

基于引力作用融合节点和边的图嵌入模型

杨春生, 刘士虎*, 高海燕

云南民族大学数学与计算机科学学院, 云南 昆明

收稿日期: 2023年11月1日; 录用日期: 2023年11月28日; 发布日期: 2023年12月6日

摘要

基于随机游走的图嵌入模型主要集中在随机游走策略的选择, 最新的图嵌入模型ProbWalk就是通过边的权重构建概率转移矩阵来获取高精度的嵌入向量。ProbWalk模型只是考虑了边的信息对于基于随机游走的图嵌入模型的影响, 而DeepWalk模型只考虑了节点的信息的影响, 因此这样无法兼顾图中节点和边的信息, 不能很好地反映图的拓扑结构。针对这个问题, 提出了一种综合考虑图中节点和边的图嵌入模型, 即利用万有引力融合图中节点和边的信息。实验结果表明, 在Dolphins、Polbooks、Brazil、Europe和PB五个数据集上, 用所提模型得到的节点向量表示进行节点分类的F1-Micro平均准确率比DeepWalk模型高出28.5个百分点, F1-Macro平均准确率比DeepWalk模型高出26.7个百分点。

关键词

图, 随机游走, 万有引力, 图嵌入

Graph Embedding Model Based on the Fusion of Nodes and Edges by Gravity

Chunsheng Yang, Shihu Liu*, Haiyan Gao

School of Mathematics and Computer Science, Yunnan Minzu University, Kunming Yunnan

Received: Nov. 1st, 2023; accepted: Nov. 28th, 2023; published: Dec. 6th, 2023

Abstract

Graph embedding model based on random walk mainly focuses on the selection of random walk strategy. ProbWalk model that is the latest graph embedding technology is to construct probability transfer matrix through the weight of edges to obtain high-precision embedding vectors. ProbWalk model only considers the influence of edge information on the graph embedding model

*通讯作者。

based on random walk, while DeepWalk model only considers the influence of node information, so they can't take into account the information of nodes and edges in the graph, and can't well reflect the topology of the graph. To solve this problem, a graph embedding model considering the nodes and edges in the graph is proposed, which uses gravity to fuse the information of nodes and edges in the graph. The experimental results show that on the five datasets of Dolphins, Pollbooks, Brazil, Europe and PB, the average accuracy of F1-Micro for node classification based on the node vector obtained by the proposed model is 28.5 percentage points higher than that of DeepWalk model, and the average accuracy of F1-Macro is 26.7 percentage points higher than that of DeepWalk model.

Keywords

Graph, Random Walk, Universal Gravitation, Graph Embedding

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

图嵌入是一种处理社交网络[1]、软件网络[2]和 PPI 网络[3]等网络的方法,其目的是将图的每个节点或整个图(子图)映射到一个低维的向量空间,同时还能尽可能的保留图中重要的信息。图嵌入已被应用到节点分类[4]、链路预测[5]、图聚类[6]和社区检测[7]等下游任务中,并且已经取得了相对显著的效果。

典型的图嵌入模型有局部线性嵌入[8]、拉普拉斯嵌入[9]和柯西图嵌入[10]等,但是这些方法都是对矩阵进行因式分解,并不能很好的反映图中节点之间的局部性质。基于神经网络的方法[11][12]通过应用神经网络聚合邻居节点的信息得到节点的向量表示。目前也存在许多基于随机游走的图嵌入模型,DeepWalk 模型主要是借鉴了自然语言处理模型(NLP) [13]的思想,使用特定的游走策略提取图的节点序列,然后利用 Skip-Gram 模型处理节点序列库。上述几种方法主要从单一角度考虑节点间的转移概率,精确性有待提高。

在图挖掘领域中,图中每个节点和边的信息都起着至关重要的作用。利用随机游走采样图中的节点序列可以帮助我们捕获图中节点和边之间的微小结构信息,通过迭代的方式可以捕获图中更多潜在的信息。在图 1 中,如果采用无偏随机游走策略,图 G 中每个节点到它的邻居节点的概率是相同的,意味着无法区分每个节点的邻居节点的重要程度。真实的图中各个节点之间的存在某些联系,如果忽略这些联系,会破坏原始图的结构信息,使得嵌入结果不佳。因此在进行图嵌入时,融合节点和边的信息的随机游走策略对于提高嵌入向量的精度具有十分重要的意义。

针对以上问题,本文提出了一种基于引力作用融合节点和边的信息的图嵌入模型(GRGE),以更好的捕获图的局部拓扑信息。具体而言,就是输入一个无向无权图,利用本文提出的度信息驱动的引力随机游走策略生成节点序列,输入 Skip-Gram 模型[13]生成节点表示向量。GRGE 模型无缝融合了图的节点和边的信息,得到了较优的节点表示。

2. 相关工作

图嵌入技术受到越来越多的关注,同时也产生了许多基于随机游走的图嵌入模型。基于随机游走的图嵌入模型主要有 DeepWalk [14]、Node2Vec [15]、WalkLets [16]、HARP [17]、HALK [18]、GEBRWR [19]

和 ProbWalk [20]等。其中 DeepWalk 模型是基于 Word2Vec 模型[13]提出的学习图节点表示的方法,主要思想是利用随机游走算法生成图节点的语料库,通过 Skip-Gram 模型最大化节点序列中窗口范围内节点的共现概率,将节点映射到嵌入向量空间。Node2Vec 模型针对 DeepWalk 模型的游走策略进行了改进,引入一个有偏的随机游走过程,综合考虑了深度优先搜索策略和广度优先搜索策略,在同质性和结构性之间权衡,最终提高了嵌入向量的精度。WalkLets 模型设计了一种跳过图中部分节点的随机游走策略,利用该策略生成节点序列输入 DeepWalk 的模型中进行训练。HARP 模型通过压缩原始图避免局部最优解。HALK 模型通过在随机游走中删除一定比例的最不频繁节点,实现更远节点之间的随机游走。GEBRWR 模型通过应用适当的图嵌入方法,获得节点信息的表示向量,利用余弦相似性构建了一种节点相似性指标,通过该指标重新构建节点概率转移矩阵,提高了 GEBRWR 模型的精度。针对加权图,ProbWalk 模型将边的权重转化成节点间的转移概率,然后进行节点嵌入。

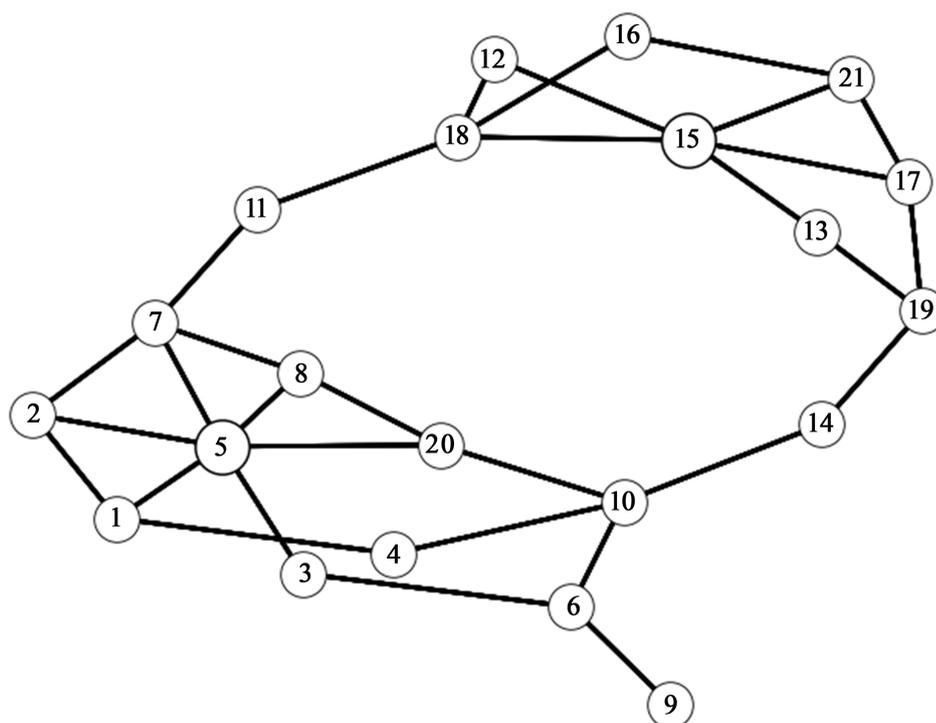


Figure 1. Undirected graph G
图 1. 无向图 G

ProbWalk 模型主要是将边的权重转换为节点间的转移概率,并没有考虑图中节点对于转移概率的影响,而 DeepWalk 模型和 Node2Vec 模型均是针对拓扑结构的改进。因此本文考虑利用万有引力融合图中节点和边的信息。从而可以更好的反映图中边和点的信息对于节点间转移概率的影响,重新定义节点间概率转移矩阵。

3. 预备知识

该部分,我们首先给出相关符号及其含义,如表 1 所示,详细格式请参考相关文献[11] [21] [22]。

定义 1 (节点嵌入) 已知图 G , 任意 $v_i \in V$, 给定一个映射 $f: v_i \rightarrow v_j \in R^{d_1}$, 其中 d_1 为嵌入向量空间的维数。该映射表示将集合 V 中任意一个节点映射到一个 d_1 维向量空间,同时映射 f 能够保留图 G 中节点的局部与全局性质。如图 2 所示:

Table 1. Meanings of symbols
表 1. 符号的含义

符号	含义
$G=(V,E)$	G 表示图, V 表示点集, E 表示边集
A	A 表示图 G 的邻接矩阵
v_i, a_{ij}	v_i 表示节点, a_{ij} 表示邻接矩阵 A 的元素
y_i	节点 v_i 对应的向量表示
D_i	节点 v_i 的度
$\langle k \rangle$	图 G 的平均度
$\langle d \rangle$	图 G 的直径
d_{ij}	节点 v_i 和节点 v_j 之间的距离
$\langle l \rangle$	节点的标签数量
g_{ij}	节点 v_i 和节点 v_j 之间的作用力

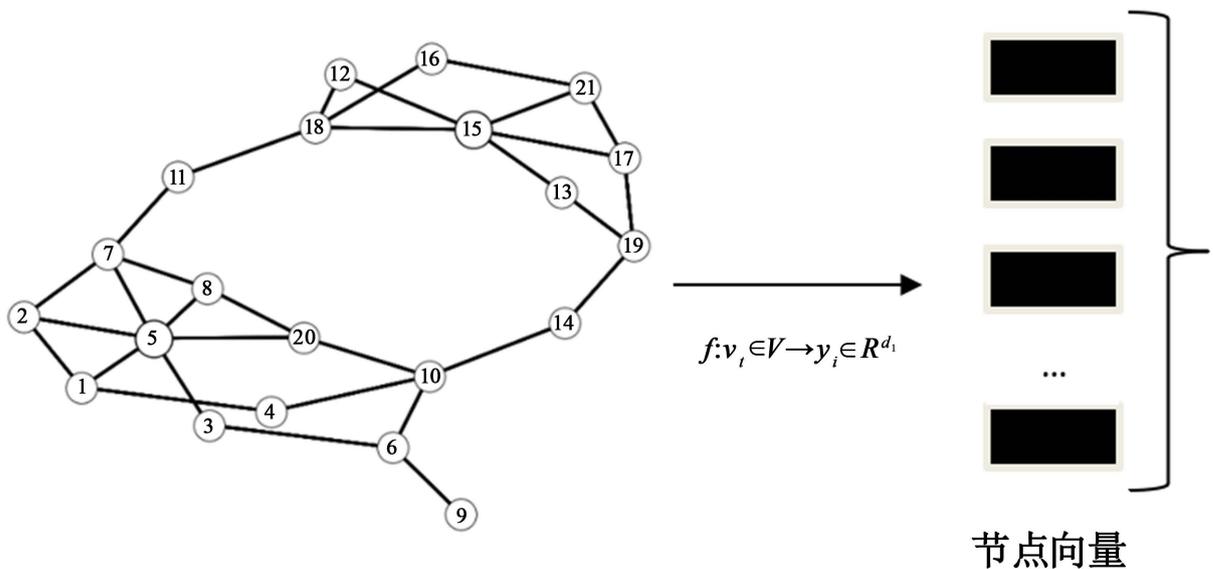


Figure 2. Diagram of node embedding
图 2. 节点嵌入示意图

定义 2 (引力有偏函数) 给定图 $G=(V,E)$, 对于节点 v_i 和 v_j , 设 D_i 和 D_j 表示节点 v_i 和 v_j 的度, d_{ij} 是节点 v_i 和 v_j 之间的最短距离, 则

$$g_{ij} = k \cdot \frac{D_i \times D_j}{d_{ij}^2} \tag{1}$$

为节点 v_i 和 v_j 之间的引力函数, 其中 k 表示引力系数。

定义 3 (随机游走) 给定图 $G=(V, E)$, 规定游走的初始节点为 v_i , 游走者从节点 v_i 开始, 随机选择图 G 中 v_i 的邻居节点 v_j 作为游走目标, 到达 v_j 后再以 v_j 为起始节点, 重新选择 v_j 的邻居节点 $v_k (j \neq k)$ 作为游走目标, 依此类推。行走者所经过的节点集合构成了一个随机游走 w^i 。

4. GRGE 模型

本节将详细介绍 GRGE 模型, 模型的整体框架由生成节点序列、Skip-Gram 算法嵌入两部分组成。模型的整体流程如下所示: a) 利用度信息驱动的引力随机游走策略生成节点序列; b) 将生成的节点序列输入 Skip-Gram 算法; c) 输出节点的表示向量。

4.1. 度信息驱动的引力随机游走策略

通过分析不难发现, DeepWalk 算法采用无偏随机函数采样节点序列, 虽然这种策略降低了随机游走采样节点序列的时间复杂度, 但是由于图都是从现实世界中抽象出来的, 所以图的节点之间往往存在某种倾向, 这就意味着该算法并不能有效的反映图中节点之间的内在联系。如图 3 所示:

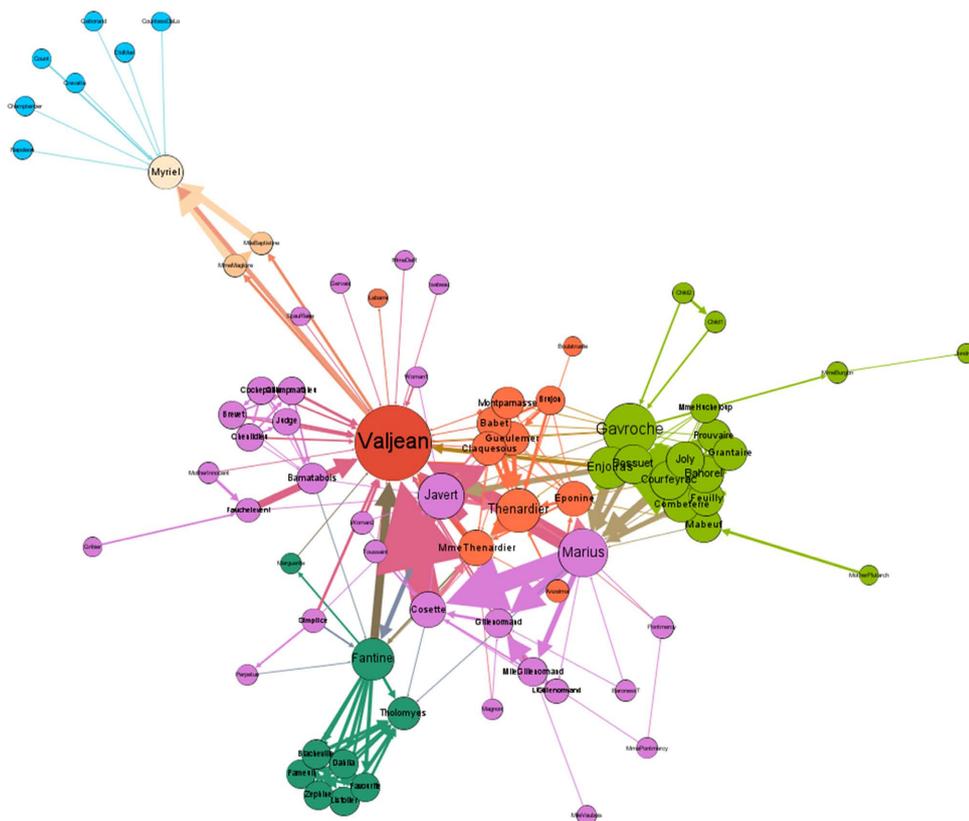


Figure 3. Lecmis grap
图 3. Lecmis 图

节点 Valjean 选择下一个节点的概率并不是随机的, 它和节点 Cosette 之间的关系更为紧密。因此, 采用随机函数采样节点序列会丢失相应的信息。因此, 如果不考虑图中节点之间的倾向性, 会破坏原始图的结构, 得到的节点表示向量的精度也会不佳, 并且会忽略节点本身所具有的信息, 从而引入噪声的影响。因此, 为了计算的方便, 我们将节点间的“距离”的倒数视作节点之间的权重, 权重越大, 节点间“越短”, 节点间作用越大。同时为了计算方便, 我们将节点间的“距离”设置为 1。于是, 我们本

节提出了一种新的度信息驱动的引力随机游走策略，该策略首先计算图中节点的度信息：在图的研究中，节点的度信息有重要的意义。一方面，它可以帮助我们理解图的结构和组织方式。例如，一些图具有幂律度分布，这意味着图中有许多节点具有相对较少的边，而少数节点具有大量的边。这种类型的图被称为“无标度网络”(Scale-Free Network)。另一方面，它还可以影响图中的动态行为，如信息传播、疾病传播或同步振荡等。在一个无向无权图中，节点的度信息可以简单地定义为与该节点相连接的边的数量。同样的，在随机游走采样策略中，节点的度信息也扮演着十分重要的作用，度信息越大的节点往往包含着更多重要的信息。如图 4 所示。

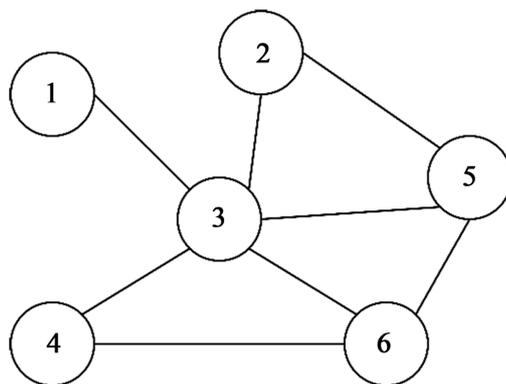


Figure 4. G
图 4. G

节点 3 的度为 5，节点 1 的度为 1，节点 2 和 4 的度为 2，节点 5 和 6 的度为 3。观察图 4，我们会发现节点 3 在整个图中扮演着十分重要的角色，从除节点 3 以外的其他节点出发且长度为 3 的路径几乎都会经过节点 3。同样的，删除节点 3 对于图 G 造成的影响也是最大的。

构建度信息驱动的引力随机游走策略：我们通过引力有偏函数定义了图中节点之间的引力作用公式则节点 v_i 和 v_j 之间的引力作用为

$$g_{ij} = k \cdot \frac{D_i \times D_j}{d_{ij}^2} \quad (2)$$

其中为了计算简便，我们将 k 值设为 1。然后构建图中节点的引力作用矩阵。因此，图 4 中的图 G 中节点的引力作用矩阵为

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 5 & 1 & 1.5 & 1.5 \\ 0.5 & 0 & 10 & 2 & 6 & 3 \\ 5 & 10 & 0 & 10 & 15 & 15 \\ 1 & 2 & 10 & 0 & 3 & 6 \\ 1.5 & 6 & 15 & 3 & 0 & 6 \\ 1.5 & 3 & 15 & 6 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

如图 5 所示：采用度信息驱动的引力随机游走策略可以得到 1-2-4-8、3-2-4-8 和 5-4-8-4 等序列。

4.2. GRGE 模型

GRGE 模型主要包含两个部分，Biased-Walk 算法和 Skip-Gram 算法。其中 Biased-Walk 算法用来计算节点间的引力作用值，Skip-Gram 算法用来计算节点的代表向量。

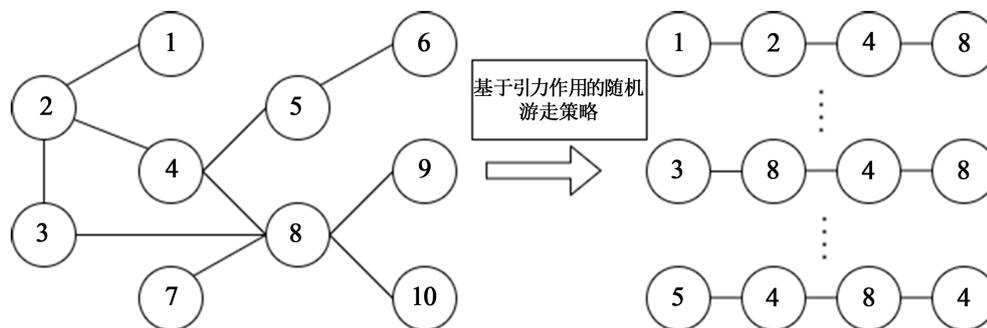


Figure 5. Schematic diagram of gravity random walk strategy driven by degree information
图 5. 信息驱动的引力随机游走策略示意图

算法 1 描述: Biased-Walk 算法针对的是图的一阶邻居，其中的 for 循环的意义是选取引力作用值最大的那个节点，算法 1 中的第 5 行表示输出引力作用值最大的节点的索引值。按照图论中的定义，该函数中的引力作用函数的分母(两个节点之间的距离)设定为 1。

算法 1. Biased-Walk (G, g)

输入: 图 $G=(V,E)$ ，引力作用矩阵 g 。

输出: 随机游走节点序列 w_i 。

1. $s \leftarrow []$
2. **for** a in $list((G.nodes))$ **do:** //遍历 $list((G.nodes))$
3. $value \leftarrow g_{ij}$ //节点 v_i 和 v_j 之间的引力作用值
4. Add value to list s //将 value 值添加到列表 s 中
5. Max (s) corresponds to the index //求出引力作用值最大的节点的序号
6. **end for**
7. **return** w_i

算法 2 描述: 算法 2 使用哈夫曼算法改进自然语言处理的 Skip-Gram 算法的目标函数，利用随机梯度下降法对目标函数进行优化。该算法的细节如下所示：第 3~8 行：外层 for 循环表示遍历给定节点 v_j 的随机游动序列中的每个节点。内层 for 循环表示以随机游动序列的每个节点为目标，目标节点前后的 ω 个节点与目标节点相结合。具体操作模式是使用随机梯度下降算法更新节点的初始向量矩阵。

算法 2. Skip-Gram (Φ, w_i, ω)

输入: $\Phi_{n \times d}$ ，随机游走生成的节点 v_i 的节点序列 w_i ，滑动窗口 ω 。

输出: $\Phi_{n \times d}$ 。

1. $\Phi_{n \times n} \leftarrow 0$
2. **for each** $v_j \in w_i$ **do** //遍历游走序列中的每一个节点

Continued

3. **for each** $v_j \in w_i [j - \omega : j + \omega]$ **do**
4. $J(\Phi) = -\log P(u_k | \Phi(v_j))$
5. $\Phi = \Phi - \frac{\partial J}{\partial \Phi}$ //使用随机梯度下降法优化目标函数
6. **end for**
7. **end for**
8. **return** $\Phi_{n \times d}$.

算法 3 描述: 第 6 步的作用: 利用 Biased-Walk 算法筛选出随机游走序列, 第 7 步我们采用自然语言处理模型中的 Skip-Gram 算法计算节点的向量表示。

算法 3. GRGE (G, ω, d, γ, t)

输入: 图 $G=(V, E)$, 窗口尺寸 ω , 嵌入维数 d , 随机游走长度 t , 节点的随机游走次数 γ , $\Phi_{n \times d}$, 节点 v_i 的节点序列 w_i 和引力作用矩阵 g 。

输出: 节点的向量表示 $\Phi_{n \times n}$ 。

1. $\Phi_{n \times n} \leftarrow 0$, $w_i \leftarrow 0$, 节点采样序列库 V
2. 从节点序列库 V 中构建二叉树 T
3. **for** $a=0$ **to** γ **do**
4. $O = \text{Shuffle}(V)$ //打乱节点集 V 中元素的顺序
5. **for each** $v_i \in O$ **do**
6. $w_i \leftarrow$ 算法 2(G, g) //Biased-Walk 算法生成节点序列
7. $\Phi_{n \times n} \leftarrow \text{Skip-Gram}(\Phi, w_i, \omega)$
8. **end for**
9. **end for**
10. **return** $\Phi_{n \times d}$.

5. 实验分析

我们使用 Log-Linear 算法中应用的 One-Vs-Rest 逻辑回归来为图中的节点做标记。然后选择任意百分比的标记节点作为训练数据, 剩余百分比的节点作为测试数据。在本实验中, 数据集的训练率分别设置为 10%、20%、30%、40%、50%、60%、70%和 80%, 基准算法的节点表示向量的维度设置为 60 维。

5.1. 实验环境及参数

本次实验中, 针对表 3 给定的五个数据集, 采取 10 次重复实验结果的平均值, 所有的实验结果均是在表 2 描述的实验环境及实验参数中计算所得。

Table 2. Experimental environment and experimental parameters
表 2. 实验环境及参数

参数	参数值
操作系统	Windows 10
RAM	8.00 GB
CPU	Intel(R) Core (TM) i5-7300HQ CPU@ 2.50GHz
节点的随机游走次数 γ	200
随机游走长度 t	15
窗口尺寸 ω	5
嵌入维数 d	60

5.2. 基准算法

DeepWalk 模型是最早提出的基于 Word2vec 的节点向量化模型。其主要思路, 就是利用构造节点在网络上的随机游走路径, 来模仿文本生成的过程, 提供一个节点序列, 然后用 Skip-Gram 和 Hierarchical-SoftMax 模型对随机游走序列中每个局部窗口内的节点对进行概率建模, 最大化随机游走序列的似然概率, 并使用最终随机梯度下降学习参数。

Struc2vec 模型的主要思想是如果两个节点在一个网络中拥有更多相似的结构, 它们应该具有更高的相似度。其基本思想可分为四个步骤: 第一步, 学习每对节点之间的结构相似性; 第二步, 构造加权多层网络; 第三步, 使用多层网络为每个节点生成一个节点序列; 第四步, 利用 Skip-Gram 模型学习节点的特征表示。

BRWW 模型的主要内容是利用节点嵌入向量的余弦相似性构造有偏随机游走策略, 并利用 Skip-Gram 模型输出节点表示向量。

5.3. 实验数据

本实验中, 我们采用 Dolphins¹、Polbooks²、Brazil³、Europe⁴ 和 PB⁵ (political blogs 的最大连通子图) 等 5 个数据集。其中 Brazil、Europe 和 PB 都是有向图, 由于 GRGE 模型并不关注图中节点之间的方向性, 于是在 GRGE 模型去除有向图的方向性, 视作无向图处理。具体信息见表 3 所示。

为了验证 GRGE 模型的有效性, 5.4 节分别在节点分类任务上将 GRGE 模型与三种模型在表 3 中的五个数据集中进行比较。

¹<http://www-personal.umich.edu/~mejn/netdata/>。

²<https://www.cc.gatech.edu/dimacs10/archive/clustering.shtml>。

³<http://www.anac.gov.br/>。

⁴<http://ec.europa.eu/>。

⁵<https://www.cc.gatech.edu/dimacs10/archive/clustering.shtml>。

Table 3. Experimental data set
表 3. 实验数据集

数据集	$ V $	$ E $	$\langle d \rangle$	$\langle c \rangle$	$\langle l \rangle$
Dolphin	62	159	5	0.3030	2
Polbooks	105	441	8	0.4875	3
Brazil	131	1074	23	0.6090	4
Europe	399	5995	30	0.5392	4
PB	1222	19,021	27	0.3600	2

5.4. 评价指标

为了评估 GRGE 模型在图中的效果，我们采用 $F1$ 分数[23]评估节点分类任务。这些指标的定义如下：

在多标签分类任务中， $F1-macro$ 表示所有标签的 $F1$ 分数。公式如下：

$$F1-macro = \frac{\sum_{i \in L} F1(i)}{|L|} \quad (3)$$

其中 $F1(i)$ 表示标签 i 的分数， L 表示标签的集合。

$F1-micro$ 计算所有类别的总的精确度和召回率全局计算 $F1$ 分数。其定义如下：

$$F1-micro = \frac{2PR}{P+R} \quad (4)$$

其中 P 和 R 分别是针对所有标签求得的精确度和召回率。 $TP(i)$ 、 $FP(i)$ 和 $FN(i)$ 分别表示在基本真值或预测中与标签 i 相关联的实例中的真阳性、假阳性和假阴性的数量。

5.5. 实验结果分析

本次实验主要针对表 3 的 5 个数据集在节点分类任务进行对比实验。

多标签分类结果分析

在图 6 中，除个别训练比例，GRGE 模型的 Micro-F1 值和 Macro-F1 值均优于 DeepWalk 模型、Struc2vec 模型和 BRWW 模型。这说明 GRGE 模型的标签分类能力强于这三种算法。其原因可能是较高的平均度增加了 GRGE 模型的标签分类能力。

在图 7 和图 8 中，相比于 DeepWalk 模型和 BRWW 模型，虽然 Europe 数据集和 PB 数据集的节点集和边集的规模相对较大，但是 GRGE 模型的标签分类能力仍有微弱的提升。这可以说明相比于基准算法，GRGE 模型在面对较大规模数据集时仍然可以保持一定的优势。

在图 9 中，我们发现 GRGE 模型对于数据集有较大的依赖性。但是 GRGE 模型的标签分类能力仍旧强于 DeepWalk 模型。

在图 10 中，随着训练比例的提升，由于 Dolphins 数据集的节点集和边集的数量较小，所以 GRGE 模型的标签分类能力强于 DeepWalk 模型和 Struc2vec 模型。而由于 Dolphins 数据集的直径相对较大，所以 GRGE 模型的标签分类能力弱于 BRWW 模型。

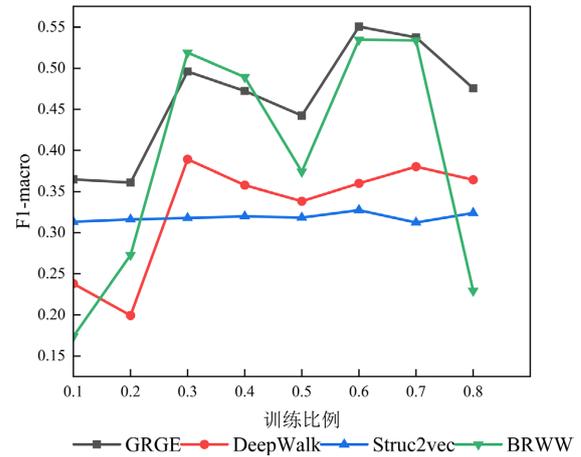
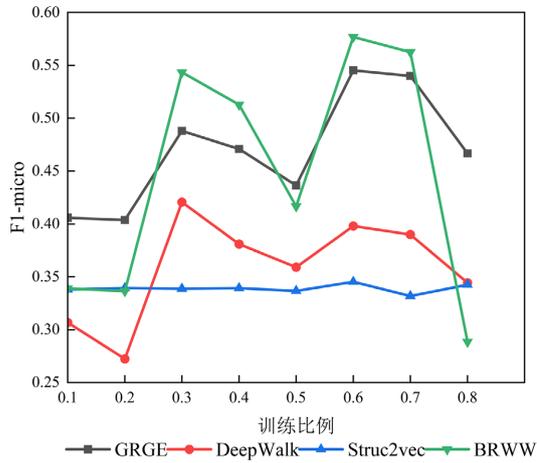


Figure 6. Experimental results of Brazil dataset
图 6. Brazil 数据集实验结果

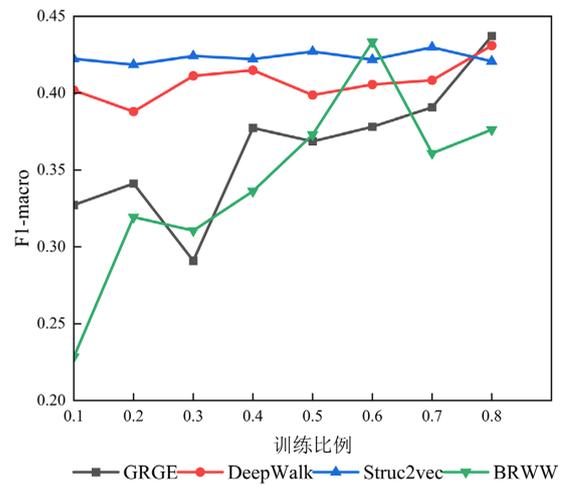
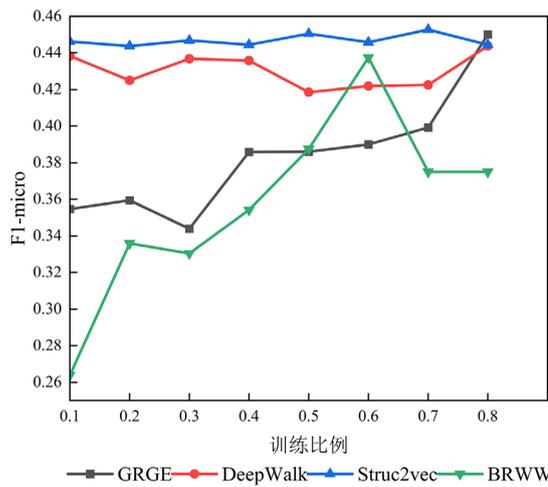


Figure 7. Experimental results of Europe dataset
图 7. Europe 数据集实验结果

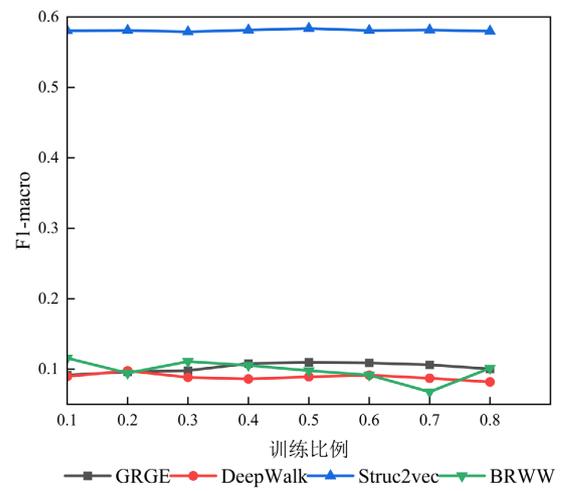
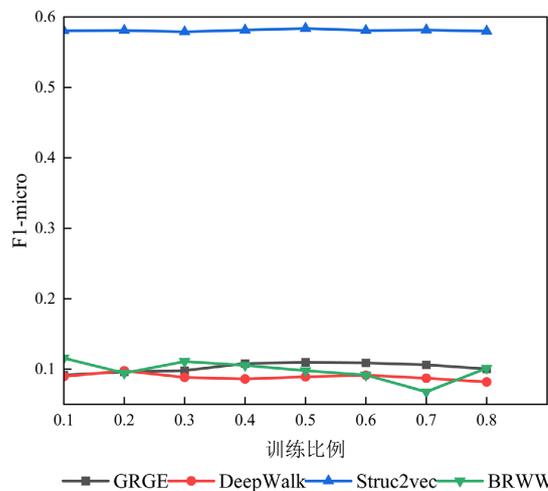


Figure 8. Experimental results of PB dataset
图 8. PB 数据集实验结果

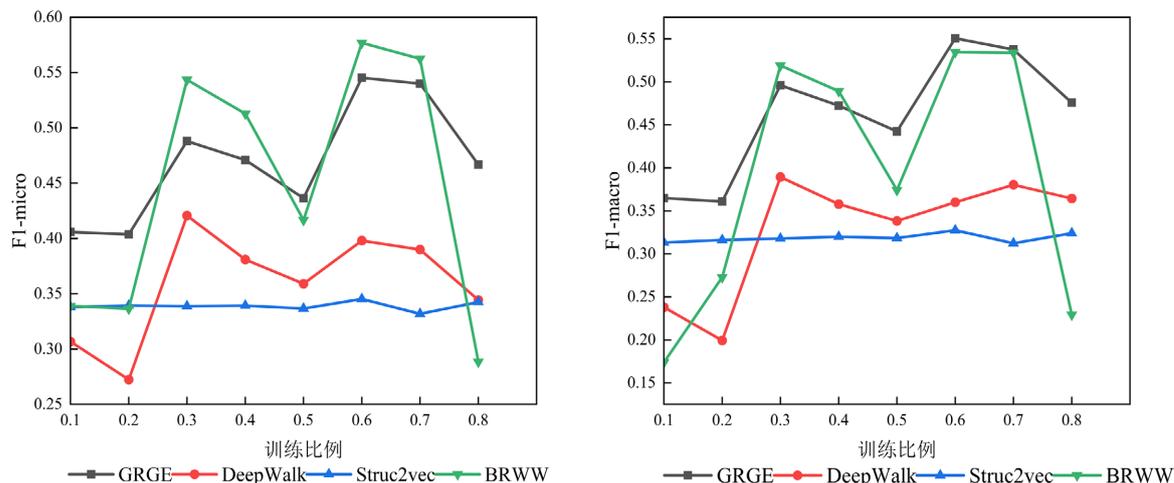


Figure 9. Experimental results of Polbooks dataset

图 9. Polbooks 数据集实验结果

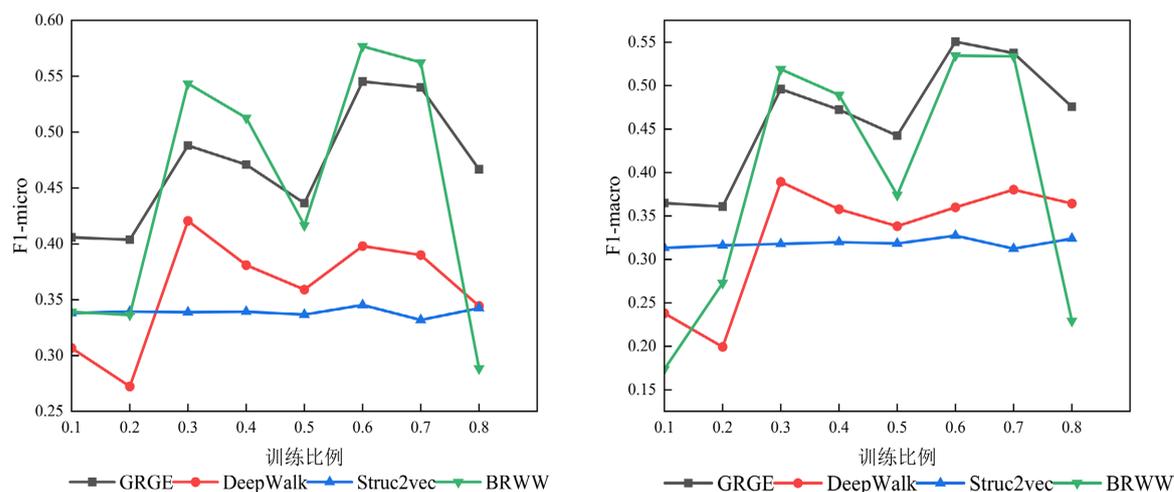


Figure 10. Experimental results of Dolphin dataset

图 10. Dolphin 数据集实验结果

GRGE 模型旨在利用引力作用融合节点和边的信息改进随机游走策略来量化节点间的联系,从物理学的角度将图中节点联系在一起,从而提升节点嵌入向量的精度。GRGE 模型的时间复杂度为“ $O(N \langle k \rangle) + O(N) + O(N \log(N))$ ”。虽然 GRGE 模型的时间复杂度高于 DeepWalk 模型的时间复杂度,但是 GRGE 模型可以更好的反映节点间的关系,一定程度上可以弥补时间复杂度较高对于该模型的影响。

6. 结论

针对无向图,我们提出了一种新的随机游走策略,结合 Skip-Gram 算法得到 GRGE 模型。同时我们的方法量化了图中节点之间的倾向性,使得 GRGE 模型能更好的应用于现实世界中的图。在多个不同的数据集的实验表明了我们的模型在节点分类任务中的有效性。由于实验条件的限制,目前无法在超大型图上实验该模型。

由于现实世界的图中包含着丰富的属性信息和结构信息,因此未来的工作将针对属性图展开研究,侧重于融合节点间的互信息和属性信息到引力作用策略中,提高嵌入的精度,降低算法的时间复杂度。

参考文献

- [1] Song, Y., Gu, Y., Li, F., et al. (2020) Survey on AI Powered New Techniques for Query Processing and Optimization. *Journal of Frontiers of Computer Science and Technology*, **14**, 1081-1103.
- [2] Ruan, Y.R., et al. (2017) Node Importance Measurement Based on Neighborhood Similarity in Complex Net-Work. *Journal of Physics*, **66**, 1-8. <https://doi.org/10.7498/aps.66.038902>
- [3] Guo, Y., Li, M., Pu, X., et al. (2010) PRED_PPI: A Server for Predicting Protein-Protein Interactions Based on Sequence Data with Probability Assignment. *BMC Research Notes*, **3**, Article No. 145. <https://doi.org/10.1186/1756-0500-3-145>
- [4] 罗浩, 闫光辉, 张萌, 等. 融合多元信息的多关系社交网络节点重要性研究[J]. 计算机研究与发展, 2020, 57(5): 954-970.
- [5] 刘维, 陈峻. 复杂网络中的链接预测[J]. 信息与控制, 2020, 49(1): 1-23.
- [6] Tang, H., Chen, K. and Jia, K. (2020) Unsupervised Domain Adaptation via Structurally Regularized Deep Clustering. *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Seattle, 14-19 June 2020, 8725-8735. <https://doi.org/10.1109/CVPR42600.2020.00875>
- [7] 杨旭华, 王磊, 叶蕾, 等. 基于节点相似性和网络嵌入的复杂网络社区发现算法[J]. 计算机科学, 2021, 49(3): 121-128.
- [8] Belkin, M. and Niyogi, P. (2001) Laplacian Eigenmaps and Spectral Techniques for Embedding and Clustering. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* 14, MIT Press, Cambridge, 585-591. <https://doi.org/10.7551/mitpress/1120.003.0080>
- [9] Roweis, S.T. and Saul, L.K. (2000) Nonlinear Dimensionality Reduction by Locally Linear Embedding. *Science*, **290**, 2323-2326. <https://doi.org/10.1126/science.290.5500.2323>
- [10] Luo, D., Nie, F., Huang, H. and Ding, C.H. (2011) Cauchy Graph Embedding. *Proceedings of the 28th International Conference on Machine Learning (ICML-11)*, Bellevue, 28 June-2 July 2011, 553-560.
- [11] Wang, X, Ji, H., Shi, C., et al. (2019) Heterogeneous Graph Attention Network. In: *Proceedings of International Conference on World Wide Web*, ACM Press, New York, 2022-2032. <https://doi.org/10.1145/3308558.3313562>
- [12] Wang, D., Cui, P. and Zhu, W. (2016) Structural Deep Network Embedding. In: *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, ACM Press, New York, 1225-1234. <https://doi.org/10.1145/2939672.2939753>
- [13] Mikolov, T., Chen, K., Corrado, G., et al. (2013) Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space.
- [14] Perozzi, B., Al-Rfou, R. and Skiena, S. (2014) Deepwalk: Online Learning of Social Representations. In: *Proceedings 20th International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, ACM Press, New York, 701-710. <https://doi.org/10.1145/2623330.2623732>
- [15] Grover, A. and Leskovec, J. (2016) node2vec: Scalable Feature Learning for Networks. In: *Proceedings of the 22nd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, ACM Press, New York, 855-864. <https://doi.org/10.1145/2939672.2939754>
- [16] Perozzi, B., Kulkarni, V., Chen, H., et al. (2017) Don't Walk, Skip: Online Learning of Multi-Scale Network Embeddings. In: *Proceedings of the 2017 IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining*, ACM Press, New York, 258-265. <https://doi.org/10.1145/3110025.3110086>
- [17] Chen, H., Perozzi, B., Hu, Y., et al. (2018) Harp: Hierarchical Representation Learning for Networks. In: *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, AAAI, Louisiana, 2127-2134. <https://doi.org/10.1609/aaai.v32i1.11849>
- [18] Schlötterer, J., Wehking, M., Rizi, F.S., et al. (2019) Investigating Extensions to Random Walk Based Graph Embedding. 2019 *IEEE International Conference on Cognitive Computing (ICCC)*, Milan, 8-13 July 2019, 81-89. <https://doi.org/10.1109/ICCC.2019.00026>
- [19] Zhou, Y., Wu, C. and Tan, L. (2021) Biased Random Walk with Restart for Link Prediction with Graph Embedding Method. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **570**, Article ID: 125783. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.125783>
- [20] Wu, X., Pang, H., Fan, Y., et al. (2021) ProbWalk: A Random Walk Approach in Weighted Graph Embedding. *Procedia Computer Science*, **183**, 683-689. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.02.115>
- [21] 腊志垚, 钱育蓉, 冷洪勇, 等. 基于随机游走的图嵌入研究综述[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(13): 1-13.
- [22] 祁志卫, 王箭辉, 岳昆, 等. 图嵌入方法与应用: 研究综述[J]. 电子学报, 2020, 48(4): 808-818.
- [23] Goyal, P. and Ferrara, E. (2018) Graph Embedding Techniques, Applications, and Performance: A Survey. *Knowledge-Based Systems*, **151**, 78-94. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2018.03.022>