

应用扩散模型进行部分傅里叶重建

王志文*, 李亭豫

内蒙古大学数学科学学院, 内蒙古 呼和浩特

收稿日期: 2025年4月12日; 录用日期: 2025年5月6日; 发布日期: 2025年5月13日

摘要

部分傅立叶(PF) MRI重建在准确恢复缺失的 k 空间数据的同时保持图像细节和相位一致性方面面临挑战。为此, 我们提出了一种基于随机微分方程(SDE)的扩散模型, 该模型结合物理约束以提升重建质量。该方法利用SDE训练神经网络的分函数, 并通过去噪分数匹配学习数据分布的先验信息。此外, 基于 k 空间的共轭对称性, 我们在逆扩散过程中引入虚拟线圈概念(VCC), 扩展 k 空间数据, 从而提供额外的相位编码信息和物理共轭对称性约束。这一设计有效限制了扩散模型在未采样区域的生成能力, 实现更加精准且符合物理规律的重建。实验结果表明, 与传统算法和深度监督方法相比, 该方法在细节保留、相位图像重建表现更优。

关键词

扩散模型, 基于分数的随机微分方程, 部分傅里叶重建, 虚拟线圈概念, 核磁共振成像

Partial Fourier Reconstruction Using Diffusion Models

Zhiwen Wang*, Tingyu Li

School of Mathematical Sciences, Inner Mongolia University, Hohhot Inner Mongolia

Received: Apr. 12th, 2025; accepted: May 6th, 2025; published: May 13th, 2025

Abstract

Partial Fourier (PF) MRI reconstruction faces challenges in accurately recovering missing k -space data while preserving image details and phase consistency. To address this, we propose a score-based Stochastic Differential Equation (SDE) diffusion model that integrates physical constraints to enhance reconstruction quality. This method employs score-based SDE to train a neural network score function using denoising score matching, serving as a prior for the data distribution. Additionally, leveraging

*通讯作者。

the conjugate symmetry of k -space, we introduce the Virtual Coil Concept (VCC) during the inverse diffusion process, which extends k -space to provide additional phase encoding and physical conjugate symmetry constraints. This effectively restricts the generative capability of the Diffusion Model (DM) in non-sampled regions, leading to more accurate and physically consistent reconstructions. Experimental results demonstrate that, compared to traditional algorithms and deep supervision methods, our approach achieves superior performance in detail preservation and phase image reconstruction.

Keywords

Diffusion Model, Score-Based SDE, Partial Fourier Reconstruction, Virtual Coil Concept, MRI

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

磁共振成像(MRI)在临床诊断中具有重要作用,能够提供高分辨率的内部结构信息,帮助医生准确诊断。然而, MRI 扫描时间较长,不仅会增加患者的不适,还可能导致运动伪影,降低图像质量。为了解决这一问题,许多加速方法被提出,以减少扫描时间,同时保持重建图像的质量。其中,部分傅里叶(Partial Fourier, PF)重建技术[1]-[8]因其仅需采集部分 k 空间数据,并利用共轭对称性补全缺失信息而受到广泛关注。然而, PF 重建对相位信息高度依赖,容易受到设备误差和生理因素引起的相位变化影响,从而影响重建质量。

为减少相位变化的影响,已有多种传统 PF 重建方法被提出,如凸集投影(POCS) [1]和同频重建(Homodyne Reconstruction) [2]。这些方法在相位变化平稳时表现良好,但在相位突变时容易产生伪影和失真。此外, PF 重建的加速系数选择十分关键,参数选择不当会导致伪影加重,影响重建质量。近年来,深度学习(DL)方法[7] [8]被应用于 PF 重建,利用数据驱动的方式学习 MRI 图像特征。然而,监督学习方法依赖大量全采样数据进行训练,而在临床环境下获取这些数据成本高昂,且大多数损失函数主要优化数值性能,忽略了细节的保留,从而影响重建效果。

近年来,扩散模型(Diffusion Model, DM) [9]-[11]因其卓越的生成能力受到了广泛关注。相较于深度学习,扩散模型具有一些优势,扩散模型无需配对训练数据,可直接从未标注数据集中学习分布,降低对全采样数据的依赖。通过逆扩散过程逐步去噪,扩散模型能够生成高保真图像,有效减少伪影。基于这些优势,扩散模型已逐步应用于 MRI 重建,并在已有研究中展现了优异性能[12]-[16],例如基于分数的 SDE (score-based SDE)方法已被用于 MRI 图像重建。

PF 重建需要恢复大量缺失的 k 空间数据,直接应用扩散模型可能会导致图像中出现虚假结构和相位不连续的问题。仅依赖数据一致性约束难以有效约束扩散模型在非采样区域生成的信息,从而影响重建效果。为此,我们引入虚拟线圈概念(Virtual Coil Concept, VCC) [17],将物理约束结合到扩散模型的重建过程中。VCC 利用 k 空间的共轭对称性,生成一组具有对称 k 空间结构的虚拟线圈,从而扩展可用数据,并引入额外的相位信息。这种方法不仅增强了未采样区域的数据约束,还减少了对显式相位先验的依赖,从而提升 PF 重建的准确性和稳定性。

本文提出了一种结合虚拟线圈概念和基于 SDE 的扩散模型的 PF 重建方法,该方法不仅保留了扩散模型的强泛化能力,同时有效减小了相位变化对 PF 重建的干扰。主要贡献如下:

1) 采用 score-based SDE 方法进行部分傅里叶重建, 直接从数据分布中学习 MRI 图像的固有特征, 从而更准确地恢复缺失的 k 空间数据。

2) 通过 VCC 引入 k 空间共轭对称性约束, 避免扩散模型在未采样区域生成不相关信息, 并减少对显式相位先验的依赖。具体而言, VCC 生成的虚拟线圈 k 空间数据提供额外的相位编码信息, 使扩散模型能够更好地重建扩展后的欠采样 k 空间数据, 提高重建质量。

3) 在 2D 腹部 MRI 数据集上进行实验, 并与当前最先进的 PF 重建方法进行比较。实验结果表明, 本文方法在定量和定性评估中均优于现有方法。

2. 方法

2.1. 虚拟线圈概念

本 VCC 利用 k 空间的共轭对称性, 为每个原始接收线圈生成虚拟线圈数据, 从而扩充 k 空间采样。与传统的 PF 方法相比, VCC 不依赖于显式的相位估计, 而是通过虚拟线圈引入额外的信息冗余, 提高重建稳定性。其数学表达式如下:

$$x_k = [y, y^*] \quad (1)$$

其中, y^* 是 y 的共轭数据。由于虚拟线圈的灵敏度与原始线圈相同, 但相位不同, VCC 可以有效提升编码能力。

2.2. VCC + 扩散模型(VCC + DM)

与标准扩散模型相同, 我们采用随机微分方程(Stochastic Differential Equation, SDE)来对图像的生成过程进行建模, 从而实现从噪声到数据分布的映射。具体来说, 我们在前向过程中使用前向 SDE 对输入图像逐步添加噪声, 使其逐渐演变为均匀分布的高斯噪声, 这一过程可以用以下微分方程表示:

$$dx = f(x, t)dt + g(t)dw \quad (2)$$

其中, f 为漂移系数, g 为扩散系数, dw 是标准的布朗运动。为了可以从噪声恢复到原始数据, 我们要实现反向的 SDE, 表达式如下:

$$dx = [f(x, t) - g^2(t)S_\theta(x, t)]dt + g(t)d\bar{w} \quad (3)$$

其中, $S_\theta(x, t)$ 是通过去噪得分匹配[18]进行训练的参数。我们采用方差保持(Variance Exploding, VE) SDE 进行采样, 以便在数值上计算更可靠:

$$x_i \leftarrow x_{i+1} + (\sigma_{i+1} - \sigma_i)^2 S_\theta(x_{i+1}, i+1) + \sqrt{\sigma_{i+1}^2 - \sigma_i^2} z \quad (4)$$

并且为了保证一致性, 需要在逆扩散过程中加入数据一致项, 公式如下:

$$x_i \leftarrow x_i + \lambda A^*(x_k - Ax_i) \quad (5)$$

这个过程既保证了数据的一致项, 又把 VCC 应用到了每步的逆扩散中, 提高了生成质量。

在重建过程中, 我们的 VCC 并不参与去噪步骤, 是在去噪步骤之后进行进一步矫正, 这与传统方法类似。去噪和矫正交替进行, 既不影响扩散模型的稳定性, 还可以保证图像质量, 并且这一步对于重建速度几乎没有影响。

3. 实验结果

部分傅里叶采样对于腹部 MRI 影响较大, 所以我们应用腹部数据集进行实验, 来展示我们方法的能

力。我们使用 1160 张腹部图像作为训练集, 以训练我们的模型和对比模型。测试集包括 86 张全采样腹部图像用于消融研究和对比实验。所有图像均调整为 352×320 像素并进行归一化处理。在模型训练过程中, 我们设定训练轮次(epochs)为 1000, 并采用指数移动平均(EMA), 设置衰减因子为 0.999。在正向扩散过程中, 噪声尺度设定为 $\sigma_{\max} = 348$, $\sigma_{\min} = 0.01$ 。在本研究中, 我们选取部分傅里叶(PF)因子为 0.55, 并使用峰值信噪比(PSNR)、结构相似性指数(SSIM)、归一化均方误差(NMSE)和高频误差归一化(HFEN)来评估重建质量。其中, PSNR 和 SSIM 越高, NMSE 和 HFEN 越低, 则重建质量越好。

Table 1. Reconstruction results of all experiments

表 1. 所有实验的重建结果

方法	PSNR	SSIM	NMSE	HFEN
POCS	36.75 (2.34)	0.870 (0.04)	0.0176 (0.007)	0.492 (0.131)
CNN	38.68 (2.71)	0.859 (0.033)	0.0147 (0.007)	0.416 (0.121)
DM	36.57 (3.03)	0.851 (0.040)	0.025 (0.017)	0.489 (0.146)
Ours	39.18 (2.43)	0.877 (0.019)	0.0129 (0.006)	0.380 (0.112)

3.1. 消融实验

为了突出在部分傅里叶重建中引入 VCC 对 DM 性能的提升, 我们进行了消融实验, 分别测试了仅使用 DM 的重建方法以及结合 VCC 的重建方法。除非特别说明, 所有实验参数均保持一致。图 1 展示了腹部图像的重建结果, 包括局部细节区域及重建相位图像。

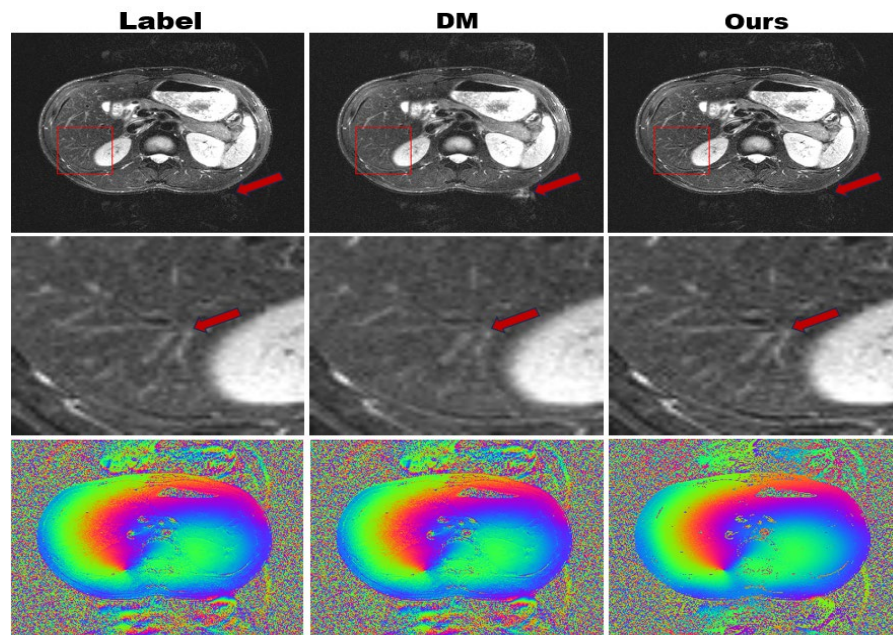


Figure 1. Plot of experimental results of ablation experiments

图 1. 消融实验的实验结果图

如表 1 所示, 数值结果表明, 在所测试的方法中, 使用 DM 进行 MRI 部分傅里叶重建已表现出良好的性能, 但与我们提出的方法相比仍存在一定差距。从重建图像中箭头标记的区域可以观察到, DM 方法会生成多余的信息, 而我们的方法则更接近真实值(label)。对局部放大区域的详细分析进一步表明, 我

们的方法在图像细节的重建方面表现更优。与单独使用 DM 的方法相比, 我们的方法在细节保持和图像真实性方面更具优势。这种性能提升得益于 VCC 技术的引入, 它在重建过程中施加了物理约束, 确保了 k 空间的共轭对称性, 从而提升了重建结果的准确性。此外, 通过对比重建相位图可以发现, 我们的方法能够生成更加平滑的相位图, 这进一步说明了其更准确的重建效果。

3.2. 对比试验

我们将所提出的部分傅里叶重建模型与传统的投影到凸集(POCS)重建算法以及当前最先进的深度学习方法——复值卷积神经网络(CNN) [7]进行了比较。POCS 方法是一种迭代算法, 在每一步的迭代中调整相位, 并结合数据一致项和相位恢复约束, 逐步提高图像质量。CNN 方法是利用卷积神经网络参数化的学习图像特征, 经过训练, 来重建未知图像。在此对比实验中, 我们调整 POCS 到最优, 并且遵循 CNN 原文的设置, 保证 CNN 方法的最优, 以此对比。表 1 所示的重建结果表明, 我们的方法取得了最佳性能。

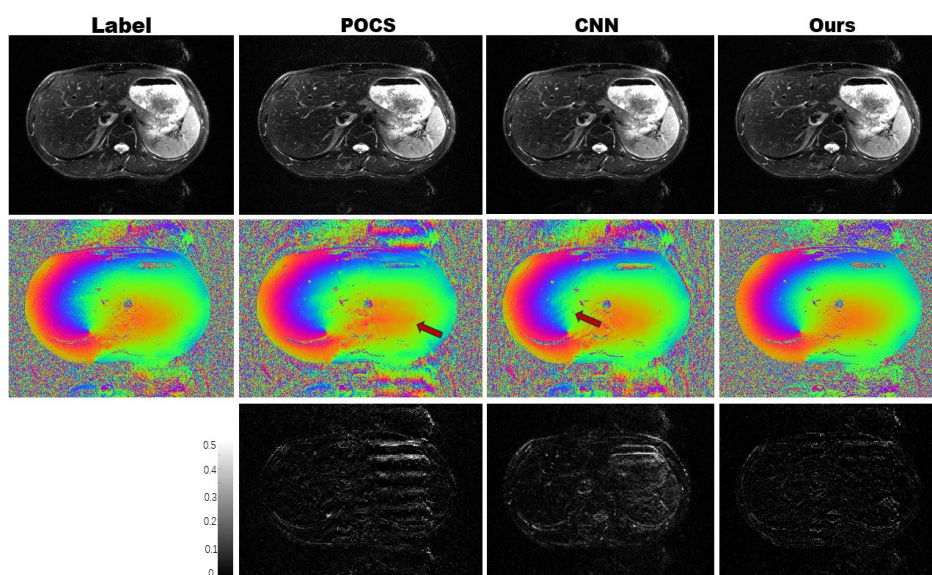


Figure 2. Comparison experiments with other related models
图 2. 与其他模型的对比试验

图 2 展示了我们的方法与传统方法及基于深度学习的重建模型之间的对比。可以明显看出, 传统的 POCS 算法和基于 CNN 的深度学习方法在重建的相位图像中均存在不同程度的伪影。从误差图可以进一步观察到, 我们的方法在细节保留方面同样优于 POCS 和 CNN。POCS 方法存在严重的重建伪影, 而 CNN 方法在高频细节的重建方面表现不佳。相比之下, 我们的方法不仅能够更准确地恢复图像细节, 还能够生成更加平滑的重建相位图。这一结果表明, 与其他方法相比, 我们的方法在重建性能方面具有显著优势。

3.3. 讨论与总结

本文提出了一种将虚拟线圈一致性与扩散模型相结合的部分傅里叶磁共振成像重建方法。该方法利用 k 空间的共轭对称性, 引入了一种数据驱动、无监督的 MRI 重建策略。通过 VCC 技术, 本方法增强了重建过程的稳定性, 降低了对显式相位先验的依赖, 并提高了重建图像的质量。为传统 MRI 重建方法所面临的挑战提供了一种可行的解决方案。通过增强重建稳定性、降低相位先验依赖性, 本方法有效解

决了 MRI 重建中的关键问题。随着扩散模型在计算效率和鲁棒性方面的持续优化, 它们将有望应用于实时临床成像, 提高 MRI 扫描的速度和准确性。随着技术的不断进步, 扩散模型有潜力彻底改变 MRI 重建技术, 使其更加高效、精准, 并能够广泛应用于各种医学诊断场景。

参考文献

- [1] Haacke, E.M., Lidskog, E.D. and Lin, W. (1991) A Fast, Iterative, Partial-Fourier Technique Capable of Local Phase Recovery. *Journal of Magnetic Resonance*, **92**, 126-145. [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(91\)90253-p](https://doi.org/10.1016/0022-2364(91)90253-p)
- [2] Noll, D.C., Nishimura, D.G. and Macovski, A. (1991) Homodyne Detection in Magnetic Resonance Imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **10**, 154-163. <https://doi.org/10.1109/42.79473>
- [3] Li, G., Hennig, J., Raithel, E., Büchert, M., Paul, D., Korvink, J.G., et al. (2015) An L1-Norm Phase Constraint for Half-Fourier Compressed Sensing in 3D MR Imaging. *Magnetic Resonance Materials in Physics, Biology and Medicine*, **28**, 459-472. <https://doi.org/10.1007/s10334-015-0482-7>
- [4] Jiang, T. and Xu, D. (2013) Enhanced POCS Reconstruction for Partial Fourier Imaging in Multi-Echo and Time-Series Acquisitions. *Magnetic Resonance in Medicine*, **69**, 1124-1134.
- [5] Willig-Onwuachi, J.D., Yeh, E.N., Grant, A.K., Ohliger, M.A., McKenzie, C.A. and Sodickson, D.K. (2005) Phase-Constrained Parallel MR Image Reconstruction. *Journal of Magnetic Resonance*, **176**, 187-198. <https://doi.org/10.1016/j.jmr.2005.06.004>
- [6] Madore, B., Glover, G. and Pelc, N.J. (2002) Partial Fourier Reconstruction through Data Fitting and Convolution in k -Space. *Magnetic Resonance in Medicine*, **48**, 467-474.
- [7] Zhu, B., Liu, J.Z., Cauley, S.F., Rosen, B.R. and Rosen, M.S. (2018) Partial Fourier Reconstruction of Complex MR Images Using Complex-Valued Convolutional Neural Networks. *Magnetic Resonance in Medicine*, **80**, 1456-1471.
- [8] Gadhimuradov, F., Benkert, T., Nickel, M.D. and Maier, A. (2021) Robust Partial Fourier Reconstruction for Diffusion-Weighted Imaging Using a Recurrent Convolutional Neural Network. *Magnetic Resonance in Medicine*, **87**, 2018-2033. <https://doi.org/10.1002/mrm.29100>
- [9] Song, Y. and Ermon, S. (2019) Generative Modeling by Estimating Gradients of the Data Distribution. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2019)*, Vol. 32, 11895-11907.
- [10] Ho, J., Jain, A. and Abbeel, P. (2020) Denoising Diffusion Probabilistic Models. *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. 33, 6840-6851.
- [11] Song, Y., Sohl-Dickstein, J., Kingma, D.P., Kumar, A., Ermon, S. and Poole, B. (2020) Score-Based Generative Modeling through Stochastic Differential Equations. arXiv: 2011.13456.
- [12] Chung, H. and Ye, J.C. (2022) Score-Based Diffusion Models for Accelerated MRI. *Medical Image Analysis*, **80**, Article ID: 102479. <https://doi.org/10.1016/j.media.2022.102479>
- [13] Song, Y., Shen, L., Xing, L. and Ermon, S. (2022) Solving Inverse Problems in Medical Imaging with Score-Based Generative Models. arXiv: 2111.08005.
- [14] Liu, J., Chen, H., Du, S., Ren, G. and Liang, D. (2022) High-Frequency Space Diffusion Model for Accelerated MRI. arXiv: 2208.05481.
- [15] Kim, Y., Chung, H. and Lee, J. (2022) Towards Performant and Reliable Under-Sampled MR Reconstruction via Diffusion Model Sampling. arXiv: 2205.11511.
- [16] Daras, G., Jalal, A., Tamir, J. and Dimakis, A.G. (2022) Measurement-Conditioned Denoising Diffusion Probabilistic Model for Under-Sampled Medical Image Reconstruction. arXiv: 2203.03623.
- [17] Polak, D. and Bammer, R. (2016) Virtual Coil Concept for Improved Parallel MRI Employing Conjugate Symmetric Signals. *Magnetic Resonance in Medicine*, **75**, 1402-1412.
- [18] Vincent, P. (2011) A Connection between Score Matching and Denoising Autoencoders. *Neural Computation*, **23**, 1661-1674. https://doi.org/10.1162/neco_a_00142