

马尔可夫网络化系统的事件触发镇定研究

张冬苹¹, 张海洋^{1,2}, 熊良林^{3*}

¹云南民族大学数学与计算机科学学院, 云南 昆明

²云南省智能控制与应用重点实验室, 云南 昆明

³云南开放大学传媒与信息工程学院, 云南 昆明

收稿日期: 2025年3月18日; 录用日期: 2025年4月11日; 发布日期: 2025年4月21日

摘要

本文研究一类马尔可夫网络化系统的镇定性问题。基于马尔可夫网络化系统的演化规律, 构造一类蕴含采样时刻的随机李雅普诺夫环泛函。考虑网络信号传输具有时滞效应, 基于采样监测和检验的事件触发机制, 设计一类离散事件触发控制器。结合积分不等式方法和凸优化技术, 建立一类使得系统均方稳定的准则。最后, 通过两个数值例子来验证所得理论结果的有效性。

关键词

网络化系统, 马尔可夫过程, 事件触发机制, 李雅普诺夫环泛函

Study on Event-Triggered Stabilization of Markov Networked Systems

Dongping Zhang¹, Haiyang Zhang^{1,2}, Lianglin Xiong^{3*}

¹School of Mathematics and Computer Science, Yunnan Minzu University, Kunming Yunnan

²Yunnan Key Laboratory of Intelligent Control and Application, Kunming Yunnan

³School of Media and Information Engineering, Yunnan Open University, Kunming Yunnan

Received: Mar. 18th, 2025; accepted: Apr. 11th, 2025; published: Apr. 21st, 2025

Abstract

The stability of a class of Markov networked systems is studied. Based on the evolution law of Markov networked systems, constructing a class of random Lyapunov ring functionals with sampling time. Considering the time delay effect of network signal transmission, a kind of discrete event trigger controller is designed based on the event trigger mechanism of sampling monitoring and testing.

*通讯作者。

文章引用: 张冬苹, 张海洋, 熊良林. 马尔可夫网络化系统的事件触发镇定研究[J]. 应用数学进展, 2025, 14(4): 515-524. DOI: 10.12677/aam.2025.144182

Combining the integral inequality method and convex optimization technique, a kind of mean square stability criterion of systems is established. Finally, two numerical examples are given to verify the effectiveness of the theoretical results.

Keywords

Networked System, Markov Process, Event Triggering Mechanism, Liapunov Ring Functional

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着信息技术的快速发展,网络化系统在分布式信息交互、远程控制和资源共享等方面的优势越发明显,已被广泛应用于智能交通、工业自动化、智能电网等重要领域[1]-[4]。然而,在实际应用中,通信拓扑切换、设备元件故障或传输信号拥塞等随机现象时常出现[5]-[8],并导致传统确定性模型难以准确描述真实网络化系统的动态行为。马尔可夫过程,作为一类特殊的随机过程[9]-[12],广泛应用于许多随机系统的建模、分析与控制,例如金融市场中的价格波动建模、通信网络中的信道状态切换,以及制造系统中的设备故障预测等。鉴于此,将马尔可夫过程引入到网络化系统模型中,形成马尔可夫网络化系统,不仅可以准确刻画真实网络化系统的随机动态行为,还可以增强理论分析与设计结果的鲁棒性。此外,稳定是系统能正常运行的基本前提,而随机现象的存在往往会导致系统性能降低,甚至不稳定[4]。因此,研究马尔可夫网络化系统的镇定性问题具有重要的理论价值和现实意义。

目前,针对马尔可夫网络化系统的镇定性问题,国内外学者进行了广泛的探索,提出了许多行之有效的控制方法。例如连续状态反馈控制、自适应控制、采样控制、脉冲控制等[10]-[13]。需要指出的是,上述控制方法通常假设系统的网络资源(如网络带宽、能量供给等)非常充足。然而,在实际网络化系统中,带宽有限、计算能力受限等因素经常导致控制成本高昂且难以实施。此外,频繁的控制更新可能加剧网络拥堵,进一步恶化系统性能[7]-[12]。针对这些不足,事件触发控制作为一种按需更新的控制策略,近年来受到广泛关注。该方法仅在系统状态满足特定触发条件时执行控制动作,从而显著减少通信负载和计算开销。然而,传统的事件触发控制在实施过程中,需要连续监测和检验系统状态,导致控制成本增加。为了克服这一不足,周期事件触发控制通过在固定周期内检测触发条件,进一步优化了资源利用效率[7]。但遗憾的是,对于马尔可夫网络化系统,现有事件触发控制研究较少,尤其是在随机跳跃与网络约束耦合下的控制设计仍需深入探索。

为此,本文针对一类马尔可夫网络化系统的镇定性问题开展基础理论与实验仿真研究。首先,通过构造一类蕴含采样时刻的随机李雅普诺夫环泛函,刻画马尔可夫网络化系统的演化规律,降低传统李雅普诺夫泛函因忽略采样时刻信息而产生的保守性。然后,考虑网络信号传输具有时滞效应,基于采样监测和检验的事件触发机制,设计了一类离散事件触发控制器。其次,结合不等式方法和凸优化技术,建立了一类保守性较低的系统均方稳定准则。最后,通过一个数值例子来验证所得理论结果的有效性。

符号说明: R^n 和 $R^{n \times m}$ 分别表示 n 维欧几里得空间和 $n \times m$ 的实矩阵集合; 上标 “ T ” 表示矩阵的转置; I 表示适当维数的单位矩阵; $X > 0, (X \geq 0)$ 表示 $X \in R^{n \times n}$ 的对称正定实矩阵(正半定矩阵); $\text{sym}\{X\}$ 表示矩阵 X 和它的转置 X^T 的和; $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵; 矩阵 $\begin{bmatrix} A & * \\ B & C \end{bmatrix}$ 中 $*$ 表示对称矩阵中的对称元素;

$\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向左取整函数, $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, \dots\}$ 。

2. 系统描述

2.1. 系统模型

考虑如下的马尔可夫跳跃网络化系统

$$\dot{x}(t) = A_{r_t} x(t) + u(t) \quad (1)$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态向量、控制输入, A_{r_t} 是已知适当维数的常值矩阵。 $\{r_t, t \geq 0\}$ 一个时间齐次、状态有限的马尔可夫过程, 并且在一个有限集合 $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ 中取值, 其模态转移概率 $\Lambda = (\lambda_{ij})$ 服从一下规律

$$\Pr\{r_{t+\Delta t} = j | r_t = i\} = \begin{cases} \lambda_{ij}\Delta t + o(\Delta t), & j \neq i \\ 1 + \lambda_{ii}\Delta t + o(\Delta t), & j = i \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\Delta t > 0, \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$ 和 $\lambda_{ij} \geq 0, (i, j \in N, i \neq j)$ 表示从方式 i 到 j 的变化速率。在任何状态或模式下, 我们都有 $\lambda_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N \lambda_{ij}$ 。

2.2. 离散事件触发机制

考虑网络信号传输具有时滞效应。在构建基于采样的事件触发机制(简称, 离散事件触发机制)之前, 需要以下假设:

假设 1. 采样器以恒定的周期 h 对传感器输出的数据进行采样, 采样时刻集由 $S_1 = \{s_k | k \in \mathbb{N}_+\}$ 来表示。

假设 2. 控制器和执行器采用事件触发的方式工作。当执行器中没有新的控制信号时, 用零阶保持器来保持控制器的控制输入。事件触发时刻集由 $S_2 = \{t_k | k \in \mathbb{N}_+\}$ 表示。

假设 3. 数据传输过程中, 无数据的丢包、乱序现象发生。

假设 4. 网络传输时滞 τ_k 有界, 即 $0 \leq \tau_k \leq \tilde{\tau}$, $\tilde{\tau}$ 为常数。

根据以上假设, 系统(1)的控制器可设计为

$$u(t) = K_{r_t} x(t_k), t \in [t_k + \tau_k, t_{k+1} + \tau_{k+1}),$$

其中, $t_{k+1} = t_k + i_m^k h$, $i_m^k = \max\{i | \text{满足(3)}\}$, 离散事件触发条件为

$$[x(t_k + ih) - x(t_k)]^T \Omega_{r_t} [x(t_k + ih) - x(t_k)] \leq \sigma x^T(t_k + ih) \Omega_{r_t} x(t_k + ih) \quad (3)$$

其中, $\sigma \in [0, 1)$, Ω_{r_t} 是对称正定矩阵, $x(t_k + ih)$ 是采样状态。

接下来, 为了方便讨论网络传输时滞对系统的影响, 我们将控制器的工作区间按照采样周期间隔进行分解。首先, 令 $i_m^k = \lfloor (t_{k+1} - t_k + \tau_{k+1} - \tau_k) / h \rfloor$ 表示控制器工作区间内的最大采样次数, 易得

$t_k + \tau_k + i_m^k h < t_{k+1} + \tau_{k+1} < t_k + \tau_k + (i_m^k + 1)h$ 。从而, 我们有

$$[t_k + \tau_k, t_{k+1} + \tau_{k+1}) = \bigcup_{i=0}^{i_m^k-1} [t_k + \tau_k + ih, t_k + \tau_k + (i+1)h) \cup [t_k + \tau_k + i_m^k h, t_{k+1} + \tau_{k+1}).$$

然后, 定义虚拟时滞为 $\tau(t) = t - t_k - ih$, $t \in [t_k + \tau_k, t_{k+1} + \tau_{k+1})$, $i = 0, 1, 2, \dots, i_m^k$ 。

经过简单计算可知, 当 $t \in [t_k + \tau_k + ih, t_k + \tau_k + (i+1)h)$, $i = 0, 1, 2, \dots, i_m^k - 1$ 时, 以及当

$t \in [t_k + \tau_k + i_m^k h, t_{k+1} + \tau_{k+1})$, $i = i_m^k$ 时, 都有

$$0 \leq \tau_k \leq \tau(t) \leq \tau_k + h \leq \tilde{\tau} + h \triangleq \tau_m$$

此时的状态误差可以表示为:

$$e_k(t) = x(t_k) - x(t_k + ih), \quad t \in [t_k + \tau_k, t_{k+1} + \tau_{k+1}),$$

从而, 触发条件(3)可以改写为:

$$e_k^T(t) \Omega_{r_t} e_k(t) \leq \sigma x^T(t - \tau(t)) \Omega_{r_t} x(t - \tau(t)) \quad (4)$$

因此, 基于离散事件触发控制的马尔可夫网络化系统的闭环形式为:

$$\dot{x}(t) = A_{r_t} x(t) + K_{r_t} x(t - \tau(t)) + K_{r_t} e_k(t) \quad (5)$$

需要注意的是, 只有当采样状态 $x(t_k + ih)$ 不满足(3)式时才被传输到控制器中。当 $\sigma = 0$ 时, 离散事件触发机制将退化为周期采样机制。当 $\tau_k = 0$, 意味着没有传输时延的存在, 或者传输时延的影响可以被忽略, 获得 τ_m 表示最大采样周期。

2.3. 相关的定义和引理

定义 1 [6] 作用于李雅普诺夫函数 $V(x(t), r_t, t)$ 的马尔可夫过程弱无穷小算子定义为:

$$LV(x(t), r_t, t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta} [E(V(x(t+\Delta), r_{t+\Delta}, t+\Delta)) - V(x(t), r_t, t)] \quad (6)$$

定义 2 [6] 对于任意初始条件 $\vartheta \in Q^n$, 如果有以下不等式成立 $\mathcal{E} \left\{ \int_0^\infty \|z(t)\|^2 ds | \vartheta, r_0 \right\} < \infty$, 则称系统(5)是随机稳定的。

引理 1 [10] 对于正定矩阵 $R > 0$ 和可积函数 $w(u), u \in [a, b]$, 以下不等式成立:

$$\int_a^b w^T(\alpha) R w(\alpha) d\alpha \geq \frac{1}{b-a} \left(\int_a^b w(\alpha) d\alpha \right)^T R \left(\int_a^b w(\alpha) d\alpha \right).$$

引理 2 [10] 对于正定矩阵 $R > 0$ 和可积函数 $w(u), \zeta(u), u \in [a, b]$, 以下不等式成立:

$$-\int_a^b w^T(\alpha) R w(\alpha) d\alpha \leq -2 \left(\int_a^b w(\alpha) d\alpha \right)^T R \zeta(t) + (b-a) \zeta^T(t) R \zeta(t).$$

3. 主要结果

本节基于离散事件触发控制, 建立了马尔可夫网络化系统的随机稳定性判据。

定理 1 对于给定的标量 $\tau_m, \sigma, r > 0$, 如果存在合适维度的对称矩阵 $P_i, Q, R, \Omega > 0$, 任意矩阵 $X, N_i, L_i, i \in \mathcal{N}$ 使得

$$R_x = \begin{bmatrix} R & X \\ * & R \end{bmatrix} > 0, \quad (7)$$

$$\Pi(\tau(t)) = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4(\tau(t)) + \Pi_5 + \Pi_6 < 0, \quad (8)$$

其中

$$\Pi_1 = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} [J_1^T P_j J_1] + J_5^T P_i J_1 + J_1^T P_i J_5 - J_2^T S J_2,$$

$$\Pi_2 = J_1^T Q J_1 - J_3^T Q J_3,$$

$$\Pi_3 = \tau_m^2 J_5^T R J_5 - \zeta_1^T R_x \zeta_1,$$

$$\Pi_4(\tau(t)) = -2 J_6^T U \zeta_2 + \tau(t) \zeta_2^T U \zeta_2 + (\tau - \tau(t)) J_1^T U J_1,$$

$$\begin{aligned}\Pi_5 &= -J_4^T \Omega_i J_4 + \sigma J_2^T \Omega_i J_2, \\ \Pi_6 &= \text{sym} \left\{ [J_1 + rJ_5]^T [-N_i J_5 + N_i A_i J_1 + L_i J_2 + L_i J_4] \right\}, \\ \zeta_1 &= [J_1 - J_2, J_2 - J_3]^T, \zeta_2 = J_1 - J_6, J_i = \begin{bmatrix} 0 \cdots 0 & I_i & 0 \cdots 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

则系统(5)是随机稳定的。此外, 控制器的增益为 $K_i = N_i^{-1} L_i$, $i \in \mathcal{N}$ 。

证明: 构造如下随机李雅普诺夫泛函

$$V(x(t), r_t, t) = \sum_{n=1}^4 V_n(x(t), r_t, t)$$

其中,

$$\begin{aligned}V_1(x(t), r_t, t) &= x^T(t) P_{r_t} x(t) + (\tau_m - \tau(t)) x^T(t_k + ih) S x(t_k + ih), \\ V_2(x(t), r_t, t) &= \int_{t-\tau_m}^t x^T(s) Q x(s) ds, \\ V_3(x(t), r_t, t) &= \tau_m \int_{t-\tau_m}^t \int_s^t \dot{x}^T(v) R \dot{x}(v) dv ds, \\ V_4(x(t), r_t, t) &= (\tau_m - \tau(t)) \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) U x(s) ds.\end{aligned}$$

根据定义 1, 我们有

$$\begin{aligned}LV_1(x(t), r_t, t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta t} \left\{ \sum_{j=1, j \neq i}^N (\lambda_{ij} \Delta t + o(\Delta t)) [x^T(t + \Delta t) P_j x(t + \Delta t)] \right. \\ &\quad \left. + (\lambda_{ii} \Delta t + o(\Delta t)) [x^T(t + \Delta t) P_i x(t + \Delta t)] \right\} \\ &\quad + \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta t} [x^T(t + \Delta t) P_j x(t + \Delta t) - x^T(t) P_i x(t)] \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta t} \left\{ \sum_{j=1, j \neq i}^N (\lambda_{ij} \Delta t + o(\Delta t)) [x^T(t + \Delta t) P_j x(t + \Delta t)] \right\} \\ &\quad + \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta t} [x^T(t + \Delta t) P_j x(t + \Delta t) - x^T(t) P_i x(t)]\end{aligned}$$

又因为 $\Delta t > 0, \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$, 所以有:

$$\begin{aligned}LV_1(x(t), r_t, t) &= \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} [x^T(t) P_j x(t)] + \dot{x}^T(t) P_i x(t) \\ &\quad + x^T(t) P_i \dot{x}(t) - x^T(t - \tau(t)) S x(t - \tau(t)) \\ &= \psi^T(t) \Pi_1 \psi(t)\end{aligned}$$

其中, $\psi(t) = [x^T(t), x^T(t - \tau(t)), x^T(t - \tau_m), e_k^T(t), \dot{x}^T(t), \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) ds]^T$ 。

同理, 我们有:

$$\begin{aligned}LV_2(x(t), r_t, t) &= x^T(t) Q x(t) - x^T(t - \tau_m) Q x(t - \tau_m) = \psi^T(t) \Pi_2 \psi(t) \\ LV_3(x(t), r_t, t) &= \tau_m \int_{t-\tau_m}^t \dot{x}^T(t) R \dot{x}(t) - \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \\ &= \tau_m^2 \dot{x}^T(t) R \dot{x}(t) - \tau_m \int_{t-\tau_m}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds\end{aligned}$$

利用引理 1 和文献[7]中的互凸不等式技术, 可以得到:

$$\begin{aligned} & -\tau_m \int_{t-\tau_m}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \\ & = -\tau_m \left[\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds + \int_{t-\tau_m}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \right] \\ & \leq -\zeta^T(t) \begin{bmatrix} R & X \\ X & R \end{bmatrix} \zeta(t) \end{aligned}$$

其中 $\zeta(t) = [x^T(t) - x^T(t - \tau(t)), x^T(t - \tau(t)) - x^T(t - \tau_m)]^T$, 类似地,

$$LV_4(x(t), r_t, t) = -\int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) U x(s) ds + (\tau - \tau(t)) x^T(t) U x(t)$$

利用引理 2, 可得

$$-\int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) U x(s) ds \leq -2 \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) ds U \zeta(t) + \tau(t) \zeta^T(t) U \zeta(t)$$

其中, $\zeta(t) = x(t) - \int_{t-\tau(t)}^t x(s) ds$ 。从而可知

$$\begin{aligned} LV_3(x(t), r_t, t) & \leq \psi^T(t) \Pi_3 \psi(t), \\ LV_4(x(t), r_t, t) & \leq \psi^T(t) \Pi_4 \psi(t), \end{aligned}$$

根据触发条件(3)可知,

$$0 \leq -e_k^T(t) \Omega_i e_k(t) + \sigma x^T(t - \tau(t)) \Omega_i x(t - \tau(t)) = \psi^T(t) \Pi_5 \psi(t),$$

从系统(5), 对于任意矩阵 $N_i (i=1,2)$, 可以获得以下的零等式:

$$0 = 2 [x(t) + r \dot{x}(t)]^T [-N_i \dot{x}(t) + N_i A_i x(t) + L_i x(t - \tau(t)) + L_i e_k(t)] = \psi^T(t) \Pi_6 \psi(t).$$

综合上述结果得

$$LV(x(t), r_t, t) \leq \psi^T(t) \Pi(t) \psi(t)$$

由定理 1 的条件(8)得: $LV(x(t), r_t, t) \leq 0$ 。根据 Dynkin 公式知

$$\varepsilon \left\{ \int_0^t LV(x(t), r_t, t) ds \right\} = \varepsilon V(x(t), r_t, t) - \varepsilon V(x(0), r_0, 0) < 0.$$

即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon \left\{ \int_0^t \|x(t)\|^2 ds | \mathcal{G}, r_0 \right\} < \infty$ 。故根据定义 2, 系统(5)是随机稳定的。证毕!

4. 数值仿真

本节通过两个数值例子来验证分析前节中给出的理论结果的可行性。

例 1: 考虑系统(5)的系数矩阵参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.5 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1.3 & 0 \\ 0.4 & 1.2 \end{bmatrix},$$

其系统模态转移速率矩阵选取为

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.9 \\ 0.4 & -0.4 \end{bmatrix},$$

其他参数选取为 $\tau_m = 0.2, \sigma = 0.1, r = 1$, 则经过 Matlab 求解定理 1 中的线性矩阵不等式, 可得控制器的增

益矩阵为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1.3207 & -0.2985 \\ -0.1354 & -1.1321 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -1.4389 & -0.0352 \\ -0.2238 & -1.4229 \end{bmatrix}$$

根据以上参数,可得如图1~3所示的仿真结果。从图1中不难发现,在本例给定参数 A_1, A_2 和模态转移速率及输入时滞,和 Ω 下,系统是不稳定的。从图2中发现,在本文设计的控制器下,系统稳定了。不仅如此,从图3中可以看出,离散事件触发控制的频率明显比周期采样控制的低很多,此外,在考虑有输入时滞的情况下控制器具有很好的兼容性。因此,本文设计的控制策略有效可行,而且可以节约较多的控制成本。

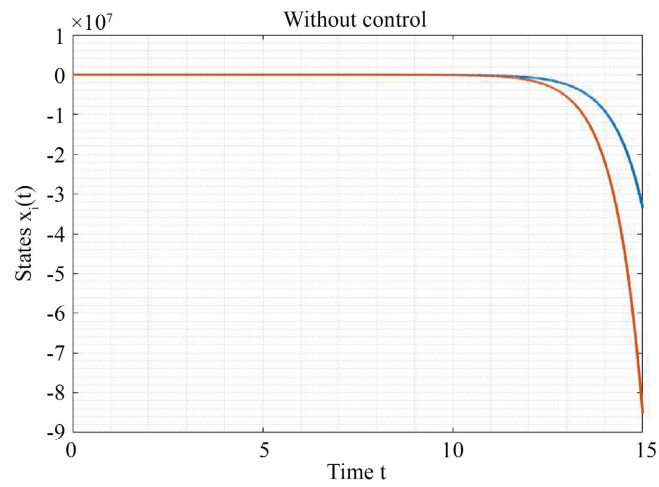


Figure 1. System states without control

图1. 无控制下的系统状态

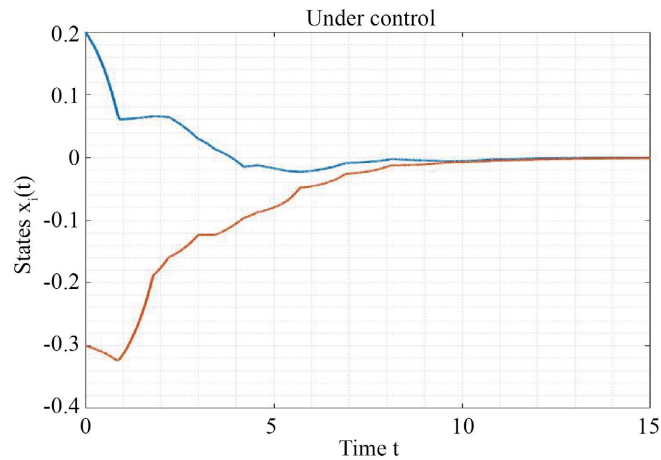


Figure 2. System states under control

图2. 有控制下的系统状态

例2: 考虑系统(5)的系数矩阵参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0 & 2.1 \\ 0 & -2.1 & -2.3 \\ 2.7 & 1.3 & 3.9 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1.9 & 1.2 & 0 \\ 3.1 & 1.5 & 1.5 \\ 0 & 2.3 & -1.7 \end{bmatrix},$$

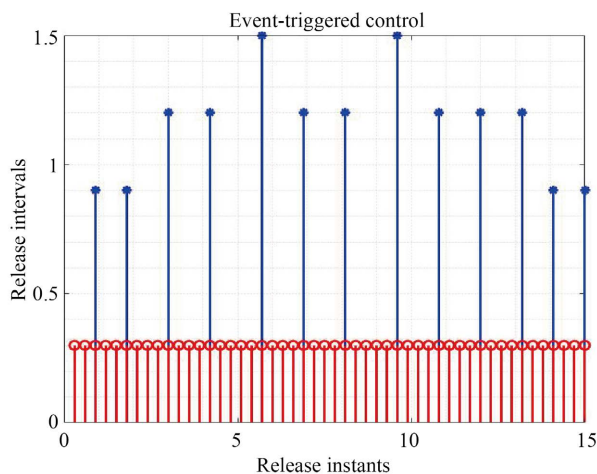


Figure 3. Periodic sampling instants (red) and discrete event-triggering instants (blue)

图 3. 周期采样时刻(红色)和离散事件触发时刻(蓝色)

其系统模态转移速率矩阵不变仍为:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.9 \\ 0.4 & -0.4 \end{bmatrix}$$

其他参数选取为 $\tau_m = 0.2, \sigma = 0.1, r = 1$, 则经过 Matlab 求解定理 1 中的线性矩阵不等式, 可得控制器的增益矩阵为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.8160 & -0.0954 & -1.4666 \\ 0.5113 & 0.1628 & 1.2998 \\ -1.9803 & -0.7235 & -4.2520 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -0.2034 & -0.8412 & 0.1294 \\ -0.3923 & -1.7427 & -0.4130 \\ -0.1075 & -1.8037 & 0.1225 \end{bmatrix}$$

根据以上参数, 可得如图 4~6 所示的仿真结果。从图 4 中不难发现, 在更高维的参数下, 转移速率不变, 具有输入时滞和变模态的 Ω_i 的系统是不稳定的。从图 5 中发现, 在本文设计的控制器下, 系统稳定了。不仅如此, 从图 6 中可以看出, 在考虑有输入时滞和变模态的 Ω_i 的情况下, 面对复杂的 A_1, A_2 控制器很灵敏, 同时, 也说明理论的普适性。因此, 本文设计的控制策略是有效的, 且可以节约较多的控制成本。

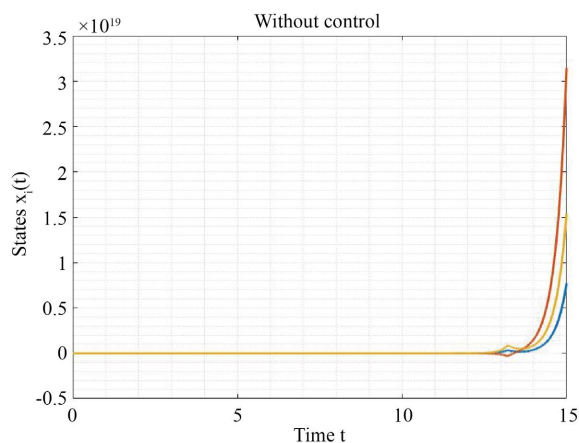


Figure 4. System states without control

图 4. 无控制下的系统状态

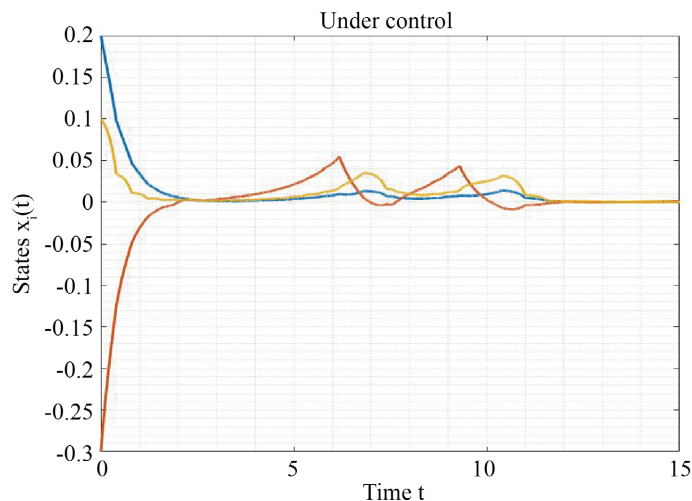


Figure 5. System states under control
图 5. 有控制下的系统状态

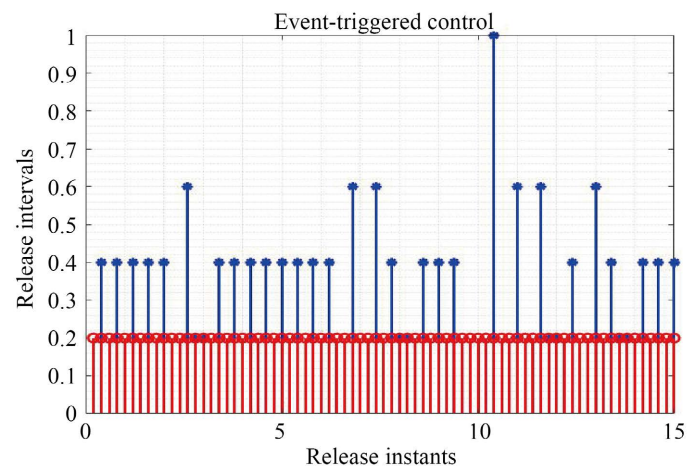


Figure 6. Periodic sampling instants (red) and discrete event-triggering instants (blue)
图 6. 周期采样时刻(红色)和离散事件触发时刻(蓝色)

5. 总结

本文基于 Lyapunov 稳定性理论、随机分析理论、现代控制理论，结合离散事件触发机制和不等式处理技巧，研究了一类马尔可夫跳跃线性系统的镇定性问题。构造了一类采样时刻依赖的环泛函，降低了传统 Lyapunov 泛函因忽略采样时刻信息而引发的保守性。引入了一类基于周期采样监测和验证的离散事件触发机制，设计了一类有效的事件触发控制器，得到了保守性较低的系统稳定性判据。本文所得理论结果为研究各类随机复杂系统的分析与综合问题，如状态估计、同步控制等，提供了一定的参考依据。

基金项目

本文受国家自然科学基金项目(No. 12061088, 12426611)，云南省基础研究计划项目(No. 202201AU070046, 202501AT070371)，云南省智能控制与应用重点实验室开放课题(No. 2025ICA04)资助。

参考文献

- [1] Li, H., Zhou, Q., Chen, B. and Liu, H. (2011) Parameter-Dependent Robust Stability for Uncertain Markovian Jump Systems with Time Delay. *Journal of the Franklin Institute*, **348**, 738-748.
<https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2011.02.002>
- [2] Xiong, L., Tian, J. and Liu, X. (2012) Stability Analysis for Neutral Markovian Jump Systems with Partially Unknown Transition Probabilities. *Journal of the Franklin Institute*, **349**, 2193-2214.
<https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2012.04.003>
- [3] Xiong, L., Zhou, X., Qiu, J. and Lei, J. (2012) Stability Analysis for Markovian Jump Neutral Systems with Mixed Delays and Partially Known Transition Rates. *Abstract and Applied Analysis*, **2012**, Article 450168.
<https://doi.org/10.1155/2012/450168>
- [4] Hu, L., Bai, T., Shi, P. and Wu, Z. (2007) Sampled-Data Control of Networked Linear Control Systems. *Automatica*, **43**, 903-911. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2006.11.015>
- [5] Yue, D., Tian, E. and Han, Q. (2013) A Delay System Method for Designing Event-Triggered Controllers of Networked Control Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **58**, 475-481. <https://doi.org/10.1109/tac.2012.2206694>
- [6] Kushner, H.J. (1967) Stochastic Stability and Control. Academic Press.
- [7] Park, P., Ko, J.W. and Jeong, C. (2011) Reciprocally Convex Approach to Stability of Systems with Time-Varying Delays. *Automatica*, **47**, 235-238. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.10.014>
- [8] Shu, J., Wu, B., Xiong, L., Wu, T. and Zhang, H. (2021) Stochastic Stabilization of Markov Jump Quaternion-Valued Neural Network Using Sampled-Data Control. *Applied Mathematics and Computation*, **400**, Article 126041.
<https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126041>
- [9] Shu, J., Wu, B. and Xiong, L. (2022) Stochastic Stability Criteria and Event-Triggered Control of Delayed Markovian Jump Quaternion-Valued Neural Networks. *Applied Mathematics and Computation*, **420**, Article 126904.
<https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126904>
- [10] Zeng, H., He, Y., Wu, M. and She, J. (2015) Free-Matrix-Based Integral Inequality for Stability Analysis of Systems with Time-Varying Delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **60**, 2768-2772.
<https://doi.org/10.1109/tac.2015.2404271>
- [11] Seuret, A. (2012) A Novel Stability Analysis of Linear Systems under Asynchronous Samplings. *Automatica*, **48**, 177-182. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2011.09.033>
- [12] Xu, Y., Seuret, A., Liu, K. and Chai, S. (2024) Aperiodic Dynamic Event-Triggered Control for Linear Systems: A Looped-Functional Approach. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, **52**, Article 101444.
<https://doi.org/10.1016/j.nahs.2023.101444>
- [13] 权沈爱, 熊良林. 半马尔科夫跳变忆阻神经网络的同步采样控制研究[J]. 应用数学进展, 2022, 11(7): 4917-4932.
<https://doi.org/10.12677/aam.2022.117516>