

含轴对称太阳翼的航天器耦合动力学

黄思梦, 闫玉龙*, 柴玉珍

太原理工大学数学学院, 山西 太原

收稿日期: 2025年3月1日; 录用日期: 2025年3月25日; 发布日期: 2025年4月3日

摘要

随着航天领域的快速发展, 现如今的航天器主刚体平台上往往安装有大尺寸的柔性附件, 由于柔性附件与航天器主刚体的耦合效应, 会对航天器的运动轨迹以及姿态产生大的影响。精确有效的航天器动力学模型是进行刚柔耦合效应研究的基础。本文主要研究了含轴对称太阳翼柔性航天器的耦合动力学模型, 将太阳翼等效为Euler-Bernoulli梁模型, 采用Euler-Bernoulli梁的内力平衡关系以及牛顿第二定律得到梁的振动微分方程, 从而建立航天器柔性附件的动力学模型, 采用假设模态法和分离变量法对柔性附件动力学方程进行求解。利用准坐标下的拉格朗日方程和牛顿第二定律, 得到航天器刚体平台和柔性附件振动的耦合动力学方程。并通过MATLAB进行数值仿真, 仿真结果表明: 当柔性航天器受到零脉冲外力和外力矩的作用时, 其位置和角度都会发生变化。当外力和外力矩为零时, 由于刚-柔性耦合效应, 航天器的速度和角速度不收敛到零; 航天器柔性附件的最大振动振幅与小变形的假设相一致; 航天器的两个柔性附件在外力和力矩的作用下所表现出的端部位移是对称的, 表现出相同的振幅和相反的位移。当外力和力矩为零后, 航天器的柔性附件仍存在残余振动。该研究为后续航天器姿态控制器的设计提供前提条件。

关键词

航天器动力学, 柔性附件, 准坐标系下的拉格朗日方程, 耦合动力学

Coupling Dynamics of Spacecraft with Axisymmetric Solar Wings

Simeng Huang, Yulong Yan*, Yuzhen Chai

School of Mathematics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan Shanxi

Received: Mar. 1st, 2025; accepted: Mar. 25th, 2025; published: Apr. 3rd, 2025

Abstract

The main rigid body platform of modern spacecraft is often equipped with large-size flexible

*通讯作者。

attachments due to the rapid development of the aerospace engineering. The coupling effect between the flexible attachments and the main rigid body of the spacecraft will have great influence on the trajectory and attitude of the spacecraft. The precise and effective spacecraft dynamics model is the basis for conducting the study of rigid-flexible coupling effects. In this paper, the coupled dynamics model of flexible spacecraft with axisymmetric solar wing is mainly studied, and the solar wing is modeled to Euler-Bernoulli beam model, and the internal force equilibrium relationship of Euler-Bernoulli beam and Newton's second law are used to obtain the vibration equations of the beam, so as to establish the dynamics model of the spacecraft's flexible attachments, and the hypothetical modal method and the method of separating variables are used to solve the dynamics equations of the flexible attachments. Using the Lagrange equation and Newton's second law in quasi-coordinates, the coupled dynamic equations of the spacecraft rigid platform and flexible attachment vibration are obtained. Then the numerical simulation is carried out by MATLAB, and the simulation results show that: when the flexible spacecraft is subjected to zero impulse external force and external moment, its position and attitude are changed. When the external force and moment are zero, the velocity and angular velocity of the spacecraft do not converge to zero due to the stiff-flexible coupling effect; the maximum vibration amplitude of the flexible attachments of the spacecraft is consistent with the assumption of small deformation; and the end displacements of the two flexible attachments of the spacecraft under the action of the external force and moment are symmetric, showing the same amplitude and opposite displacements. When the external force and moment are zero, residual vibration still exists in the flexible attachments of the spacecraft. This study provides a prerequisite for the design of subsequent spacecraft attitude controllers.

Keywords

Spacecraft Dynamics, Flexible Attachment, The Lagrange's Equations in Terms of General Quasi-Coordinates, Coupling Dynamic

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

航天器，又称空间飞行器，通常用来执行探索、开发、利用太空和天体等特定任务。随着航天领域的快速发展，现如今的航天器的主刚体平台上往往安装有许多如天线、太阳翼或机械臂等大尺寸的柔性附件，该结构被称为柔性附件搭载于刚性主体的刚-柔耦合结构。例如，“天舟五号”载货飞船的太阳帆板展开后宽度最大约为 15 m，可以明显看出该卫星其柔性结构的体积在整个卫星中占绝大比例，卫星的主体平台部分体积很小。由于柔性附件的尺寸一般比较大，导致柔性附件的转动惯量对航天器主体的转动惯量有比较大的影响，同时，由于柔性附件在自由振动时，其弹性变形将与航天器的主刚体的姿态角等产生非常复杂的耦合效应，这会对航天器的运动轨迹以及姿态产生大的影响。除此之外，航天器的飞行往往是带有航天任务的，需要高精度的稳定姿态和轨道来保证其成功完成任务，因此，对这类带有大尺寸柔性附件的航天器进行建模研究具有重要的理论意义和应用前景。

航天器大型太阳翼的构成部件为具有无限自由度且可由连续分布参数进行描述的柔性体，因此要对柔性航天器进行研究，就要进行离散，得到常微分方程组进行求解[1]。常用的离散方法有有限元法[2][3]、集中参数法[4]和假设模态法[5][6]。何贵勤等[2]利用有限元软件 ANSYS 对太阳翼的全局模态进行了动力学建模。Zhang 等[3]利用有限元软件 ABAQUS 对含太阳翼的航天器进行了有限元建模，再利用广义坐

标得到低阶离散模型。Meirovitch 等[5]采用混合坐标下的拉格朗日方程对含大型天线的航天器的动力学进行了建模,采用梁模型进行研究。Misra 等[6]同样采用混合坐标下的拉格朗日方程建立了柔性板展开过程的柔性航天器模型,采用板模型对柔性附件进行了研究。Modi 等[7]对带有任意数量和任意指向的柔性附件为梁和板类的航天器动力学进行了建模。以上研究模型均是基于梁或板的小变形建立的,对于大范围变形,Kane 等[8]通过研究首次提出了“动力刚化”现象,即当系统高速运动旋转时柔性附件会出现动力刚化现象。章定国等[9]考虑轴向变形,对作大范围运动的柔性梁的动力学进行建模和研究。Yu 等[10]采用高阶剪切变形理论对柔性附件大变形问题进行建模分析。

本文研究基于小变形进行,不考虑轴向变形,仅考虑柔性附件太阳翼的弯曲变形,由于现代航天器多为铝质锥壳结构,其结构刚度大而阻尼小[11],因此在本文的建模中忽略结构阻尼对航天器柔性附件的影响,采用 Euler-Bernoulli 梁对柔性附件进行建模,采用准坐标下的拉格朗日对刚体平台进行建模,并与相关文献进行对比,验证算法和结果的正确性。采用假设模态截断法和准坐标下的拉格朗日以及刚柔耦合,求出柔性附件末端的位移和运动速度,得到刚体转动的转动角度以及平动位移,对含轴对称柔性附件的航天器进行动力学分析。

2. 动力学建模

2.1. 刚柔耦合航天器系统模型

如图 1 为轴对称太阳翼的航天器系统的模型图,若只考虑它的弯曲变形运动,则可以将帆板简化为梁模型进行计算,如图 2 所示, $O-XYZ$ 为惯性坐标系,以航天器质心 o 为原点建立刚体坐标系 $o-xyz$, A 、 B 点分别为左侧梁中心轴线和右侧梁中心轴线与主刚体的连接点,设 A 点的坐标为 $\mathbf{r}_A = (x_A, y_A, z_A)$, B 点的坐标为 $\mathbf{r}_B = (x_B, y_B, z_B)$,假如刚体坐标系 $o-xyz$ 的运动已知,即刚体绕惯性坐标系的角速度为 $\boldsymbol{\omega}$,角加速度为 $\boldsymbol{\varepsilon}$,逆时针转动为正,原点 o 的速度为 $\mathbf{v}$,加速度为 $\mathbf{a}$,同时设刚体向右运动为正。分别取距离 A 点为 x 且与柔性梁的中心轴线相交的点 P' 和距离 B 点为 x 且与柔性梁的中心轴线相交的点 P ,设点 P' 处的弹性变形为 $\mathbf{n}$,点 P 处的弹性变形为 $\mathbf{u}$ 。若仅考虑弯曲变形,则 $\mathbf{u} = (0, u_y, u_z)$, $\mathbf{n} = (0, n_y, n_z)$ 。

将图 2 所示的刚柔耦合系统分成三个子系统:柔性附件 1 为右侧柔性梁、柔性附件 2 为左侧柔性梁、主刚体平台。分别对三个子系统的动力学、运动学方程进行计算。

2.2. 航天器柔性附件动力学建模

点 P 和 P' 在刚体坐标下的速度和加速度分别为:

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_B + \mathbf{x} + \mathbf{u}) + \dot{\mathbf{u}} \approx \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_B + \mathbf{x}) + \dot{\mathbf{u}} \quad (1)$$

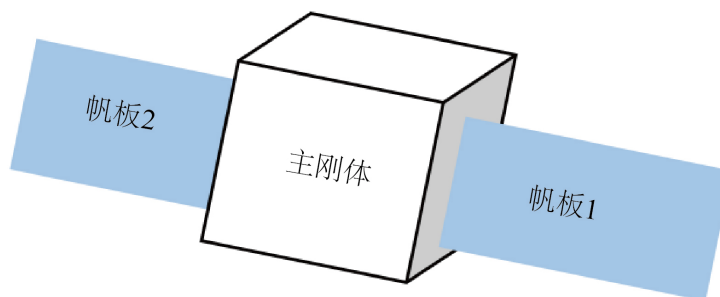


Figure 1. Spacecraft model diagram of axisymmetric solar wings
图 1. 轴对称太阳翼的航天器模型图

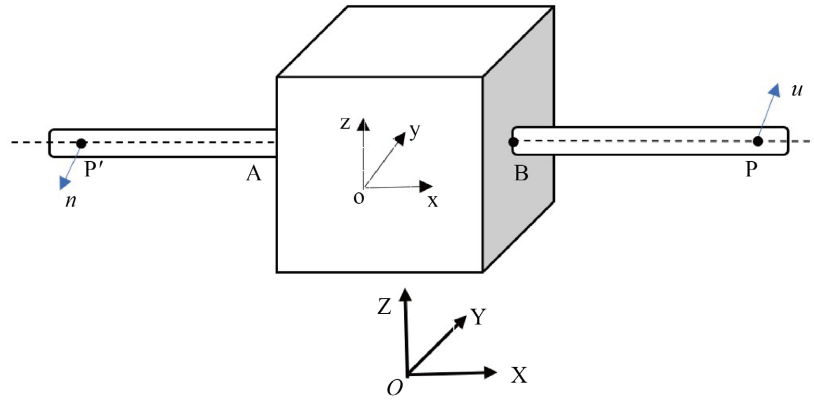


Figure 2. Simplified model diagram of axisymmetric solar wings spacecraft
图 2. 轴对称太阳翼航天器简化模型图

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= \mathbf{a} + \boldsymbol{\varepsilon} \times (\mathbf{r}_B + \mathbf{x} + \mathbf{u}) + \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_B + \mathbf{x} + \mathbf{u})] + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{u}} + \ddot{\mathbf{u}} \\ &\approx \mathbf{a} + \boldsymbol{\varepsilon} \times (\mathbf{r}_B + \mathbf{x}) + \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_B + \mathbf{x})] + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{u}} + \ddot{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_{P'} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_A - \mathbf{x} + \mathbf{n}) + \dot{\mathbf{n}} \approx \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_A - \mathbf{x}) + \dot{\mathbf{n}} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_2 &= \mathbf{a} + \boldsymbol{\varepsilon} \times (\mathbf{r}_A - \mathbf{x} + \mathbf{n}) + \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_A - \mathbf{x} + \mathbf{n})] + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{n}} + \ddot{\mathbf{n}} \\ &\approx \mathbf{a} + \boldsymbol{\varepsilon} \times (\mathbf{r}_A - \mathbf{x}) + \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_A - \mathbf{x})] + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{n}} + \ddot{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (4)$$

由于弹性变形远远小于位置矢径, 因此在计算时可将部分公式中的弹性变形省略, 如上式所示。采用牛顿第二定律和 Euler-Bernoulli 梁模型的内力平衡关系[9], 有

$$\begin{cases} \rho A a_{1y} = -\frac{\partial^2 M_{1y}}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} \\ \rho A a_{1z} = -\frac{\partial^2 M_{1z}}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^4 u_z}{\partial x^4} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \rho A a_{2y} = -\frac{\partial^2 M_{2y}}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^4 n_y}{\partial x^4} \\ \rho A a_{2z} = -\frac{\partial^2 M_{2z}}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^4 n_z}{\partial x^4} \end{cases} \quad (6)$$

其中 $a_{1y}, a_{1z}, a_{2y}, a_{2z}$ 分别为点 P 和 P' 处的加速度在 y, z 轴方向的投影, 可得微元分别在 y, z 方向的动力学方程

$$\begin{aligned} &\rho A \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} - 2\rho A \omega_{0x} \frac{\partial u_z}{\partial t} \\ &= -\rho A \left[a_y + (\omega_y \omega_z - \varepsilon_x) z_B + (\varepsilon_z + \omega_x \omega_y)(x_B + x) - (\omega_z^2 + \omega_x^2) y_B \right] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\rho A \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u_z}{\partial x^4} + 2\rho A \omega_{0x} \frac{\partial u_y}{\partial t} \\ &= -\rho A \left[a_z + (\varepsilon_x + \omega_y \omega_z) y_B + (\omega_x \omega_z - \varepsilon_y)(x_B + x) - (\omega_x^2 + \omega_y^2) z_B \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &\rho A \frac{\partial^2 n_y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 n_y}{\partial x^4} - 2\rho A \omega_{0x} \frac{\partial n_z}{\partial t} \\ &= -\rho A \left[-a_y + (\omega_y \omega_z - \varepsilon_x) z_A + (\varepsilon_z + \omega_x \omega_y)(x_A - x) - (\omega_z^2 + \omega_x^2) y_A \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \rho A \frac{\partial^2 n_z}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 n_z}{\partial x^4} + 2\rho A \omega_{0x} \frac{\partial n_y}{\partial t} \\ & = -\rho A \left[-a_z + (\varepsilon_x + \omega_y \omega_z) y_A + (\omega_x \omega_z - \varepsilon_y)(x_A - x) - (\omega_x^2 + \omega_y^2) z_A \right] \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $u_y, u_z, n_y, n_z, \frac{\partial u_y}{\partial t}, \frac{\partial u_z}{\partial t}, \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \frac{\partial n_y}{\partial t}, \frac{\partial n_z}{\partial t}, \frac{\partial^2 n_y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 n_z}{\partial t^2}$ 分别为弹性变形矢量 $\mathbf{u}$, $\mathbf{n}$, 相对速度

度 $\dot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{n}}$, 相对加速度 $\ddot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{n}}$ 在 y, z 轴方向上的投影; a_y, a_z 为 $\mathbf{a}$ 在 y, z 轴方向上的投影; $\omega_x, \omega_y, \omega_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 为 $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\varepsilon}$ 在 x, y, z 轴方向上的投影。

2.3. 航天器刚柔耦合动力学建模

取主刚体的坐标系为本体坐标系, 假若忽略势能对系统的影响, 此时主刚体的拉格朗日函数为

$$L = \frac{1}{2} m_0 \mathbf{v}^T \mathbf{v} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{J}_0 \boldsymbol{\omega} \quad (11)$$

其中, m_0 为刚体质量, $\mathbf{J}_0$ 为刚体的转动惯量。

采用准坐标下的拉格朗日方程建立主刚体的动力学方程[12],

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} - \mathbf{C} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{R}} = \mathbf{F}_0 + \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\omega}} + \mathbf{v} \times \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\omega}} - \mathbf{D}^{-1} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{R}} = \mathbf{M}_0 + \sum_{i=1}^N \mathbf{M}_i \quad (13)$$

其中 $\mathbf{F}_0, \mathbf{M}_0$ 分别为航天器主刚体所受到的沿本体坐标轴的非保守力以及非保守力矩; $\mathbf{F}_i, \mathbf{M}_i$ 分别为第 i 个柔性附件对航天器主刚体的作用力以及作用力矩。 $\mathbf{C}, \mathbf{D}$ 为惯性坐标向刚体坐标的坐标转换矩阵。

若规定坐标转换矩阵以 $ox \rightarrow oy \rightarrow oz$ 的转动顺序得到, 则 $\mathbf{C}, \mathbf{D}$ 为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_z c_y & c_x s_z + s_x s_y c_z & s_x s_z - c_x s_y c_z \\ -s_z c_y & c_x c_z - s_x s_y s_z & s_x c_z + c_x s_y c_z \\ s_y & -s_x c_y & c_x c_y \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} c_z c_y & s_z & 0 \\ -s_z c_y & c_z & 0 \\ s_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中, $s_j = \sin \theta_j, c_j = \cos \theta_j, \theta_j (j = x, y, z)$ 为惯性坐标转向主体坐标的欧拉角。

为了求解偏微分方程(7)~(10), 采用假设模态法, 设

$$u_y(x, t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(x) A_i(t), u_z(x, t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(x) B_i(t) \quad (16)$$

$$n_y(x, t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(x) C_i(t), n_z(x, t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(x) D_i(t) \quad (17)$$

其中, $\Phi_i(x)$ 为悬臂梁第 i 阶弯曲变形的模态函数, $A_i(t), B_i(t), C_i(t), D_i(t)$ 是对应的模态坐标, N 为模态截断数。

由牛顿第二定律可得, 第 1, 2 个柔性附件对航天器主刚体的作用力以及作用力矩分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= -\rho A \int_0^L \mathbf{a}_1 dx, \quad \mathbf{F}_2 = -\rho A \int_0^L \mathbf{a}_2 dx \\ \mathbf{M}_1 &= -\rho A \int_0^L (\mathbf{r}_B + \mathbf{x}) \times \mathbf{a}_1 dx, \quad \mathbf{M}_2 = -\rho A \int_0^L (\mathbf{r}_A - \mathbf{x}) \times \mathbf{a}_2 dx \end{aligned} \quad (18)$$

对于柔性附件：将式(16)~(17)代入式(7)~(10)中，再乘以 $\Phi(x)dx$ 关于 x 对全梁 $(0, L)$ 进行积分，同时考虑模态函数的正交性；对于刚体：将式(18)代入(11)~(15)中，刚柔耦合系统经过计算可得到矩阵形式的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Z}}_1 \\ \dot{\mathbf{Z}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中， $\mathbf{Z}_1 = [v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ ， $\mathbf{Z}_2 = [\dot{A}_1, \dots, \dot{A}_N, \dot{B}_1, \dots, \dot{B}_N, \dot{C}_1, \dots, \dot{C}_N, \dot{D}_1, \dots, \dot{D}_N]^T$ ，分别为描述刚体运动学和柔性附件动力学的向量；外力矩阵 $[\mathbf{H}, \mathbf{Q}]^T$ 的形式可由式(18)得到； M_{11} 为 6×6 的方阵，是描述刚体运动(平动、转动)的矩阵； M_{22} 为 $4N \times 4N$ 的方阵，是描述弹性变形的矩阵； M_{12} 、 M_{21} 描述刚柔耦合的矩阵。由于篇幅原因，矩阵的具体形式在此不再给出。

3. 数值仿真与结果分析

在本小节中对两个算例进行了仿真计算，其中算例 1 是针对本文单侧梁的仿真数据与文献[12]中的数据进行对比，以验证本文动力学建模以及计算方法的正确性；算例 2 是对复杂外力和外力矩作用下的航天器的动力学进行仿真计算，在此利用 Matlab 软件对算例进行数值仿真。

算例 1：采用与文献[13]中的系统相同的参数进行仿真，如表 1 所示，将仿真结果与文献[13]中的结果进行比较，文献[13]中的系统为水平面内作运动的刚柔耦合系统，刚体绕 z 轴作定轴运动，在刚体上以悬臂的方式连接着一个柔性梁。

Table 1. Parameters of rigid-flexible coupling system [13]

表 1. 文献[13]刚柔耦合系统参数

参数	值
悬臂梁长度 L/m	0.5
线密度 $\rho A/(kg/m)$	0.0858
弯曲刚度 $EI/(N \cdot m^2)$	5.5
OA 向量 $\mathbf{r}_A/m$	$(-0.05, 0, 0)$
刚性平台转动惯量 $J_{oh}/(kg \cdot m^2)$	0.0024
柔性梁转动惯量 $J_{ob}/(kg \cdot m^2)$	0.0048
刚体质量 m_0/kg	2

对航天器主刚体施加的驱动力矩形式如下

$$M_z(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 0.05 \\ -1 & 0.1 < t < 0.15 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (20)$$

为了验证本文所采用方法的正确性，针对单侧梁与文献[13]中模型的数据进行对比，本文仿真结果与文献数据的对比图如图 3 所示，其中蓝色实线为本文数据；黄色虚线为公式(1)~(4)省略弹性变形后的结果；红色星点为文献中的数据，图 3(a)验证了本文方法下刚体的运动与文献中的数据基本一致，图 3(b)验证了本文方法下柔性附件的运动与文献中的数据基本一致，证明了本文所建立的动力学模型以及计算方法的正确性。通过图 3 发现在动力学建模的公式(1)~(4)中弹性变形后的对系统响应影响可忽略，因此在小变形研究下可对刚柔耦合航天器系统模型进行适当简化，有助于航天器总体设计。

由图 3 可以看出，当驱动力矩为零时，航天器由于柔性附件振动刚柔耦合的影响，其刚体平台仍存

在角速度变化。

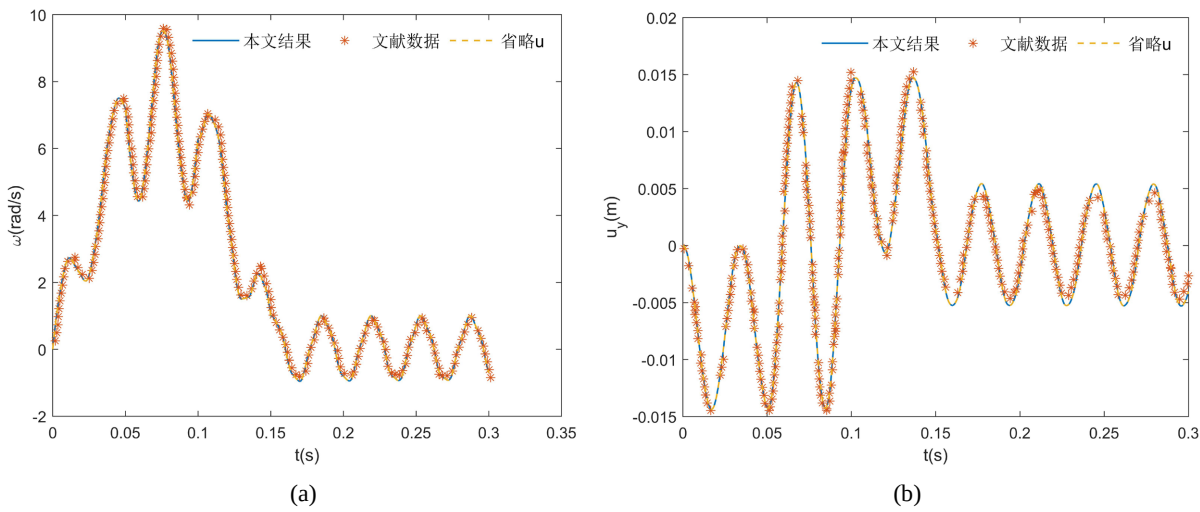


Figure 3. Angular velocity of rigid body, lip displacement of flexible beam, and comparison with literature results: (a) Angular velocity of rigid body; (b) Lip displacement of flexible beam

图 3. 刚体的角速度，柔性梁末端位移，以及与文献结果的对比：(a) 刚体的角速度；(b) 柔性梁末端位移

上述所描述的文献中的系统是一个平面系统，以 z 轴为定轴，柔性梁在 y 方向上做弯曲变形。但在实际工况中，航天器的运动是在复杂外力和外力矩作用下进行的，接下来对复杂外力和外力矩作用下的航天器的运动情况进行仿真计算。

算例 2：在复杂工况下，选取表 2 数据进行仿真计算。

Table 2. Spacecraft geometric parameters

表 2. 航天器几何参数

参数	值
悬臂梁长度 L/m	1
线密度 $\rho A/(\text{kg}/\text{m})$	0.202
弯曲刚度 $EI/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	56.671
OA 向量 $\mathbf{r}_A/\text{m}$	$(-0.1, 0, 0)$
OB 向量 $\mathbf{r}_B/\text{m}$	$(0.1, 0, 0)$
初始角度 θ/rad	$\left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{24}, -\frac{\pi}{36}\right)$
刚性平台转动惯量 $J_{oh}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.0448
柔性梁转动惯量 $J_{ob}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.0896
刚体质量 m_0/kg	10000

对航天器施加外力 $\mathbf{F} = (0, F_y, F_z)$ 和力矩 $\mathbf{M} = (0, M_y, M_z)$ 为

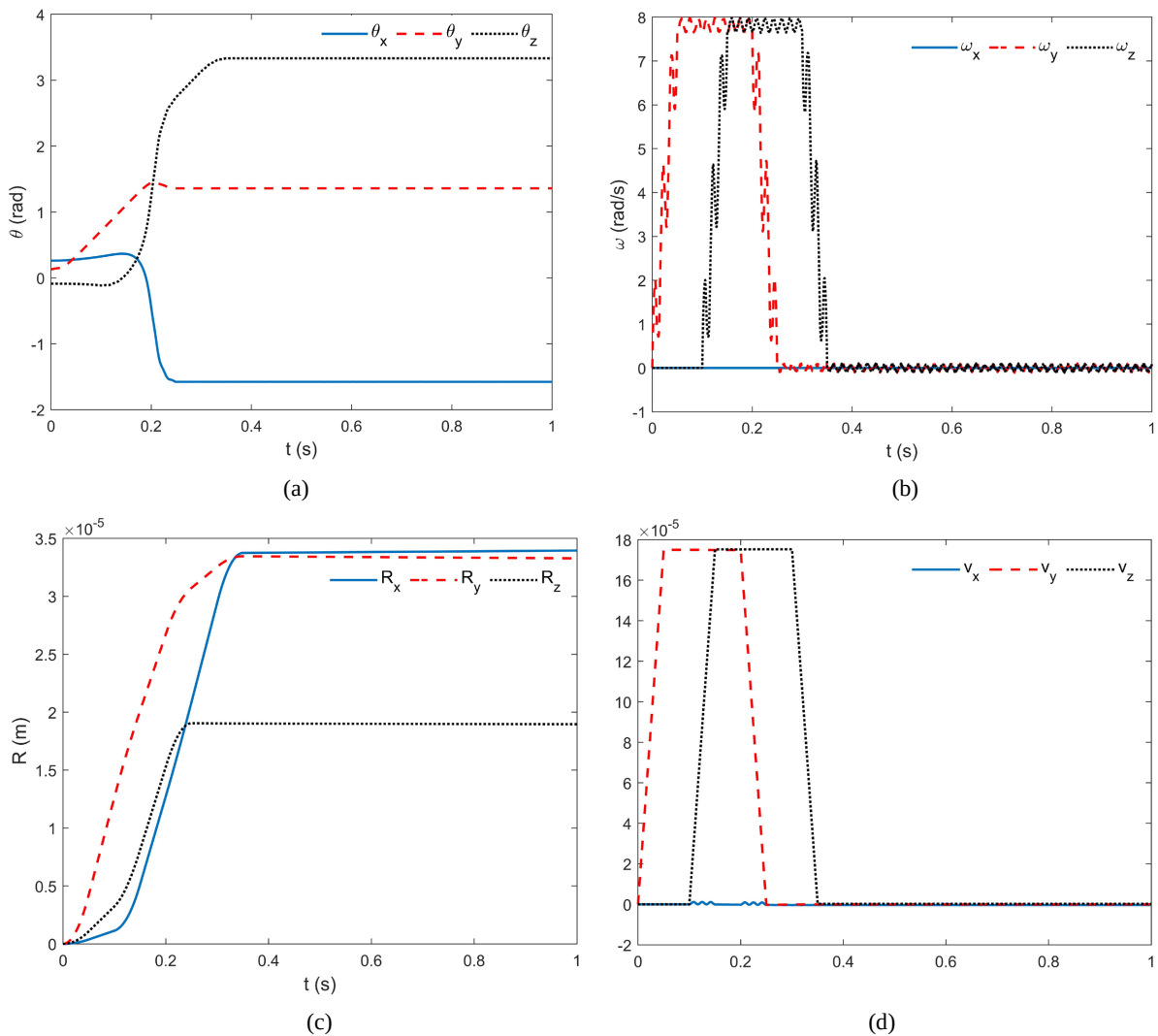
$$F_y(t) = \begin{cases} 35 & 0 \leq t \leq 0.05 \\ -35 & 0.2 \leq t \leq 0.25 \\ 0 & \text{other} \end{cases}, F_z(t) = \begin{cases} 35 & 0.1 \leq t \leq 0.15 \\ -35 & 0.3 \leq t \leq 0.35 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (21)$$

$$M_y(t) = \begin{cases} 35 & 0 \leq t \leq 0.05 \\ -35 & 0.2 \leq t \leq 0.25 \\ 0 & \text{other} \end{cases}, M_z(t) = \begin{cases} 35 & 0.1 \leq t \leq 0.15 \\ -35 & 0.3 \leq t \leq 0.35 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (22)$$

在上述外力和外力矩下, 航天器系统的曲线图如图 4 所示, 其中(a)为航天器相对姿态角的时程图, (b)为航天器相对姿态角速度的时程图, (c)为航天器相对位置的时程图, (d)为航天器相对速度的时程图; (e)为柔性附件末端 y, z 方向的位移, (f)为柔性附件末端 y, z 方向的速度。(e)、(f)中蓝色实线表示的是柔性附件 1 末端的位移、速度; 红色虚线表示的是柔性附件 2 末端的位移、速度。

图 4(a)~(d)表明, 当柔性航天器受到零脉冲外力和外力力矩的作用时, 其位置和角度都会发生变化。当外力和外力矩为零时, 由于刚-柔性耦合效应, 航天器的速度和角速度不收敛到零, 使航天器不稳定。通过图 4(e), 图 4(f)得到, 航天器柔性附件的最大振动振幅约为 0.012 m, 这与小变形的假设相一致; 航天器的两个柔性附件在外力和力矩的作用下所表现出的端部位移是对称的, 表现出相同的振幅和相反的位移。当外力和力矩为零后, 航天器的柔性附件仍存在残余振动。

通过联系实际工况可知残余振动产生的原因: 一是现代柔性航天器在执行任务时会受到外部激励或姿态机动, 此时航天器柔性附件会发生弹性变形存储应变能, 当任务结束后, 这些能量可能不会立刻消



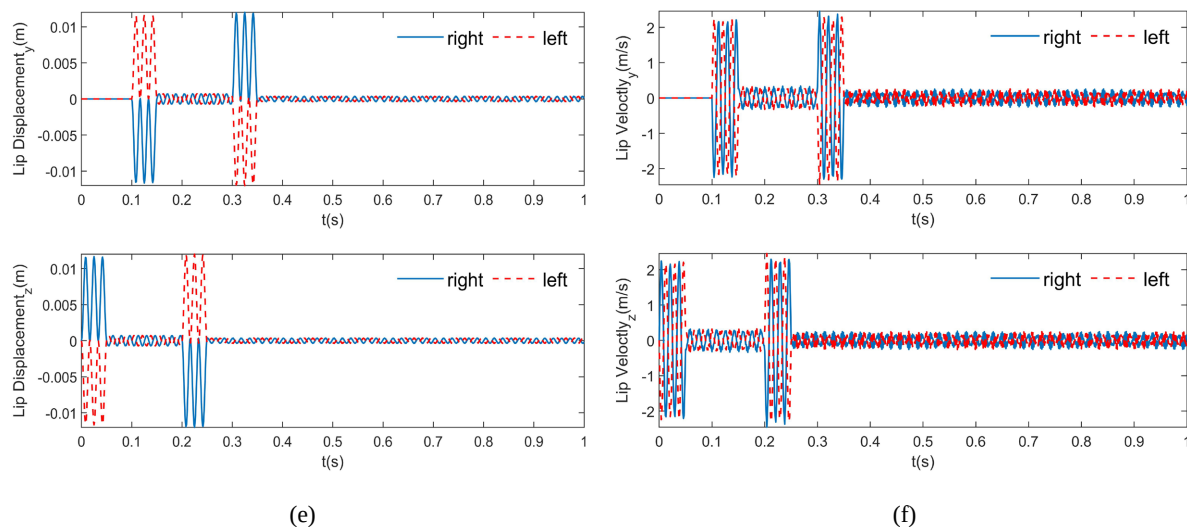


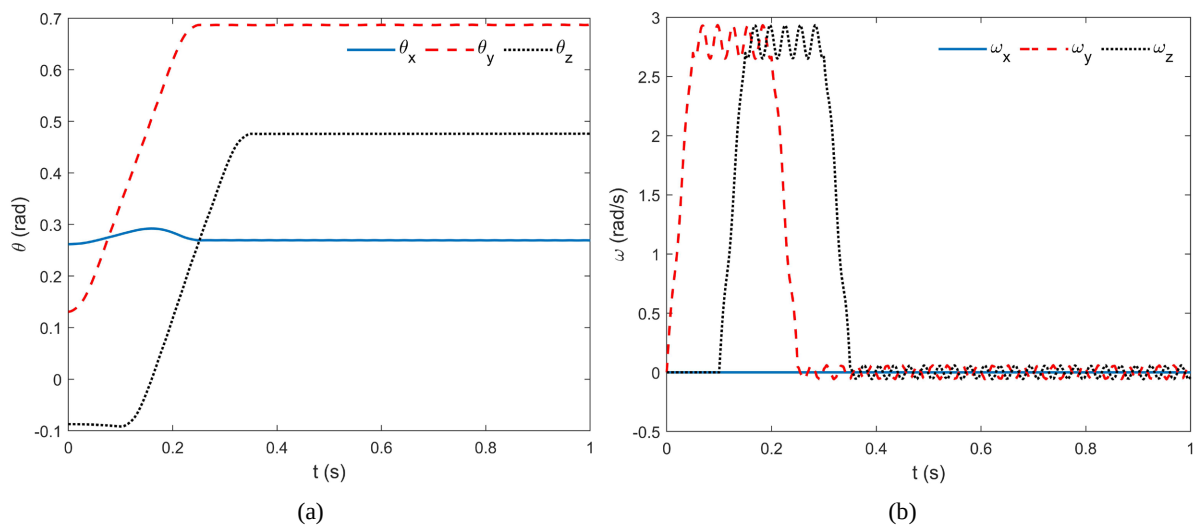
Figure 4. In the case 2, the images of the spacecraft's relative attitude angle, angular velocity, position and velocity, as well as the lip displacement and velocity of the flexible accessories: (a) Relative attitude angle of spacecraft; (b) Relative attitude angular velocity of spacecraft; (c) Relative position of spacecraft; (d) Relative velocity of spacecraft; (e) Lip displacement of flexible attachment; (f) Lip velocity of flexible attachment

图 4. 在算例 2 情形下, 航天器相对姿态角、角速度、位置、速度, 以及柔性附件末端位移和速度的图像: (a) 航天器相对姿态角; (b) 航天器相对姿态角速度; (c) 航天器相对位置; (d) 航天器相对速度; (e) 柔性附件末端位移; (f) 柔性附件末端速度

散掉, 导致参与振动; 二是现代航天器通常携带太阳能帆板, 该类型航天器由于太阳辐射的影响, 会产生热颤现象; 三是航天器还会受到重力梯度力矩、磁力矩等的影响产生振动现象。由于航天器柔性附件尺寸较大, 且在微重的环境内, 一旦产生振动, 仅靠其自身很难消除残余振动。

算例 3: 为了更加清楚地分析航天器柔性附件振动对航天器的影响, 现在改变航天器刚体的转动惯量为 0.4478, 其余参数仍采用表 2 中的参数, 外激励由公式(21)和(22)给出, 仿真结果如图 5 所示。

通过对比图 4 和图 5 的仿真结果发现: 航天器在机动时, 随着航天器刚体转动惯量的增大, 刚体旋转的姿态角和角速度减小, 航天器的相对位置和相对速度基本不发生变化, 航天器柔性附件振动幅值减小, 柔性附件残余振动也随着航天器刚体转动惯量的增大而减小。



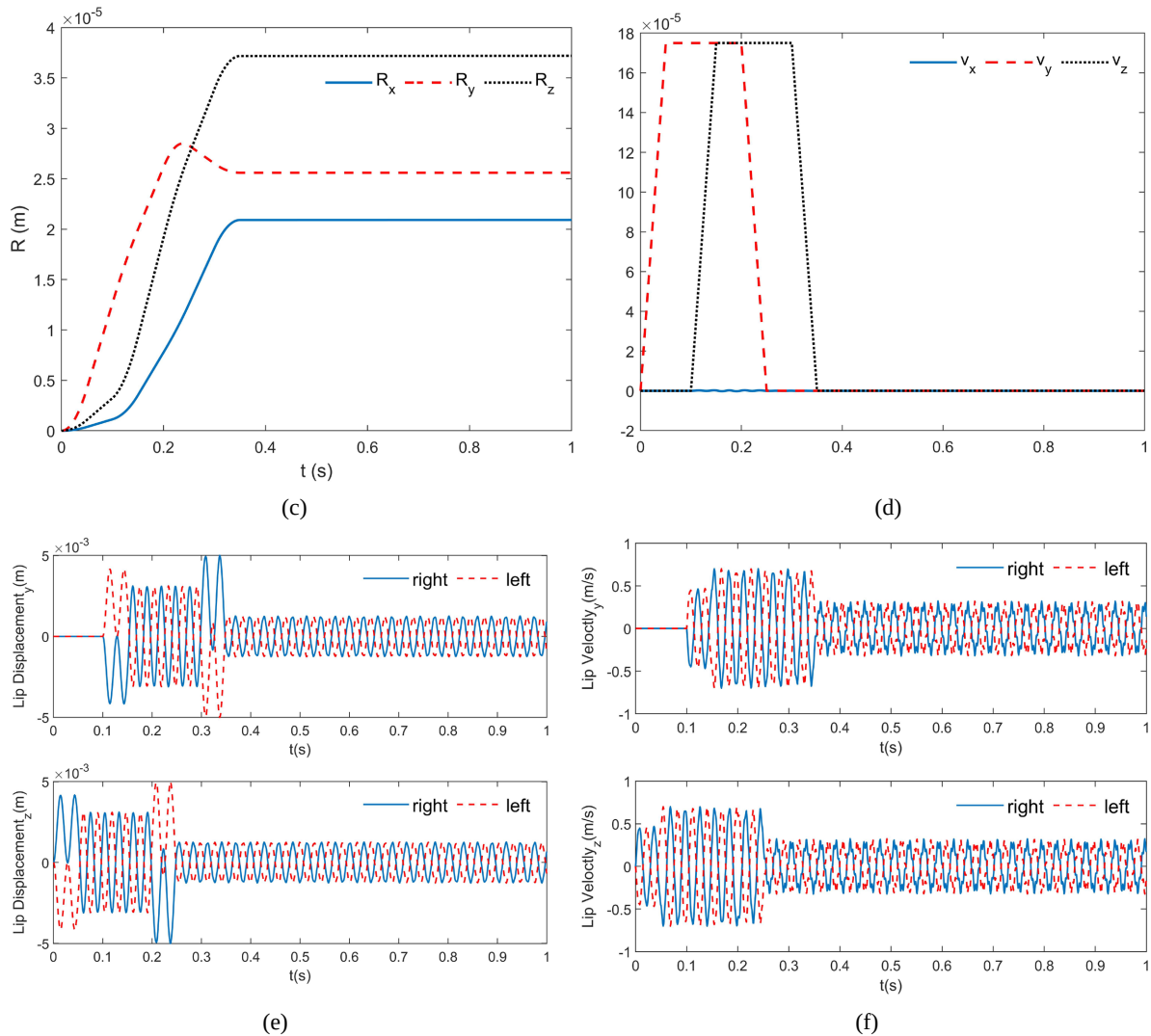


Figure 5. In the case 3, the images of the spacecraft's relative attitude angle, angular velocity, position and velocity, as well as the lip displacement and velocity of the flexible accessories: (a) Relative attitude angle of spacecraft; (b) Relative attitude angular velocity of spacecraft; (c) Relative position of spacecraft; (d) Relative velocity of spacecraft; (e) Lip displacement of flexible attachment; (f) Lip velocity of flexible attachment

图 5. 在算例 3 情形下, 航天器相对姿态角、角速度、位置、速度, 以及柔性附件末端位移和速度的图像: (a) 航天器相对姿态角; (b) 航天器相对姿态角速度; (c) 航天器相对位置; (d) 航天器相对速度; (e) 柔性附件末端位移; (f) 柔性附件末端速度

通过对航天器的动力学分析可知, 在航天器进行姿态机动时, 航天器柔性附件的振动残余振动是无法避免的, 因此后续需要对航天器姿态控制进行研究。

4. 结论

本文研究基于小变形进行, 不考虑轴向变形, 仅考虑柔性附件太阳翼的弯曲变形, 忽略阻尼, 采用 Euler-Bernoulli 梁对柔性附件进行建模, 采用准坐标下的拉格朗日对刚体平台进行建模, 通过数值仿真验证算法和结果的正确性。结果表明在航天器动力学建模的过程中, 忽略某些小量不会对航天器响应造成影响。采用假设模态截断法和准坐标下的拉格朗日以及刚柔耦合, 获得柔性附件末端的位移和运动速度, 得到刚体转动的转动角度以及平动位移图像。研究结果表明: 当柔性航天器受到零脉冲外力和外力矩

的作用时, 其位置和角度都会发生变化。当外力和外力矩为零时, 由于刚-柔性耦合效应, 航天器的速度和角速度不收敛到零; 航天器柔性附件的最大振动振幅约为 0.1 m, 这与小变形的假设相一致; 航天器的两个柔性附件在外力和力矩的作用下所表现出的端部位移是对称的, 表现出相同的振幅和相反的位移。当外力和力矩为零后, 航天器的柔性附件仍存在残余振动。因此对航天器柔性附件的研究是有必要的, 为后续航天器姿态控制提供了基础。

基金项目

国家自然科学基金青年项目(12202301)。

参考文献

- [1] 魏进, 曹登庆, 于涛. 复合柔性结构全局模态函数提取与状态空间模型构建[J]. 力学学报, 2019, 51(2): 341-353.
- [2] 何贵勤, 曹登庆, 陈帅, 等. 挠性航天器太阳翼全局模态动力学建模与实验研究[J]. 力学学报, 2021, 53(8): 2312-2322.
- [3] Jin, Z. and Tianshu, W. (2013) Coupled Attitude-Orbit Control of Flexible Solar Sail for Displaced Solar Orbit. *Journal of Spacecraft and Rockets*, **50**, 675-685. <https://doi.org/10.2514/1.a32369>
- [4] 杨旦旦, 岳宝增. 一类带柔性附件充液航天器姿态机动控制[J]. 力学学报, 2012, 44(2): 415-424.
- [5] Meirovitch, L. and Kwak, M.K. (1990) Dynamics and Control of Spacecraft with Retargeting Flexible Antennas. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **13**, 241-248. <https://doi.org/10.2514/3.20543>
- [6] Ibrahim, A.E. and Misra, A.K. (1982) Attitude Dynamics of a Satellite during Deployment of Large Plate-Type Structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **5**, 442-447. <https://doi.org/10.2514/3.56192>
- [7] Modi, V.J. and Ibrahim, A.M. (1984) A General Formulation for Librational Dynamics of Spacecraft with Deploying Appendages. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **7**, 563-569. <https://doi.org/10.2514/3.19895>
- [8] Kane, T.R., Ryan, R.R. and Banerjee, A.K. (1987) Dynamics of a Cantilever Beam Attached to a Moving Base. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **10**, 139-151.
- [9] 章定国, 余纪邦. 作大范围运动的柔性梁的动力学分析[J]. 振动工程学报, 2006, 19(4): 475-480.
- [10] Yu, X., You, B., Wei, C., Liu, Z. and Zhao, Y. (2023) Nonlinear Dynamic and Piezoelectric Ply Control Strategies Investigations on Laminated Flexible Spacecraft. *The Journal of the Astronautical Sciences*, **70**, Article No. 4. <https://doi.org/10.1007/s40295-023-00370-2>
- [11] 程明, 黄静, 孙俊. 空间柔性结构振动控制智能作动技术研究进展[J]. 宇航学报, 2025, 46(1): 37-50.
- [12] Yue, B.Z., Wu, W.J. and Yan, Y.L. (2016) Modeling and Coupling Dynamics of the Spacecraft with Multiple Propellant Tanks. *AIAA Journal*, **54**, 3608-3618. <https://doi.org/10.2514/1.j055110>
- [13] 肖建强, 章定国. 转动刚体上柔性悬臂梁的动力学建模与仿真[J]. 机械科学与技术, 2005, 24(1): 45-47.