分方程的零解 p 阶矩指数稳定，且成立 $E\left|X(t,x_0)\right|^p\le\left(\frac{c_2}{c_1}\right)|x_0|^p\mathrm{e}^{-rt}$；

2) 如果存在正常数 r，使得 $LV(t,x)\ge rV(t,x), t\ge 0$，则该随机微分方程的零解 p 阶矩指数不稳定，且成立 $E\left|X(t,x_0)\right|^p \ge \left(\frac{c_2}{c_1}\right)\left|x_0\right|^p \mathrm{e}^{-rt}$。

命题 1 对于方程(16)，取 $V(t,x)=x$，$c_1=1$，$c_2=1$，$p=1$，$r=1$，则

$LV(t,x)=f(t,x)=x\left[y(\beta R-\alpha R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]$，那么有

a) 当 $A_1-B_1+1\le A_2-B_2$ 时，方程(16)的零解矩指数稳定；

b) 当 $A_1-B_1+S_1+\alpha R-1\ge A_2-B_2+S_2+\beta R$ 时，方程(16)的零解矩指数不稳定。

证明：对于方程(16)，我们取 Lyapunov 函数 $V(t,x)=x$，$c_1=1$，$c_2=1$，$p=1$，$r=1$，有

$LV(t,x)=f(t,x)=x\left[y(\alpha R-\beta R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]$。

1) 当满足 $LV(t,x)\le -rV(t,x)$，即 $x\left[y(\alpha R-\beta R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]\le -x$，方程(16)的零解期望矩指数稳定，由 $x\in[0,1]$ 可得，$A_1-B_1+1\le A_2-B_2$；

2) 当满足 $LV(t,x)\ge rV(t,x)$，即 $x\left[y(\alpha R-\beta R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]\ge x$，

方程(16)的零解期望矩指数不稳定，由 $x\in[0,1]$ 可得，$A_1-B_1+S_1+\alpha R-1\ge A_2-B_2+S_2+\beta R$；

命题 2 对于方程(17)，取 $V(t,y)=y$，$c_1=1$，$c_2=1$，$p=1$，$r=1$，则

$LV(t,y)=f(t,y)=y\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)-B_1+\Delta L-c_1+c_2-\beta R\right]$，那么有

a) 当 $\Delta L-c_1-\beta R+1\le -c_2$ 时，方程(17)的零解矩指数稳定；

b) 当 $\Delta L-c_1-E-\alpha R-1\ge H-c_2$ 时，方程(17)的零解矩指数不稳定。

证明：对于方程(17)，我们取 Lyapunov 函数 $V(t,y)=y$，$c_1=1$，$c_2=1$，$p=1$，$r=1$，有

$LV(t,y)=f(t,y)=y\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)-B_1+\Delta L-c_1+c_2-\beta R\right]$。

1) 满足 $LV(t,y)\le -rV(t,y)$，即 $y\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)-B_1+\Delta L-c_1+c_2-\beta R\right]\le -y$，方程(17)的零解期望矩指数稳定，由 $y\in[0,1]$ 可得，$\Delta L-c_1-\beta R+1\le -c_2$；

2) 当满足 $LV(t,y)\ge rV(t,y)$，即 $y\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)-B_1+\Delta L-c_1+c_2-\beta R\right]\ge y$，方程(17)的零解期望矩指数不稳定，由 $y\in[0,1]$ 可得，$\Delta L-c_1-E-\alpha R-1\ge H-c_2$。

命题 3 对于方程(18)，取 $V(t,z)=z$，$c_1=1$，$c_2=1$，$p=1$，$r=1$，则

$LV(t,z)=f(t,z)=z\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]$，那么有

1) 当 $F-D+1\le M_1$ 时，方程(18)的零解矩指数稳定；

2) 当 $F-Q-1\ge M_2$ 时，方程(18)的零解矩指数不稳定。

证明：对于方程(18)，我们取 Lyapunov 函数 $V(t,z)=z$，$c_1=1$，$c_2=1$，$p=1$，$r=1$，有

$LV(t,z)=f(t,z)=z\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]$。

1) 当满足 $LV(t,z)\le -rV(t,z)$，即 $z\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]\le -z$，方程(18)的零解期望矩指数稳定，由 $z\in[0,1]$ 可得，$F-D-M_1+1\le 0$；

2) 当满足 $LV(t,z)\ge rV(t,z)$，即 $z\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]\ge z$，方程(18)的零解期望矩指数不稳定，由 $z\in[0,1]$ 可得，$F-Q-1\ge M_2$。

3.3. 随机演化方程的展开式

由于(16)~(18)都是非线性的 Itô 随机微分方程，因此不能直接得到解析解，我们使用随机泰勒展开式

来以数值方式求解该方程。为简单起见，我们先讨论如下形式的 Itô 型微分方程

$$\mathrm{d}x(t)=f\left(t,x(t)\right)\mathrm{d}t+g\left(t,x(t)\right)\mathrm{d}w(t) \tag{22}$$

其中 $t\in[t_0,T]$， $x(t_0)=x_0$， $x_0\in R$， $w(t)$ 是标准一维 Brown 运动过程，设 $h=\frac{T-t_0}{N}$， $t_n=t_0+nh$，方程(22)的随机泰勒展开形式为

$$x(t_{n+1})=x(t_n)+hf\left(x(t_n)\right)+\Delta w_n g\left(x(t_n)\right)+\frac{1}{2}\left[(\Delta w_n)^2-h\right]g\left(x(t_n)\right)g'\left(x(t_n)\right)$$
$$+\frac{1}{2}h^2\left[f\left(x(t_n)\right)f'\left(x(t_n)\right)+\frac{1}{2}g^2\left(x(t_n)\right)f''\left(x(t_n)\right)\right]+R'$$

其中 R' 是余项。

本文将随机泰勒展开式截断为如下形式，修改为

$$x(t_{n+1})=x(t_n)+hf\left(x(t_n)\right)+\Delta w_n g\left(x(t_n)\right) \tag{23}$$

因此，可在政府、社会主体(企业)、ETC 通行者的三方演化博弈模型中对(16)~(18)进行数值求解，我们可以得到

$$x(t_{n+1})=x(t_n)+hx(t_n)\left[y(\beta R-\alpha R)-z(S_2-S_1)-B_1+A_1+B_2-A_2\right]+\Delta w_n\sigma x(t_n) \tag{24}$$

$$y(t_{n+1})=y(t_n)+hy(t_n)\left[x(\beta R-\alpha R)-z(E+H)-B_1+\Delta L-c_1+c_2-\beta R\right]+\Delta w_n\sigma y(t_n) \tag{25}$$

$$z(t_{n+1})=z(t_n)+hz(t_n)\left[x(M_1-M_2)+y(D-Q)+F-D-M_1\right]+\Delta w_n\sigma z(t_n) \tag{26}$$

4. 数值仿真与分析

4.1. 初始状态和随机强度对均衡的影响

针对本文提出的政府、社会主体(企业)、ETC 通行者三方随机演化博弈模型，首先分别验证满足命题 1，命题 2，命题 3 条件的数值仿真结果，设定的模型各参数值如下：

赋以数组 $B_1=4$，$A_1=2$，$B_2=3$，$A_2=2$，$S_2=2$，$S_1=1$，$\Delta L=4$，$C_1=3$，$C_2=1$，$\alpha=0.4$，$\beta=0.7$，$R=6$， $E=2$， $H=3$， $F=3$， $D=4$， $Q=1$， $M_1=2$， $M_2=1$满足命题 1，2，3 的条件，设初始值 $x(0)=0.5$， $y(0)=0.5$， $z(0)=0.5$， $\sigma=1$，演化结果如图 1 所示。

从图 1 可以看出，当满足政府定期监管收益大于政府不定期监管带来的收益，社会主体(企业)采用机会主义获得的收益小于不采用机会主义获得的收益，ETC 通行者偷逃通行费所带来的收益小于不偷逃通行费带来的收益，政府最终趋向于不定期监管，社会主体(企业)最终趋向于不采取机会主义，ETC 通行者最终趋向于不偷逃通行费，即{不定期监管，不采取机会主义，不偷逃通行费}为随机演化稳定策略。

在其余条件不变的情况下，我们考虑初始值对政府策略选择的影响，初始值 $x(0)$ 分别取值 0.3，0.5，0.7，0.9，共仿真 4 次，政府策略选择的演化结果如图 2 所示。

我们可以观察到，在随机干扰下，由于政府选择不定期监管策略的初始意愿减小，所以政府选择不定期监管的速度会随着初始概率的提高而减小，即政府到达不定期监管策略均衡的时间会相应增加。

在其余不变的情况下，我们考虑随机强度 σ 对政府策略选择的影响，随机强度 σ 分别取值 0.5，1，1.5，2，共仿真 4 次，政府策略选择的演化结果如图 3 所示。

从图 3 可以明显看出，随机扰动强度会使政府策略的演化产生一定的波动，当噪声强度 σ 从 0.5 变化到 2 时，政府策略选择也随之波动变大，最终能更快地收敛到不定期监管策略。

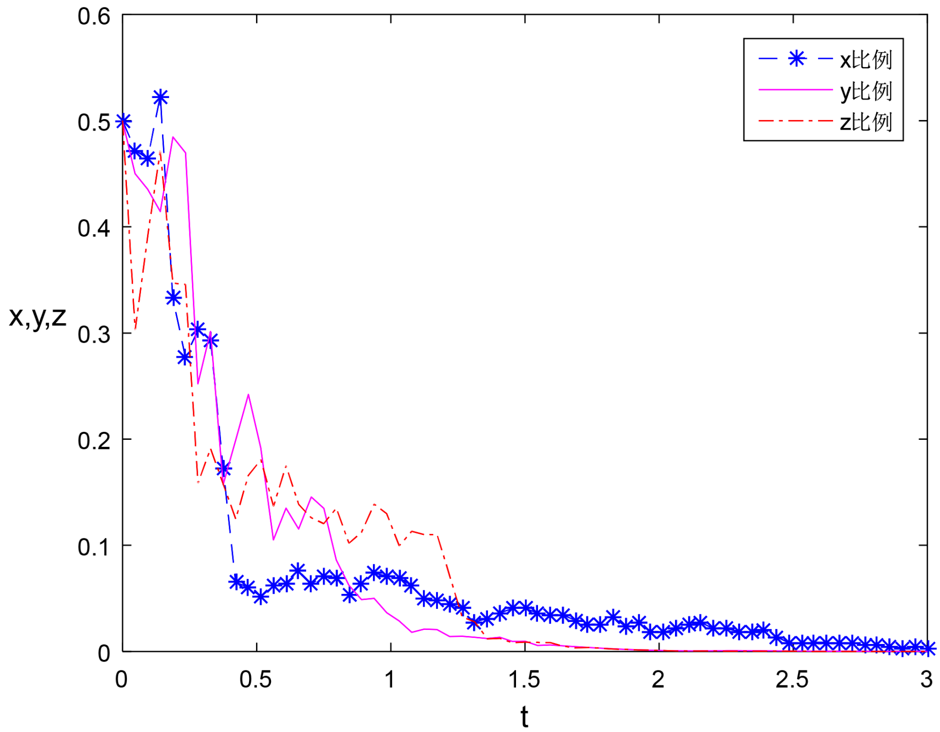

Figure 1. Simulation results of stable point (0, 0, 0)
图 1. 稳定点(0, 0, 0)的仿真结果

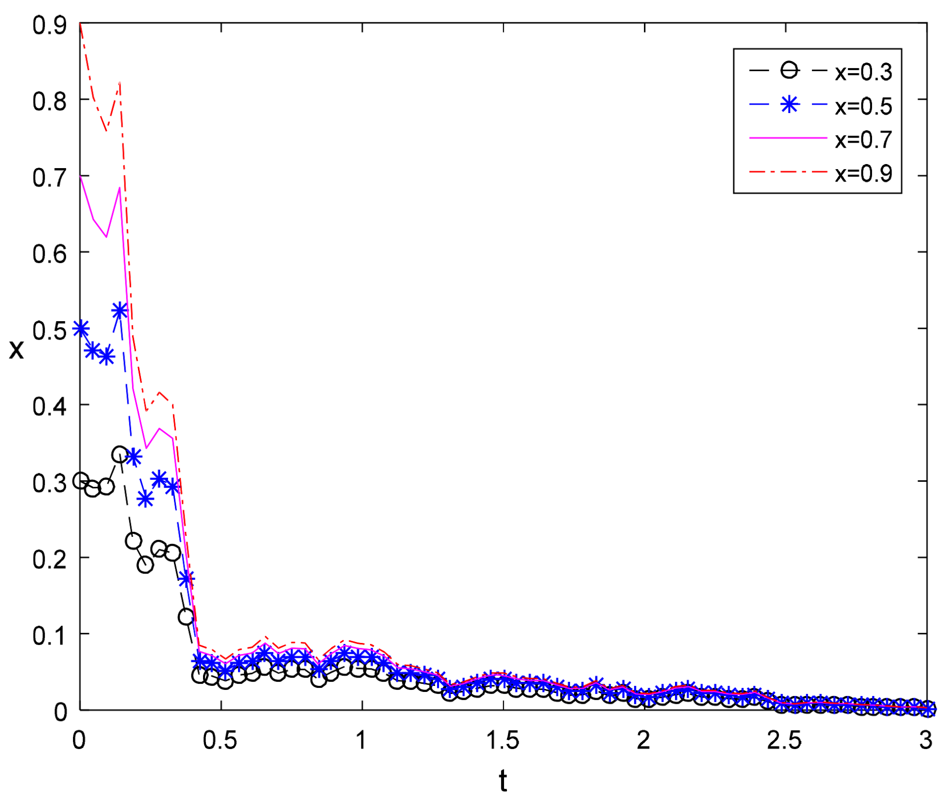

Figure 2. Evolution results of government policy selection with different initial values
图 2. 不同初始值政府策略选择演化结果

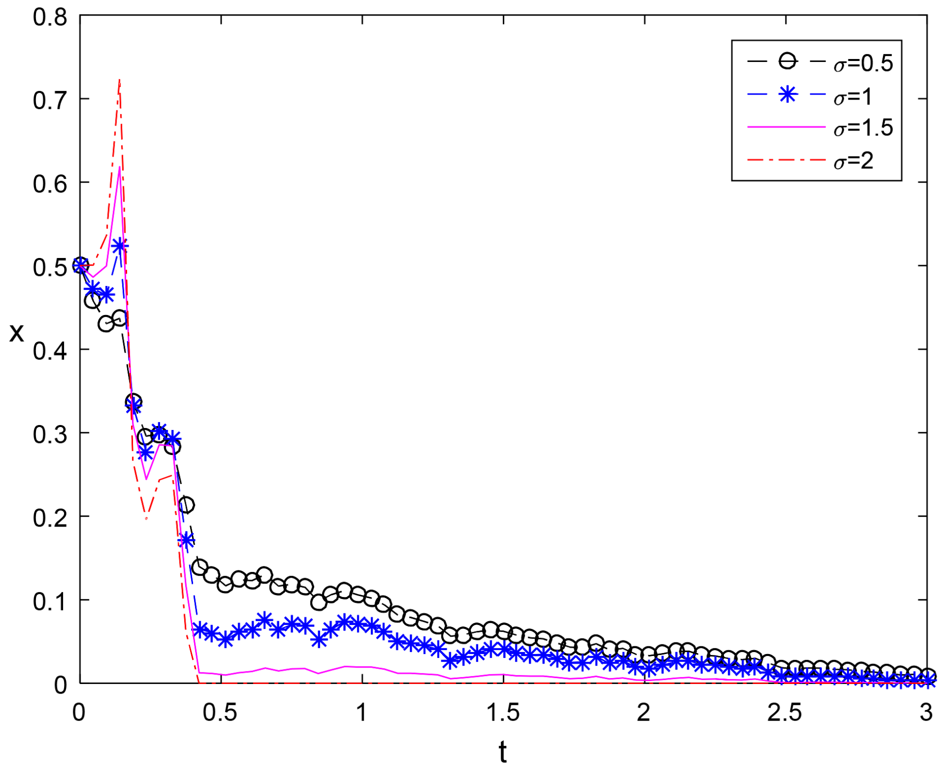

Figure 3. Evolution results of government strategy selection with different random intensities
图 3. 不同随机强度政府策略选择演化结果

4.2. 单个影响因素对演化结果的影响

接下来我们考虑单个影响因素分别对三方策略演化的结果，在其他条件不变的情况下，考虑政府定期监管所需的成本 A_2 分别取值 2，3，4，5 对政府策略选择的影响如图 4 所示，政府不定期监管时对社会主体(企业)机会主义行为的识别概率 β 分别取值 0.5，0.6，0.7，0.8 对社会主体(企业)策略选择的影响如图 5 所示，我们考虑社会主体(企业)不采取机会主义时缴纳 ETC 通行者偷逃通行费 D 的变化对 ETC 通行者策略演化结果的影响，D 分别取值 4，5，6，7 的仿真结果如图 6 所示。

由图 4 我们可以看出，政府采取定期监管所需的监管成本 A_2 越大，政府更愿意选择不定期监管策略，且 A_2 越大，收敛速度越快，这说明了政府在监管高速公路运营管理中，更加注重成本的控制。

图 5 给出了政府不定期监管时对社会主体(企业)机会主义行为的识别概率 β 的变化情况，我们可以看到，假设政府选择不定期监管策略时，识别概率 β 越大，初始概率相同时社会主体(企业)到达不采取机会主义稳定状态的速度越快，说明了社会主体(企业)采取机会主义被政府识别所交的罚款金额足够大，而不愿意再冒风险采取机会主义策略来获得更多的收益。

根据图 6，我们考虑社会主体(企业)不采取机会主义时缴纳 ETC 通行者偷逃通行费 D 的变化对 ETC 通行者策略演化结果的影响，当 D 从 4 变化至 7 的过程中，ETC 通行者更愿意选择不偷逃通行费策略，这说明社会主体(企业)对偷逃通行费人员的处罚越大，ETC 通行者越不会冒风险去选择偷逃通行费策略。

5. 结论

本文考虑了高速公路中的管理与运营问题，引入高斯白噪声来反映博弈三方受到的随机干扰因素，建立了随机干扰下政府、社会主体(企业)、ETC 通行者三方间的复制动态微分方程，分析并计算了博弈

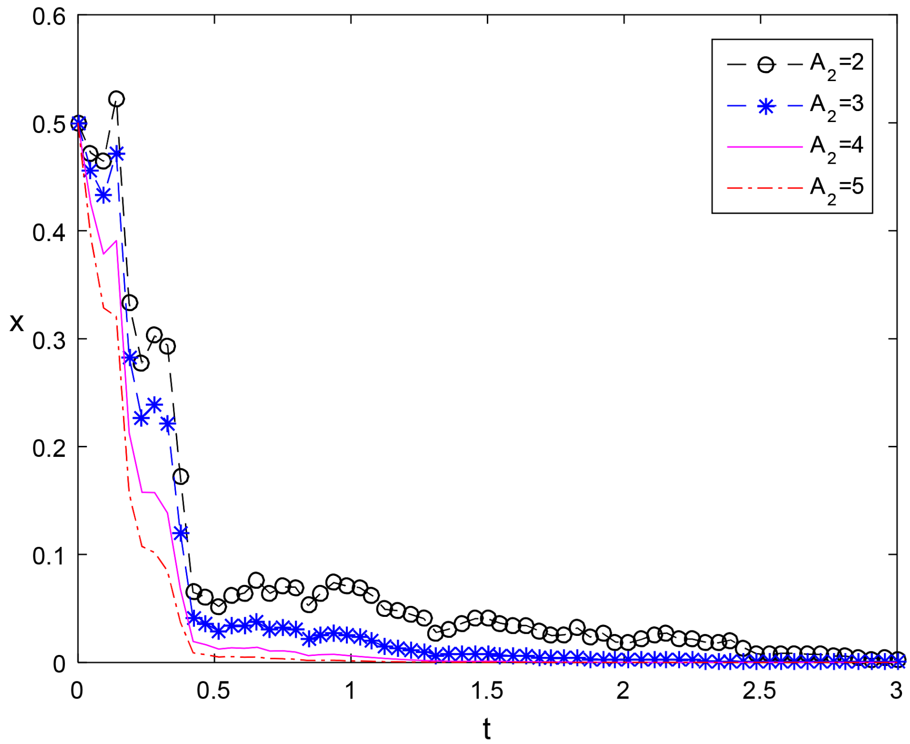

Figure 4. Influence of periodic regulatory cost on stochastic evolution of government
图 4. 定期监管成本对政府方随机演化的影响

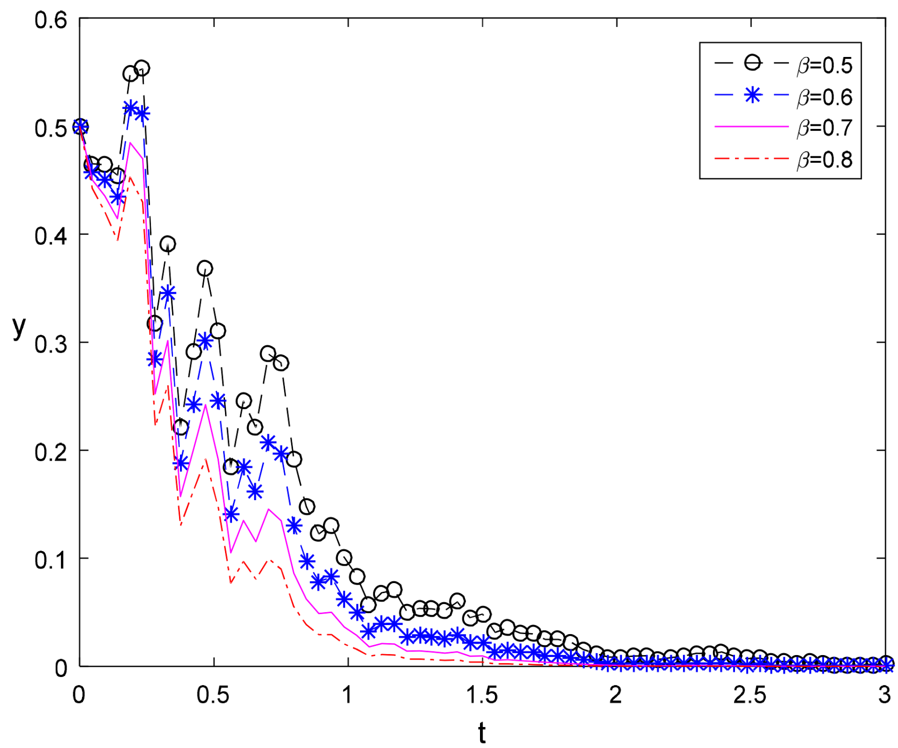

Figure 5. The influence of the identification probability of the government's irregular regulation on the stochastic evolution of the social subject (enterprise)
图 5. 政府不定期监管的识别概率对社会主体(企业)方随机演化的影响

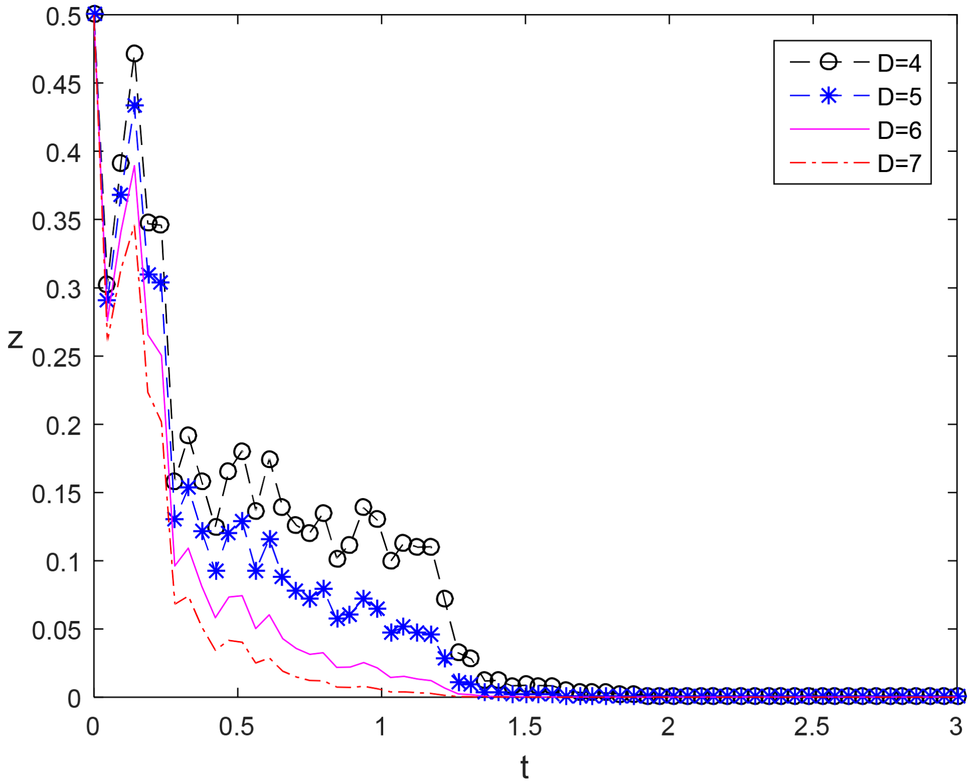

Figure 6. Effect of fines on the stochastic evolution of ETC passer's side
图 6. 罚款对 ETC 通行者方随机演化的影响

系统零解矩稳定所需满足的条件，初始值、随机干扰强度及单个影响因素分别对博弈主体均衡策略演化的影响，将不能直接求出解析解的非线性 Itô 随机微分方程进行泰勒展开后进行数值仿真，通过仿真结果我们可以发现：

1) 初始意愿会影响策略均衡的波动，但不会改变最终的收敛状态，初始意愿概率越小，收敛到政府选择不定期监管的时间越短；随机干扰强度 σ 也只会改变策略的收敛速度，随机干扰强度 σ 越大，收敛速度越快。

2) 针对政府而言，当采取定期监管策略所需付出的成本足够大时，政府更倾向于选择不定期监管策略来获得更多收益；针对社会主体(企业)而言，政府对机会主义的识别技术越好，社会主体越不敢冒风险采取机会主义策略，而会选择不采取机会主义策略；对于 ET 通行者而言，社会主体(企业)对其偷逃通行费的罚款越大，ETC 通行者在法律法规面前更会倾向于不偷逃通行费。

3) 在高速路运营与管理中，应该更加健全法律法规制度，做到随时随地监督，严格控制监管成本支出等问题。

然而，本文仍然存在一些不足，由于演化博弈支付矩阵所列参数有限，并未全面考虑到对博弈方策略的影响因素，也未考虑到博弈顺序对演化稳定性策略的影响，未来仍然有很多改进的地方。

基金项目

国家自然科学基金项目(12061020)；贵州省教育厅科学基金(黔科合 KY 字[2021] 088 号，黔科合 KY 字[2022]301 号)；贵州省科技厅科学基金(黔科合基础[2019] 1123 号：黔科合－ZK [2021]一般 331)；贵州大学引进人才基金(No.201811, 2021BS005)。

参考文献

[1] Bing, L., Akintoye, A., Edwards, P.J. and Hardcastle, C. (2005) The Allocation of Risk in PPP/PFI Construction Projects in the UK. *International Journal of Project Management*, **23**, 25-35. https://doi.org/10.1016/j.ijproman.2004.04.006

[2] 孙慧，范志清，石烨. PPP 模式下高速公路项目最优股权结构研究[J]. 管理工程学报, 2011, 25(1): 154-157.

[3] 柯永建，王守清，陈炳泉. 私营资本参与基础设施 PPP 项目的政府激励措施[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2009, 49(9): 1480-1483.

[4] 乔根·W·威布尔，主编. 演化博弈论[M]. 王永钦，译. 上海: 格致出版社, 2015.

[5] 丘小玲，彭定涛，王春，陈拼博. 关于平衡问题的有限理性与良定性[J]. 应用数学学报, 2017, 40(2): 179-191.

[6] Qiu, X., Jia, W. and Peng, D. (2018) An Approximation Theorem and Generic Convergence for Equilibrium Problems. *Journal of Inequalities and Applications*, **2018**, Article No. 30. https://doi.org/10.1186/s13660-018-1617-y

[7] 俞建，贾文生. 有限理性研究的博弈论模型[J]. 中国科学: 数学, 2020, 50(9): 1375-1386.

[8] 张弓亮，张成科，朱莹. 基于演化博弈的高速公路共谋逃费行为分析[J]. 交通运输系统工程与信息，2014，14(6): 113-119.

[9] 李洁云，申科. 基于演化博弈的高速公路 PPP 项目合作研究[J]. 建筑经济, 2020, 41(S2): 121-125.

[10] 杨耀红，樊俊，朱朵朵. 基于随机演化博弈的建筑工程供应链质量管理研究[J]. 工程管理学报，2020，34(6): 19-24. https://doi.org/10.13991/j.cnki.jem.2020.06.004

[11] 董莉莉，范如国. 基于随机演化博弈的异质性主体中低碳扩散稳定性的仿真分析[J]. 工业工程，2021，24(6): 132-139.

[12] 徐新扬，杨扬. 碳交易政策下物流业与制造业联动减排的随机演化博弈研究[J/OL]. 中国环境科学, 2022, 42(10): 4860-4870. https://doi.org/10.19674/j.cnki.issn1000-6923.20220615.022, 2022-10-16.

[13] 李军强，任浩，甄杰. 基于随机演化博弈的企业研发操纵多重监管路径研究[J]. 中国管理科学，2021，29(10): 191-201. https://doi.org/10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2019.1884

[14] 孙华丽，王循庆，薛耀锋. 基于不同情景的群体性突发事件随机演化博弈模型[J]. 运筹与管理，2016，25(4): 23-30.

[15] 胡适耕，黄乘明，吴付科. 随机微分方程[M]. 北京: 科学出版社, 2008.