Advances in Applied Mathematics **应用数学进展, 2024, 13(10), 4704-4713**
Published Online October 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2024.1310451

用逐步对冲方法求解不确定性下的水资源管理问题

李 敏，毛俊超*

海军潜艇学院基础部，山东 青岛

收稿日期：2024年9月25日；录用日期：2024年10月17日；发布日期：2024年10月30日

摘 要

水是人类生存和经济增长的一种稀缺和必不可少的资源，在不确定条件下合理分配有限的水资源对制定经济策略有重要意义。本文将一个农业灌溉系统的两阶段随机规划模型等价转化为两阶段随机变分不等式，然后运用逐步对冲方法求解。实验结果表明该算法能高效求解出合理稳定的最优解和最优目标函数值。

关键词

不确定性下的水资源管理，逐步对冲方法，两阶段随机变分不等式，两阶段随机规划

Solving Water Resources Management Problem under Uncertainty by a Progressive Hedging Method

Min Li, Junchao Mao*

Department of Basic Sciences, Navy Submarine Academy, Qingdao Shandong

Received: Sep. 25^{th}, 2024; accepted: Oct. 17^{th}, 2024; published: Oct. 30^{th}, 2024

* 通讯作者。

文章引用: 李敏, 毛俊超. 用逐步对冲方法求解不确定性下的水资源管理问题[J]. 应用数学进展, 2024, 13(10): 4704-4713. DOI: 10.12677/aam.2024.1310451

Abstract

Water is a vital yet limited resource essential for human survival and economic development. The rational allocation of constrained water resources under conditions of uncertainty holds significant importance for the formulation of effective economic strategies. This paper reformulates a two-stage stochastic programming model designed for agricultural irrigation systems into a two-stage stochastic variational inequality, subsequently solving it through a progressive hedging method. The experimental results show that the algorithm can find a reasonable and stable optimal solution and the optimal objective function value efficiently.

Keywords

Water Resources Management under Uncertainty, Progressive Hedging Method, Two-Stage Stochastic Variational Inequality, Two-Stage Stochastic Programming

1. 引言

水是人类生存和经济增长的一种稀缺和必不可少的资源。全球性的水危机使水资源的合理开发利用成为关系到社会经济发展和人类生存环境改善的重大问题。如何合理利用有限的水资源，已成为各级领导和学术界关注和讨论的问题。由于不确定因素，如自然水资源可用性的变化、复杂的相互关联的过程(如水的输送、分配和循环)、不可预测的市场环境和技术发展以及需求的波动等，高效的水资源分配是重要的，但也是困难的 [1–3]。

1991年Rockafellar 和Wets [4] 首次提出求解多阶段凸随机规划的逐步对冲方法(Progressive Hedging Method, 记作PHM)。2019年Rockafellar和Sun [5] 提出求解单调多阶段随机变分不等式的PHM，并在随机向量取有限多个实现值的条件下证明了该算法的收敛性。他们的数值实验表明，PHM在一般情况下是有效的, 特别是当随机变分不等式退化为随机线性互补问题时是非常有效的。2020 年Rockefallar和Sun [6] 研究了多阶段拉格朗日随机变分不等式问题。本文使用PHM求解农业灌溉系统的水资源管理问题。首先，使用离散化方案样本均值近似（Sample Average Approximation）将原两阶段随机规划模型离散化，然后将其等价转化为两阶段随机变分不等式，最后运用PHM求解离散两阶段随机变分不等式。

2. 不确定性下的水资源管理

考虑一个农业灌溉系统，该系统有m条地表河流和n个地下水源，可用于满足附近农业地区（包括i个农场）的用水需求。管理机构需要事先对每个农场承诺一个分配目标，这可以帮助农民制定他们的种植计划。如果承诺的水没有交付，利益将因罚款而减少。经济数据和流量分布都是不确定的。管理机构负责在灌溉期（从5月到8月）内从两个水源（即一个地下水含水层和一条地表河流）向h家农场分配水资源。地下水利用的成本包括：安装水井和水泵、将地下水抽至地表以及将井场的水输送给最终用户。相比之下，地表水利用仅需要考虑水的分配成本。规划期为15 年，分为l个相等的时段。水资源管理机构的目标是为用户确定一个能够使系统净收益最大化的分配目标 [7]。

水资源管理机构的问题可以表述为一个两阶段随机规划

$$
\begin{aligned}
\max_{T_{ik}\in\mathbb{R}^{2hl}} \quad & f := \sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{l}\sum_{m=1}(B_{imk}-A_{imk})T_{imk} + \sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{l}\sum_{n=2}(B_{ink}-A_{ink}-TR_{ink})T_{ink} \\
& - E\left[\vartheta_\xi(T_{ik}, D_{ik\xi})\right], \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^{l}\sum_{m=1} T_{imk}\delta_{im} + \sum_{k=1}^{l}\sum_{n=2} T_{ink}\delta_{in} \le BR_{\max i},\ \forall i, \\
& T_{imk} \ge 0,\ \forall i,m,k, \\
& T_{ink} \ge 0,\ \forall i,n,k.
\end{aligned} \tag{2.1}
$$

其中$\vartheta_\xi(T_{ik}, D_{ik\xi})$ 是第二阶段问题的最优值

$$
\begin{aligned}
\min_{D_{ik\xi}\in\mathbb{R}^{2hl}} \quad & \sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{l}\sum_{m=1} C_{imk\xi}D_{imk\xi} + \sum_{i=1}^{h}\sum_{k=1}^{l}\sum_{n=2} C_{ink\xi}D_{ink\xi} \\
\text{s.t.} \quad & q_{m\xi} \ge \sum_{i=1}^{h}(T_{imk}-D_{imk\xi})\delta_{im},\ \forall m,k, \\
& q_{n\xi} \ge \sum_{i=1}^{h}(T_{ink}-D_{ink\xi})\delta_{in},\ \forall n,k, \\
& \sum_{k=1}^{l}\sum_{m=1}(T_{imk}-D_{imk\xi})\delta_{im} + \sum_{k=1}^{l}\sum_{n=2}(T_{ink}-D_{ink\xi})\delta_{in} \ge BR_{\min i},\ \forall i, \\
& (T_{imk}-D_{imk\xi})\delta_{im} \le c_{im\xi},\ \forall i,m,k, \\
& (T_{ink}-D_{ink\xi})\delta_{in} \le c_{in\xi},\ \forall i,n,k, \\
& \sum_{k=1}^{l}\sum_{m=1} D_{imk\xi}\delta_{im} + \sum_{k=1}^{l}\sum_{n=2} D_{ink\xi}\delta_{in} \le H_{i\xi},\ \forall i, \\
& \sum_{i=1}^{h}\sum_{m=1} D_{imk\xi}\delta_{im} + \sum_{i=1}^{h}\sum_{n=2} D_{ink\xi}\delta_{in} \le G_{k\xi},\ \forall k, \\
& T_{imk} \ge D_{imk\xi} \ge 0,\ \forall i,m,k, \\
& T_{ink} \ge D_{ink\xi} \ge 0,\ \forall i,n,k.
\end{aligned} \tag{2.2}
$$

这里

i：农场指标，其中$i=1,2,...,h$；

m：地表水源指标，其中$m=1$；

n：地下水源指标，其中$n=2$；

k：规划期指标，其中$k=1,2,...,l$；

f：系统净效益；

B_i：单位水量分配给用户i的效益；

A_{im}：从地表水源m向农场i分配单位水的成本；

A_{in}：从地下水源n向农场i分配单位水的成本；

TR_n：从地下水源n抽取每单位水的成本；

T_{im}：地表水源m承诺给用户i的水量分配目标（第一阶段决策变量）；

T_{in}：地下水源n承诺给用户i的分配目标（第一阶段决策变量）；

$E[x]$：随机变量x的期望值；

$C_{ik\xi}$：未交付的每单位水量向用户i支付的惩罚性水费补偿（$C_{imk\xi}=C_{ink\xi}$）；

$D_{imk\xi}$：地表水源m的流入水量为q_m时，未达到分配水量目标T_{im}的量（第二阶段决策变量）；

$D_{ink\xi}$：地下水源n的流入水量为q_n时，未达到分配水量目标T_{in}的量（第二阶段决策变量）；

$q_{m\xi}$：地表水源m的可利用水量；

$q_{n\xi}$：地下水源n的可利用水量；

δ_{im}：地表水源m向农场i在运输阶段水损失的变化因子；

δ_{in}：地下水源n向农场i在运输阶段水损失的变化因子；

$BR_{\min i}$：农场i的最小需水量；

$BR_{\max i}$：农场i的最大需水量；

$c_{im\xi}$：河流m与农场i之间的运河容量；

$c_{in\xi}$：井场n与农场i之间的运河容量；

$H_{i\xi}$：用户i在规划期内的最大总缺水量；

$G_{k\xi}$：所有用户在规划期k内的最大总缺水量；

$\xi := (C_{ik\xi}, q_{m\xi}, q_{n\xi}, c_{im\xi}, c_{in\xi}, H_{i\xi}, G_{k\xi}, \forall m, n, i, k)^T$，随机向量；

P_ξ: 表示P与随机向量ξ有关。

设$x=(T_{imk}, T_{ink},\ \forall m, n, i, k)^T$为第一阶段决策向量。设$y_\xi=(D_{imk\xi}, D_{ink\xi},\ \forall m, n, i, k)^T$ 为第二阶段决策向量，它取决于第一阶段决策的选择和随机向量ξ的实际实现值。目标是在x和y_ξ的可行性约束下，使第一阶段规划效益减去第二阶段成本的期望值最大化。

使用离散化方案样本均值近似对随机规划(2.1)-(2.2)进行离散化，即取有限个独立同分布的情景$\xi_j\in\Xi$，$j=1,2,\ldots,K$，每个情景的概率均为$1/K$。那么，

$$E\left[\vartheta_\xi(T_{ik}, D_{ik\xi})\right] \approx \sum_{j=1}^{K} \frac{1}{K} \vartheta_{\xi_j}(T_{ik}, D_{ik\xi_j}).$$

由文献 [8]的定理5.3可知当情景数K趋于无穷时，样本均值近似问题与原问题的解集近似。

考虑向三家($h=3$)分别种植苜蓿、土豆和小麦的农场分配水资源，规划期分为三个($l=3$)相等的时段。设$0_{m\times n}$表示所有元素为零的$m\times n$矩阵。记

$$
\begin{aligned}
&B=(B_{imk},B_{ink},\ \forall m,n,i,k)^T,\\
&A=(A_{imk},A_{ink},\ \forall m,n,i,k)^T,\\
&TR=(0_{9\times 1},TR_{ink},\ \forall n,i,k)^T,\\
&C_j=(C_{imk\xi_j},C_{ink\xi_j},\ \forall n,i,k)^T,\\
&y_j=y_{\xi_j},\\
&\hat{\delta}=(\delta_{im},\delta_{in},\ \forall m,n,i)^T.
\end{aligned}
$$

对于给定的正整数β，γ 和ς，用I_β 表示$\beta\times\beta$ 单位矩阵，用$I_\beta^{(\gamma)}$表示由γ块I_β构成的$\beta\times\beta\gamma$矩阵，即$I_\beta^{(\gamma)}=(I_\beta,\ldots,I_\beta)$，用$\mathrm{diag}(\hat{v})$表示对角矩阵，其第$(i,i)$项元素等于向量$\hat{v}$的第$i$项元素，其余元素为零。用$\mathrm{Diag}(A,\varsigma)$表示$\varsigma$ 块A构成的块对角矩阵，用$e^{(\gamma)}$表示所有元素均为1的γ-维列向量。定义

$$
\begin{aligned}
&\Delta=\mathrm{diag}(\hat{\delta}),\ M_1=\left(\mathrm{Diag}({e^{(3)}}^T,3),\mathrm{Diag}({e^{(3)}}^T,3)\right)\Delta,\ M_2=\begin{pmatrix} I_3^{(3)} & 0_{6\times 9}\\ 0_{6\times 9} & I_3^{(3)}\end{pmatrix},\\
&M_3=-M_1,\ M_4=\Delta,\ M_5=-I_{18},\ M_6=M_1,\ M_7=I_3^{(6)}\Delta,\\
&b_1=(BR_{\max i},\ \forall i)^T,\ b_{2j}=(q_{m\xi_j},q_{m\xi_j},q_{m\xi_j},q_{n\xi_j},q_{n\xi_j},q_{n\xi_j})^T,\\
&b_3=(-BR_{\min i},\forall i)^T,\ b_{4j}=(c_{1m\xi_j},c_{1m\xi_j},c_{1m\xi_j},c_{2m\xi_j},c_{2m\xi_j},c_{2m\xi_j},...,c_{3n\xi_j})^T,\\
&b_5=0_{18\times 1},\ b_{6j}=(H_{i\xi_j},\ \forall i)^T,\ b_{7j}=(G_{k\xi_j},\ \forall k)^T,\\
&\hat{M}=(M_2^T,M_3^T,M_4^T,M_5^T,0_{6\times 18}^T),\ \tilde{M}=-(M_2^T,M_3^T,M_4^T,M_5^T,-M_6^T,-M_7^T),\\
&\tilde{b}_j=(b_{2j}^T,b_3^T,b_{4j}^T,b_5^T,b_{6j}^T,b_{7j}^T)^T.
\end{aligned}
$$

因此，(2.1)-(2.2)的离散近似形式为

$$
\min_{x\in X}\quad c(x)+\sum_{j=1}^{K}\frac{1}{K}\vartheta(T_{\xi_j}(x),\xi_j),\quad \text{s.t.}\quad \phi(x)\le 0, \tag{2.3}
$$

其中$\vartheta(T_{\xi_j}(x),\xi_j)$是第二阶段问题的最优值

$$
\min_{y_j\in Y}\quad q_{\xi_j}(y_j)\quad \text{s.t.}\quad T_{\xi_j}(x)+W_{\xi_j}(y_j)\le 0. \tag{2.4}
$$

这里$c(x)=(-B+A+TR)^Tx$，$X=\mathbb{R}_+^{18}$，$q_{\xi_j}(y_j)=C_j^Ty_j$，$Y=\mathbb{R}_+^{18}$，$\phi(x)=M_1x-b_1$，$T_{\xi_j}(x)=\hat{M}^Tx$，对于$j=1,...,K$，$W_{\xi_j}(y_j)=\tilde{M}^Ty_j-\tilde{b}_j$。

显然，对于两阶段随机规划(2.3)-(2.4)，文献 [9]中假设3.1成立，由文献 [9]中定理3.1 可知，(2.3)-(2.4)等价于两阶段随机互补问题

$$
0\le\left(\nabla c(x)+\sum_{j=1}^{K}\frac{1}{K}\nabla T_{\xi_j}(x)^T\pi_j+\nabla\phi(x)^T\lambda\right)\perp x\ge 0,\ 0\le-\phi(x)\perp\lambda\ge 0, \tag{2.5}
$$

$$0 \le \left(\nabla q_{\xi_j}(y_j) + \nabla W_{\xi_j}(y_j)^T \pi_j\right) \perp y_j \ge 0,\ 0 \le \left(-T_{\xi_j}(x) - W_{\xi_j}(y_j)\right) \perp \pi_j \ge 0, \tag{2.6}$$

其中$\lambda \in \mathbb{R}_+^3$为约束$\phi(x) \le 0$的拉格朗日乘子，与$\xi$无关，$\pi_j \in \mathbb{R}_+^{51}$为约束$T_{\xi_j}(x) + W_{\xi_j}(y_j) \le 0$的拉格朗日乘子，与$\xi$有关。$\nabla c(x) = -B + A + TR$，$\nabla \phi(x) = M_1^T$，$\nabla T_{\xi_j}(x) = \hat{M}$，$\nabla q_{\xi_j}(y_j) = C_j$，$\nabla W_{\xi_j}(y_j) = \tilde{M}$。

接下来，列出文献 [5]中的PHM，用于求解(2.5)-(2.6)。

算法1. PHM

初始步. 给定初始点$x^0 \in \mathbb{R}_+^{18}$，$\lambda^0 \in \mathbb{R}_+^3$，令$x_j^0 = x^0 \in \mathbb{R}_+^{18}$，$\lambda_j^0 = \lambda^0 \in \mathbb{R}_+^3$，$y_j^0 \in \mathbb{R}_+^{18}$，$\pi_j^0 \in \mathbb{R}_+^{51}$ 和$w_j^0 \in \mathbb{R}^{18}$，$v_j^0 \in \mathbb{R}^3$，$j = 1, ..., K$，使得$\frac{1}{K}\sum_{j=1}^K w_j^0 = 0$，$\frac{1}{K}\sum_{j=1}^K v_j^0 = 0$。选择步长$r > 0$。设置$\nu = 0$。

步骤 1. 对于$j = 1, 2, ..., K$，找到$(\hat{x}_j^\nu, \hat{\lambda}_j^\nu, \hat{y}_j^\nu, \hat{\pi}_j^\nu)$ 解决互补问题

$$\begin{aligned}
&0 \le x_j \perp \nabla c(x_j) + \nabla T_{\xi_j}(x_j)^T \pi_j + \nabla \phi(x_j)^T \lambda_j + r(x_j - x_j^\nu) + w_j^\nu \ge 0,\\
&0 \le \lambda_j \perp -\phi(x_j) + r(\lambda_j - \lambda_j^\nu) + v_j^\nu \ge 0,\\
&0 \le y_j \perp \nabla q_{\xi_j}(y_j) + \nabla W_{\xi_j}(y_j)^T \pi_j + r(y_j - y_j^\nu) \ge 0,\\
&0 \le \pi_j \perp -T_{\xi_j}(x_j) - W_{\xi_j}(y_j) + r(\pi_j - \pi_j^\nu) \ge 0.
\end{aligned}$$

设置$\bar{x}^{\nu+1} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^K \hat{x}_j^\nu$，$\bar{\lambda}^{\nu+1} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^K \hat{\lambda}_j^\nu$。对于$j = 1, ..., K$，更新

$$\begin{aligned}
&x_j^{\nu+1} = \bar{x}^{\nu+1}, \quad \lambda_j^{\nu+1} = \bar{\lambda}^{\nu+1}, \quad y_j^{\nu+1} = \hat{y}_j^\nu, \quad \pi_j^{\nu+1} = \hat{\pi}_j^\nu,\\
&w_j^{\nu+1} = w_j^\nu + r(\hat{x}_j^\nu - x_j^{\nu+1}), \quad v_j^{\nu+1} = v_j^\nu + r(\hat{\lambda}_j^\nu - \lambda_j^{\nu+1}).
\end{aligned}$$

步骤 2. 设置$\nu := \nu + 1$；返回步骤 *1*。

下面定义PHM的停机准则。

停机准则

$$\begin{cases}
\eta_1 = \left| \left(\left(\nabla c(x) + \sum_{j=1}^K \frac{1}{K} \nabla T_{\xi_j}(x)^T \pi_j + \nabla \phi(x)^T \lambda \right)^T, -\phi(x)^T \right) (x^T, \lambda^T)^T \right|;\\
\eta_2(j) = \left| \left(\left(\nabla q_{\xi_j}(y_j) + \nabla W_{\xi_j}(y_j)^T \pi_j \right)^T, \left(-T_{\xi_j}(x) - W_{\xi_j}(y_j) \right)^T \right) (y_j^T, \pi_j^T)^T \right|;\\
\eta = \max\left\{\eta_1, \max\{\eta_2(j),\ j = 1, 2, \ldots, K\}\right\};\\
\eta < 10^{-2}.
\end{cases} \tag{2.7}$$

这里η_1是(2.5)的互补形式标量积的绝对值。对于每一个情景j，$j = 1, 2, ..., K$，$\eta_2(j)$是(2.6)的互补形式标量积的绝对值。当$\eta < 10^{-2}$时，算法停止。显然，如果$\eta < 10^{-2}$，那么η_1和每个$\eta_2(j)$，$j = 1, 2, ..., K$都将小于10^{-2}。

3. 数值实验

本节应用PHM [5]求解农业灌溉系统水资源分配问题(2.3)-(2.4)等价的两阶段随机互补问

题(2.5)-(2.6)，经济数据主要来源于文献 [7]。将河流的流入水平分为三类：低、中、高流入水平发生概率分别为0.2，0.6，0.2，将地下水的流入水平分为三类：低、中、高流入水平发生概率分别为0.1，0.8，0.1。表 1、表 2分别给出固定参数的取值和随机参数的取值范围。本文所有实验均在笔记本电脑Windows 10操作系统下进行的，CPU为Intel Core i5-7200U，频率为2.50 GHZ，内存为8GB。所有代码用MATLAB R2018b编写。

Table 1. Fixed parameters

表 1. 固定参数

		苜蓿$(i=1)$	土豆$(i=2)$	小麦$(i=3)$
B_i	$k=1$	45.6	44.35	43.45
	$k=2$	50.5	47.45	47.7
	$k=3$	53.65	50.55	48.55
A_{im}	$k=1$	25.5	21.45	19.5
	$k=2$	26.7	22.85	19.55
	$k=3$	27.4	23.6	21.65
A_{in}	$k=1$	4.5	2.45	1
	$k=2$	4.75	2.75	1.3
	$k=3$	5.1	3	1.55
TR_n	$k=1$	21.5	21.5	21.5
	$k=2$	25.5	25.5	25.5
	$k=3$	27	27	27
BR_{maxi}		23.5	22.5	26.65
BR_{mini}		1.75	1.6	3
δ_{im}		1.09:1.09	1.22:1.225	1.285:1.29
δ_{in}		1.13:1.125	1.2:1.19	1.34:1.335

Table 2. Stochastic variables following uniform distribution in the intervals

表 2. 随机变量在区间内服从均匀分布

		苜蓿$(i=1)$	土豆$(i=2)$	小麦$(i=3)$
$C_{ik\xi}$	$k=1$	[30.2,31.1]	[29.1,29.6]	[28.2,28.9]
	$k=2$	[35.3,35.6]	[32.4,33.0]	[32.8,33.3]
	$k=3$	[38.9,39.2]	[36.1,36.5]	[34.0,34.5]
$c_{im\xi}$		[6.0,6.2]	[4.5,4.8]	[4.0,4.5]
$c_{in\xi}$		[7.0,7.2]	[5.5,5.6]	[5.0,5.8]
$H_{i\xi}$		[40,45]	[35,40]	[40,42]
$G_{k\xi}$	$k=1$		[39.0,42.0]	
	$k=2$		[34.0,38.0]	
	$k=3$		[37.0,40.0]	
$q_{m\xi}$			[13.5,26.75]	
$q_{n\xi}$			[5.75,19.75]	

问题的维数是$[(x,\lambda)$的维数，(y_j,π_j)的维数$]$ $=$ [21，69]。随机变量ξ的维数是23。设置参数$r=1$，情景数量(sn) 从100增加到1000。对于每个sn，随机重复20次实验，表 3中记录了平均迭代次数、平均CPU时间（秒）以及目标函数平均值。图 1绘制了计算得到的解$\bar{x}$的四个元素$\bar{T}_{1m2}$，$\bar{T}_{1n2}$，$\bar{T}_{1n3}$，$\bar{T}_{2n1}$关于sn的收敛趋势。由图 1可以看出，当sn达到800 时解趋于稳定。图 2列出了情

景数sn为1000时随机一次实验中各农场的最优第一阶段分配目标。

Table 3. Numerical results by PHM while scenario number sn increases

表 3. 情景数sn增加时PHM的数值结果

情景数	平均迭代数	平均用时(秒)	平均目标函数值
100	4611.6	189.9	1347.56
300	5719.7	727.9	1347.95
500	6208.4	1310.8	1346.78
800	7093.9	2411.1	1346.93
1000	7303.3	3117.4	1346.21

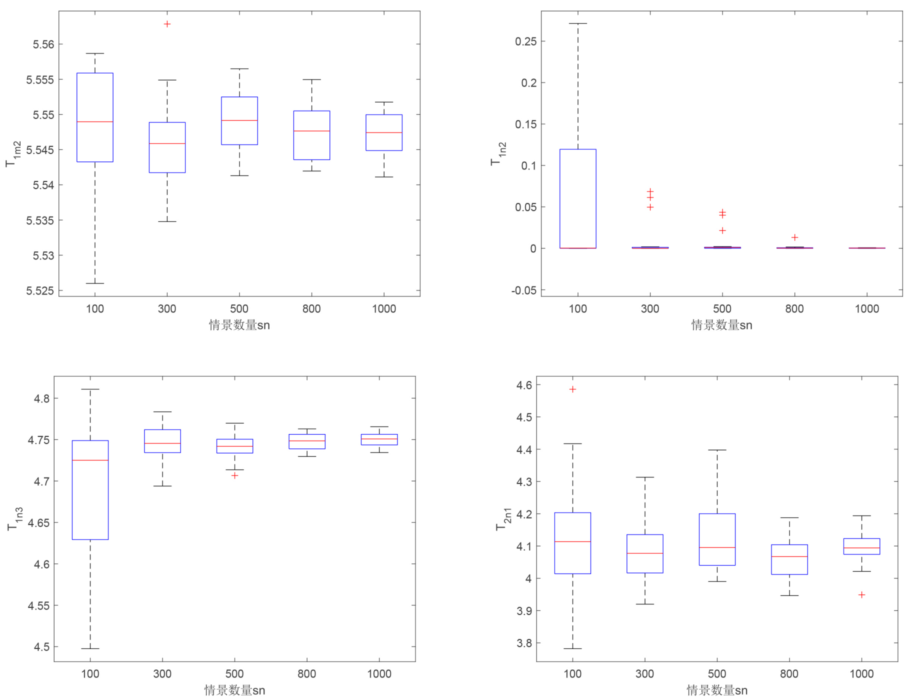

Figure 1. Convergence of $\bar{T}_{1m2}, \bar{T}_{1n2}, \bar{T}_{1n3}, \bar{T}_{2n1}$ for $r = 1$

图 1. $\bar{T}_{1m2}, \bar{T}_{1n2}, \bar{T}_{1n3}, \bar{T}_{2n1}$在$r = 1$ 时的收敛性

使用PHM求解水资源分配问题相对于文献 [7]中的非精确粗区间两阶段随机规划方法，计算结果精确，无论是第一阶段最优解还是第二阶段最优解，均不是区间形式。而且使用PHM求得的最优目标函数值在文献 [7]中非精确粗区间两阶段随机规划方法给出的目标函数值计算结果区间内，这说明使用PHM方法求解此类问题合理可行。另外，对于不同情景下的情形，PHM都能快速给出最优解和最优净收益目标函数值。

4. 结论

本文将两阶段随机规划描述的不确定性下的水资源管理问题等价转化为两阶段随机变分不等式，运用逐步对冲方法对一个农业灌溉系统的水资源分配问题进行求解。实验结果表明情景数量

Figure 2. Optimized allocation targets for farms
图 2. 农场最优分配目标

越多，运用逐步对冲方法求得的解越稳定，所求系统净收益值也在合理范围内。与非精确粗区间两阶段随机规划方法相比，对于随机变量取任意情景的情况，逐步对冲方法都可以给出一个确定的解，而非区间解，这为水资源管理者配置水资源提供了有意义的参考价值。

参考文献

[1] Huang, G.H. and Loucks, D.P. (2000) An Inexact Two-Stage Stochastic Programming Model for Water Resources Management under Uncertainty. *Civil Engineering and Environmental Systems*, **17**, 95-118. https://doi.org/10.1080/02630250008970277

[2] Niu, G., Li, Y.P., Huang, G.H., Liu, J. and Fan, Y.R. (2016) Crop Planning and Water Resource Allocation for Sustainable Development of an Irrigation Region in China under Multiple Uncertainties. *Agricultural Water Management*, **166**, 53-69. https://doi.org/10.1016/j.agwat.2015.12.011

[3] Wang, Y.Y., Huang, G.H., Wang, S. and Li, W. (2015) A Stochastic Programming with Imprecise Probabilities Model for Planning Water Resources Systems under Multiple Uncertainties. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **30**, 2169-2178. https://doi.org/10.1007/s00477-015-1134-1

[4] Rockafellar, R.T. and Wets, R.J.-B. (1991) Scenarios and Policy Aggregation in Optimization under Uncertainty. *Mathematics of Operations Research*, **16**, 119-147. https://doi.org/10.1287/moor.16.1.119

[5] Rockafellar, R.T. and Sun, J. (2018) Solving Monotone Stochastic Variational Inequalities and Complementarity Problems by Progressive Hedging. *Mathematical Programming*, **174**, 453-471. https://doi.org/10.1007/s10107-018-1251-y

[6] Rockafellar, R.T. and Sun, J. (2020) Solving Lagrangian Variational Inequalities with Applications to Stochastic Programming. *Mathematical Programming*, **181**, 435-451. https://doi.org/10.1007/s10107-019-01458-0

[7] Lu, H., Huang, G. and He, L. (2009) Inexact Rough-Interval Two-Stage Stochastic Programming for Conjunctive Water Allocation Problems. *Journal of Environmental Management*, **91**, 261-269. https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2009.08.011

[8] Shapiro, A., Dentcheva, D. and Ruszczyński, A. (2009) Lectures on Stochastic Programming. Society for Industrial and Applied Mathematics. https://doi.org/10.1137/1.9780898718751

[9] Li, M. and Zhang, C. (2020) Two-Stage Stochastic Variational Inequality Arising from Stochastic Programming. *Journal of Optimization Theory and Applications*, **186**, 324-343. https://doi.org/10.1007/s10957-020-01686-x