

# 基于蚁群优化算法模型的生产过程决策问题研究

李亚男<sup>1</sup>, 刁志辉<sup>2</sup>

<sup>1</sup>广东理工学院基础课教学研究部, 广东 肇庆

<sup>2</sup>广东理工学院信息技术学院, 广东 肇庆

收稿日期: 2024年9月25日; 录用日期: 2024年10月17日; 发布日期: 2024年10月25日

## 摘要

本文针对电子产品生产过程中的零配件与成品质量控制问题, 提出了一种结合蚁群优化算法的数学模型。该模型旨在优化检测策略与生产决策, 以达到最小化成本或最大化利润的最优决策。在多种变量、多道工序和复杂决策空间环境下, 通过模拟不同情形, 模型提供了详细的决策方案与指标结果, 为企业提供了科学的生产管理依据。

## 关键词

生产决策, 二项分布, 最优决策, 蚁群优化算法

# Research on Production Process Decision Problem Based on Ant Colony Optimization Algorithm Model

Ya'nan Li<sup>1</sup>, Zhihui Diao<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Basic Courses, Guangdong Polytechnic College, Zhaoqing Guangdong

<sup>2</sup>College of Information Technology, Guangdong Polytechnic College, Zhaoqing Guangdong

Received: Sep. 25<sup>th</sup>, 2024; accepted: Oct. 17<sup>th</sup>, 2024; published: Oct. 25<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

This paper addresses the issue of quality control for components and finished products in the electronic manufacturing process, proposing a mathematical model that integrates the Ant Colony

**Optimization (ACO) algorithm. The model aims to optimize inspection strategies and production decisions to achieve the optimal solution of minimizing costs or maximizing profits. In a multi-variable, multi-process, and complex decision-making environment, the model simulates various scenarios and provides detailed decision-making plans and performance indicators. This offers enterprises a scientific basis for production management.**

## Keywords

**Production Decision, Binomial Distribution, Optimal Decision, Ant Colony Optimization Algorithm**

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 背景

随着电子产品制造行业的蓬勃兴起,某企业正处于快速发展的关键阶段,但同时也面临着严峻的供应链管理和质量控制挑战。该企业高度依赖于两种核心零配件来组装其市场畅销的电子产品。然而,这两种零配件的质量状况直接决定成品的合格率,进而对企业的市场声誉、客户满意度以及经济效益产生深远影响。

## 2. 问题提出

问题一: 供应商保证一批零配件的次品率不超过 10%,但企业需通过抽样检测来验证这一说法,并自行承担检测费用。为减少检测成本,需设计一个高效的抽样方案。该方案需满足两种情形下的决策要求:一是当在 95%的置信水平下检测到次品率确实超过 10%时,企业应拒收这批零配件;二是当在 90%的置信水平下确认次品率未超过 10%时,企业应接收这批零配件。

问题二: 针对含有  $m$  道工序、 $n$  个零配件的生产过程,在已知零配件、半成品及成品次品率的情况下,需设计一个生产决策方案。以 2 道工序、8 个零配件的具体数值为例,需明确如何根据次品率数据制定优化生产流程、减少次品输出的策略,并阐述决策依据及衡量决策效果的指标。

## 3. 问题分析

对于问题一,设计一个检测次数尽可能少的抽样检测方案,需要构建一个数学模型来设计抽样检测方案和根据统计学原理来确定所需的样本量  $n$ ,并使用 Kolmogorov-Smirnov 检验来检验零配件的次品率。

对于问题二,该过程含有两道工序,工序 1 为零件合成半成品,工序 2 为半成品装配成成品。因此需要在这两道工序的过程中,算出检测、装配、拆解的总成本,并且求得最优策略的最少成本方案。这一问题的核心是如何在更复杂的生产链条中优化检测、装配以及不合格产品的处理,目标是 minimized 成本。

## 4. 问题求解

### 4.1. 问题一模型的建立求解

#### 4.1.1. 理论准备

(1) 正态近似二项分布

在众多连续型概率分布中,正态分布无疑占据着核心地位。这一地位的奠定,首要源于其广泛适用

性——自然界与社会科学领域的诸多数据现象，均展现出与正态分布相吻合的分布规律。其次，正态分布的卓越特性在于其计算的便捷性，使得统计分析与推断过程大为简化。尤为关键的是，众多关键的统计量均以正态分布为基础构建，这不仅丰富了统计学的理论体系，也极大地促进了统计方法在实际应用中的广泛性和精确性。因此，正态分布在统计学中不仅是一个理论模型，更是连接理论与实践、简化复杂问题的重要桥梁。

## (2) Kolmogorov-Smirnov 检验:

使用 Kolmogorov-Smirnov 检验比较样本的经验分布函数与理论分布函数，在这里我们可以比较本次品率的分布与标称的次品率 10% 之间的差异。对于比例  $P$ ，在大样本情况下，样本比例  $\hat{P}$  的分布可以近似为正态分布。

### 4.1.2. 模型的建立

#### Step 1: 置信区间的构造:

假设在大样本 ( $nP > 5, n(1-P) > 5$ ) 下， $x$  相互独立，利用中心极限方法，可以把二项分布问题转化成正态分布问题，然后近似地去求解[1]。

其服从标准正态分布，由于  $P$  未知，可用样本方差代替总体方差，则次品率  $P$  在置信水平  $1-\alpha$  下，置信区间为：

$$\left[ \hat{P} - Z \cdot \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}, \hat{P} + Z \cdot \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}} \right]$$

为了保证样本比例  $\hat{P}$  在  $p_0$  的  $d$  范围内，需要满足以下条件：

$$\begin{aligned} Z \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} &\leq d \\ Z^2 \cdot \frac{p_0(1-p_0)}{n} &\leq d^2 \\ n &\geq \frac{Z^2 p_0(1-p_0)}{d^2} \end{aligned}$$

由上述不等式可以得到：

$$n = \frac{Z^2 p_0(1-p_0)}{d^2}$$

#### Step 2: 检验统计量

使用二项分布的正态近似来计算检验统计量  $Z$  [2]：

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

#### Step 3: 确定临界值

在 95% 的信度下，查找标准正态分布表，找到对应的临界值  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ 。

对于单尾检验， $Z_{0.05} \approx 1.645$ 。

- 如果计算得到的  $Z$  值大于  $Z_{0.05}$ ，认为次品率超过标称值。
- 如果  $Z$  值小于或等于  $Z_{0.05}$ ，则认为次品率未超过标称值

在 90% 的信度下，查找标准正态分布表，找到对应的临界值  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645$  对于单尾检验， $Z_{0.1} \approx 1.282$ 。

- 如果计算得到的  $Z$  值大于  $Z_{0.1}$ , 认为次品率超过标称值。
- 如果  $Z$  值小于或等于  $Z_{0.1}$ , 则认为次品率未超过标称值

#### 4.1.3. 理论值计算与结果

计算方案 1:

在 95% 的信度下认定零配件次品率超过标称值, 则拒收这批零配件。所以显著性水平  $\alpha = (1 - 95\%) = 5\% = 0.05$ , 置信水平为 95%, 对应的  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ 。

带入公式可得出  $n_0 = 138.3$  取整为 139, 其中的次品数为  $k$ , 可以计算该方案样本次品率为:

$$\hat{p} = \frac{k}{n_0}$$

计算方案 2:

在 90% 的信度下认定零配件次品率不超过标称值, 则接收这批零配件。

所以显著性水平  $\alpha = (1 - 90\%) = 10\% = 0.1$ , 置信水平为 95%, 对应的  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645$  带入公式可得出  $n_0 = 97.4$ , 取整为 98, 其中的次品数为  $k$ 。

可以计算该方案样本次品率为:

$$\hat{p} = \frac{k}{n_0}$$

得到理论检测次数尽可能少的抽样检测方案结果:

在 95% 的信度下认定零配件次品率超过标称值, 则拒收这批零配件, 我们至少需要抽样次数为 139。

在 90% 的信度下认定零配件次品率不超过标称值, 则接收这批零配件, 我们至少需要抽样次数为 98。

#### 4.1.4. 进行模拟实验和模型检验

为了检验模型正确性, 首先使用 matlab 直观地看出随着次品率的变化, 接收概率如何变化, 以及样本数量对这种关系的影响。再进行不同次品率和样本数量的接收概率进行模拟抽样, 并且将结果可视化。结果如下图 1。

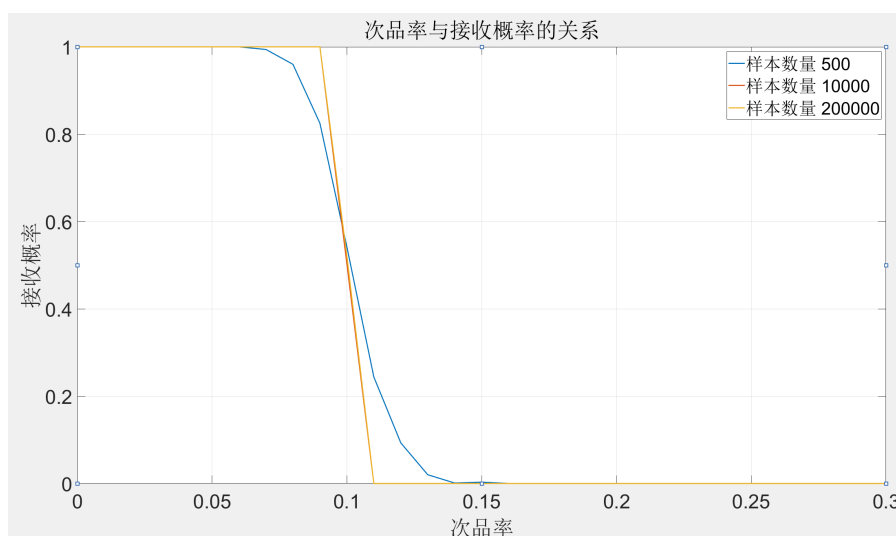


Figure 1. Relationship between defect rate and acceptance probability  
图 1. 次品率与接收概率的关系

由图 1 我们可以看出随着次品率不断增加, 接收概率逐渐减小的情况。

由图 2 我们发现 100~1000 的抽样样本数量的接收率差异明显, 因此进一步分析 1000~2000 的不同样本数量的不同情况, 得出如下图 3。

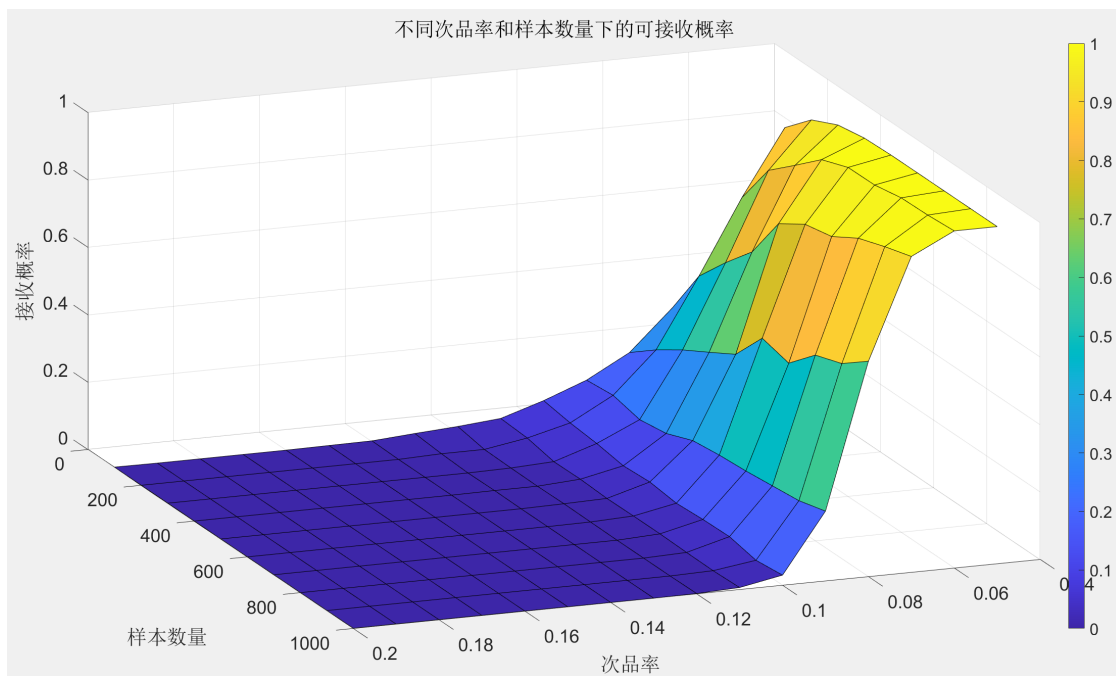


Figure 2. Under different defect rates and sample sizes

图 2. 不同次品率和样本数量下

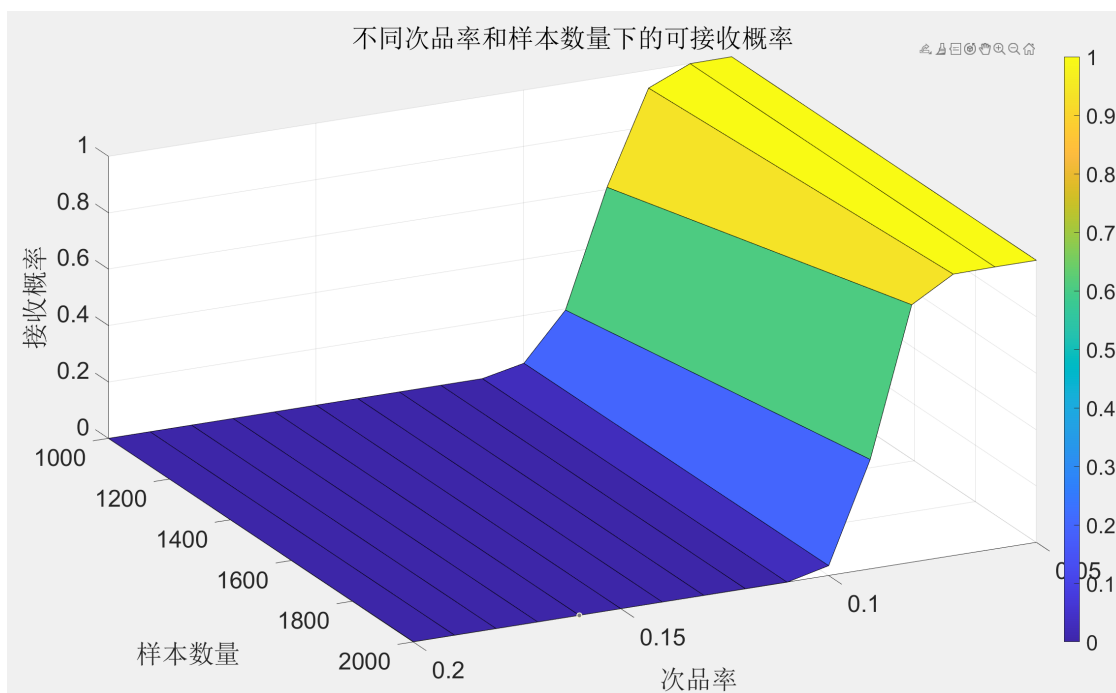


Figure 3. Acceptable probabilities under different defect rates and sample sizes

图 3. 不同次品率和样本数量下的可接收概率

由图 3 发现当抽样数量逐渐增加，次品率也逐渐稳定，因此为了检验次品率至少抽样的次数也逐渐稳定。

为了进一步验证，我们将使用 Python 来计算不同样本数以及它所对应的至少抽取次数，其中使用到了贝叶斯抽样法，得到进行模拟实验的结果如下表 1。

进行结果可视化如图 4：

Table 1. Results of question 1

表 1. 问题一结果

| 置信水平 | 样本数量    | 标准正态分布分位数 | 计算取整结果 |
|------|---------|-----------|--------|
| 95%  | 800     | 1.96      | 118    |
|      | 1000    |           | 122    |
|      | 200,000 |           | 139    |
|      | 500,000 |           | 139    |
| 90%  | 800     | 1.64      | 87     |
|      | 1000    |           | 89     |
|      | 200,000 |           | 98     |
|      | 500,000 |           | 98     |

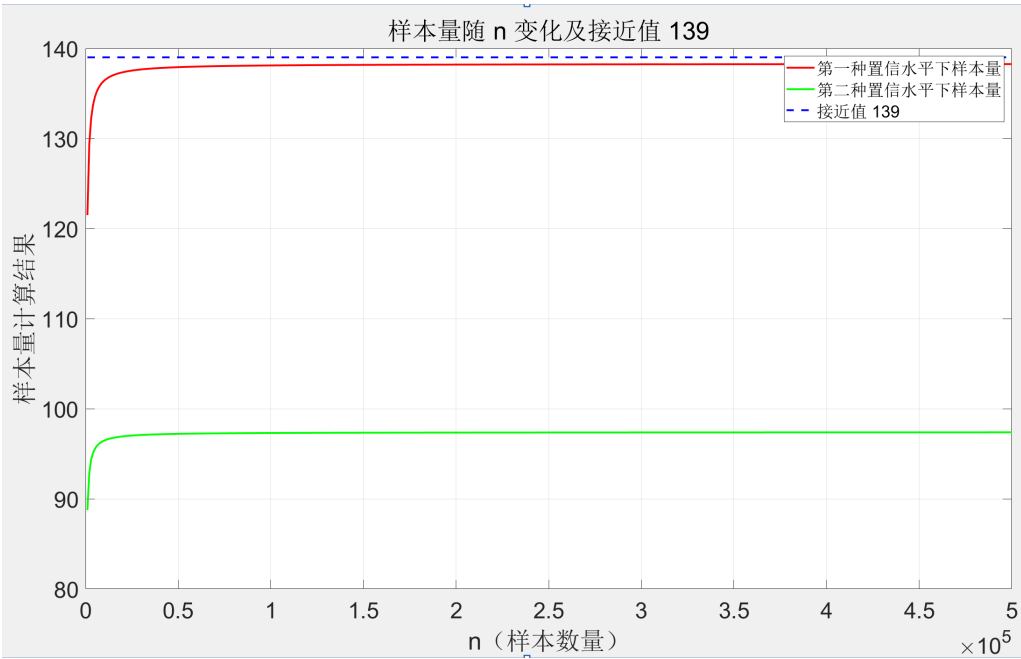


Figure 4. Sample size variation with n and approach value 139

图 4. 样本量随 n 变化及接近值 139

最后我们发现，较小样本数量的抽取次数是不稳定的因此需要进行动态决策，当样本数量较大时抽取次数无限接近 139，因此在零件量较大时，在 95%的信度下认定零配件次品率超过标称值情况下，至少需要抽取 139 个样本来检验是否接收。同理，在 90%的信度下，并且零件样本量足够大，为了确保零配件次品率的估计误差不超过标称值，我们需要抽取至少 98 个样本来检验是否接收。

## 4.2. 问题二模型的建立求解

### 4.2.1. 理论准备

#### Step 1: 模型选取

ACO-ANDA (Ant Colony Optimization algorithm based on Ant Number Dynamic Adjustment) 是一种基于蚁群数量动态调整的改进蚁群优化算法。蚁群优化(Ant Colony Optimization, ACO)算法本身是一种常用的元启发式算法, 它通过模拟蚁群寻找食物的过程, 但在原始 ACO 算法及其改进算法中, 通常每个轮次生成的蚂蚁种群数量是固定的, 这可能导致算法在搜索最优解时面临时间消耗和搜索能力之间的平衡问题[3]。

为了解决这一问题, ACO-ANDA 算法引入了一种新的蚁群数量动态调整机制。蚁群优化算法能够在这样的复杂空间中进行有效地搜索, 找到较优的决策组合, 并且蚁群优化算法具有一定的动态适应性, 可以在不同的参数条件下持续搜索最优解, 本文认为对于这个生产决策问题, 无论初始的检测和拆解策略如何选择, 算法都能够通过蚂蚁的不断探索和信息素的更新, 逐步收敛到一个最好的解决方案。这种调整机制旨在实现算法时间耗费和最优解搜索能力之间的平衡, 从而提高算法的整体性能。

#### Step 2: 决策选择

##### (1) 关于多道工序中的零配件检测决策:

在多道工序的生产流程中, 零配件不仅会在装配环节转化为成品, 还有可能在不同的工序中逐步变为半成品。所以, 在每一道工序中都要确定是否对零配件或者半成品开展检测是否合格。

##### (2) 半成品检测决策:

半成品是由多个零配件经过一道工序装配形成的。在完成半成品的装配工作后, 企业需要决定是否对半成品进行检测, 以确保进入下一道工序的产品质量。

##### (3) 成品检测决策:

当生产完成后, 企业需要决定是否对最终的成品进行检测。如果成品的次品率较高, 那么进行检测可以避免次品流入市场, 进而减少调换货带来的损失。

##### (4) 拆解决策:

对于检测出的不合格产品, 企业可以选择对其进行拆解, 将零配件重新投入生产。拆解过程需要一定的费用, 企业需要评估拆解的成本与回收零配件的价值。

- 如果拆解费用较低并且回收的零配件价值较高, 那么我们进行拆解。
- 如果拆解费用较高, 而回收的零配件价值较低, 我们直接报废不合格成品。

#### Step 3: 建立目标函数

$$\text{Min} C_{\text{总}} = C_{\text{所有零配件检测成本}} + C_{\text{所有工序装配成本}} + C_{\text{所有成品检测}} + C_{\text{所有不合格成品拆解和调换成本}}$$

#### Step 4: 设置约束条件

由关于多道工序中的零配件检测决策可以得出以下约束条件:

约束条件 1:

$$P_{\text{current}} + \sum_{i=1}^n P_{\text{transfer}_i} \leq P_{\text{max}}$$

其中,  $P_{\text{current}}$  是当前工序的零配件次品率,  $P_{\text{transfer}_i}$  是从当前工序到后续第  $i$  个工序在不检查情况下预计的次品传递率,  $n$  是后续工序数量。

约束条件 2:

高成本低次品率界定约束:

设定一个明确的检测成本高的标准值  $C_{\text{high}}$  和一个低次品率的标准值  $P_{\text{low}}$ 。当检测成本大于  $C_{\text{high}}$  且次品率小于  $P_{\text{low}}$  时, 满足不检测直接进入装配工序的条件。

数学表达式:  $C_{\text{detection}} > C_{\text{high}}$  且  $P_{\text{current}} < P_{\text{low}}$ 。

其中,  $C_{\text{detection}}$  是某道工序的检测成本。

约束条件 3:

次品率阈值约束:

设定一个明确的成品次品率高的阈值  $P_{\text{finished\_high}}$  和低的阈值  $P_{\text{finished\_low}}$ 。

当成品次品率大于  $P_{\text{finished\_high}}$  时, 必须进行检测;

当成品次品率小于  $P_{\text{finished\_low}}$  时, 不进行检测。

Step 5: 决策变量见下表 2

**Table 2.** Definition of decision variables  
**表 2.** 定义决策变量

|          |                         |
|----------|-------------------------|
| $S_i$    | 表示对各零件是否进行检测            |
| $S_{i1}$ | 表示检测                    |
| $S_{i0}$ | 表示不检测                   |
| $Q_m$    | 表示是否检测工序 m 的成品          |
| $K_m$    | 表示是否对工序 m 检测出的不合格成品进行拆解 |

Step 6: 多目标函数模型构建

所有零配件检测成本:

$$C_{\text{所有零配件检测成本}} = \sum_{i=1}^N S_i \cdot C_{ti} \cdot N_i$$

所有工序装配成本:

$$C_{\text{所有工序装配成本}} = \sum_{m=1}^j C_{r_{2m}} \cdot n_1$$

所有拆解成本:

$$C_{\text{所有拆解成本}} = \sum_{m=1}^j K_m \cdot C_{d_1} \cdot l \cdot n_1$$

所有调换成本:

$$C_{\text{所有调换成本}} = \sum_{m=1}^j (1 - K_m) \cdot C_D \cdot l \cdot n_1$$

$$C_{\text{所有成品检测}} = \sum_{m=1}^j Q_m C_{R_m} \cdot n_1$$

所以总成本为:

$$C_{\text{总}} = \sum_{i=1}^N S_i \cdot C_{t_i} \cdot N_i + \sum_{m=1}^j C_{r_{2m}} \cdot n_1 + \sum_{m=1}^j Q_m C_{R_m} \cdot n_1 + \sum_{m=1}^j K_m \cdot C_{d_1} \cdot l \cdot n_1 + \sum_{m=1}^j (1 - K_m) \cdot C_D \cdot l \cdot n_1$$

工序次品率:

$$l = 1 - \prod_{\text{上一个工序}} (1 - (1 - S_i) \cdot P_i)$$

#### 4.4.2. 模型的求解

此问题涉及到多个决策变量, 包括是否检测零件 1~8、是否检测成品以及是否拆解不合格成品, 是否检验工序成品, 多个决策变量, 构成了一个复杂的决策空间, 和动态环境, 所以我们使用蚁群优化算法求解。

#### 4.2.3. 问题二结果

我们使用了 Python 结合蚁群优化算法计算出了结果为最小成本约为 30,462.504211111154 元, 取整的  $C_{\text{总}} = 30,462$  元, 并且将蚁群算法计算结果可视化如下图 5 所示。

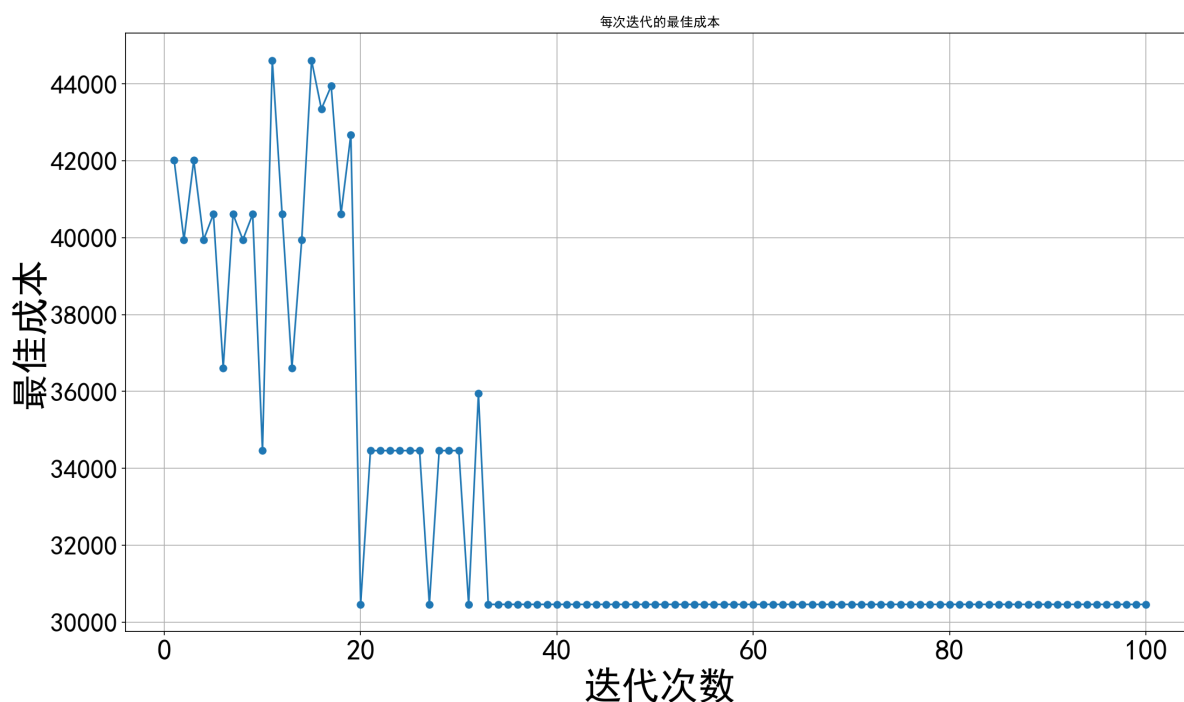


Figure 5. Optimal cost per iteration

图 5. 每次迭代的最佳成本

为了观察算法在不同情况下运行中的表现是否稳定, 我们使用多次实验对比的方法, 并且生成出多次实验对比图如图 6 所示。

多次实验对比图可以为决策者提供关于算法性能的直观信息, 判断是否可以依赖该算法来做出最优的生产决策。我们通过对多次实验中最佳成本随迭代次数的变化进行可视化, 如果多次实验的曲线走势较为相似, 说明蚁群优化算法在解决该问题时具有较好的稳定性, 不会因为随机因素而产生巨大的波动。而且决策者可以了解不同决策变量(如零件检测、半成品检测、成品检测和拆解不合格成品)的组合在不同情况下的效果。这有助于决策者在实际生产中根据具体情况选择最合适的决策策略, 以最小化生产成本。

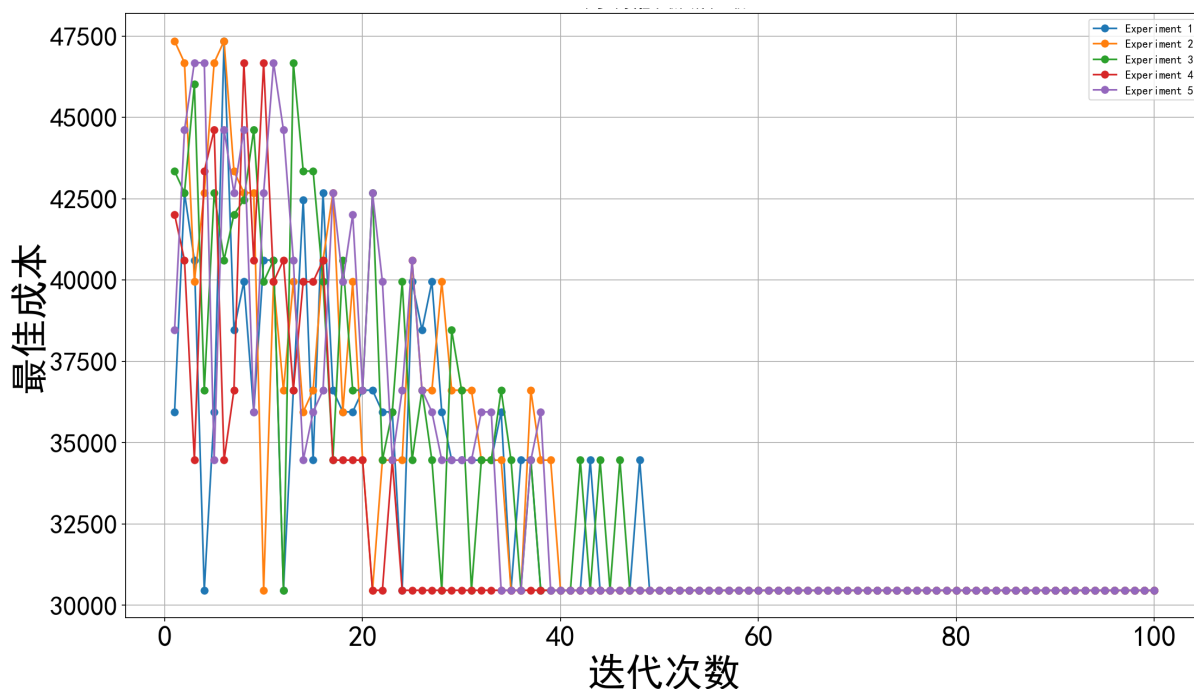


Figure 6. Optimal cost comparison in multiple experiments

图 6. 在多个实验中最佳成本比较

## 5. 模型的不足

(1) 虽然蚁群优化算法具有较强的搜索能力,但仍然可能陷入局部最优解的风险。在复杂的问题空间中,算法可能会被一些局部最优的决策路径所改变,而无法找到全局最优解。这可能导致模型给出的解决方案并非最优,从而影响企业的成本优化效果。

(2) 在灵敏度分析中,本文假设参数的变化与成本的变化之间存在线性关系。但在实际生产中,这种关系可能是非线性的。线性假设可能导致对成本变化的估计不准确,从而影响企业的决策选择。

## 参考文献

- [1] 夏丽丽, 田茂再, 朱钰. 二项分布下基于鞍点逼近的总体成数置信区间的构造[J]. 统计与信息论坛, 2019, 34(9): 3-9.
- [2] 李丹. 二项分布参数置信区间的比较[D]: [硕士学位论文]. 长春: 东北师范大学, 2008.
- [3] 骆怡宁, 陈茂军. 基于蚁群算法低碳物流路径优化的探索[J]. 轻工科技, 2024, 40(5): 107-109+162.