

线性随机系统的周期性间歇控制

李 乔¹, 胡良剑², 姜雅赟^{3*}

¹东华大学物理学院, 上海

²东华大学数学与统计学院, 上海

³上海立信会计金融学院信息管理学院, 上海

收稿日期: 2025年4月26日; 录用日期: 2025年5月19日; 发布日期: 2025年5月28日

摘 要

本文针对不稳定线性随机系统, 研究了周期性间歇控制策略, 能够有效地抑制随机干扰, 使得受控系统满足稳定性要求。运用Lyapunov函数和伊藤公式, 给出了间歇控制作用下闭环系统均方指数稳定的两类充分性条件。这些条件用线性矩阵不等式(LMI)表达, 以便地进行控制器设计。最后, 通过一个数值例子说明了本文理论的有效性。

关键词

随机系统, 伊藤公式, 间歇控制, 均方指数稳定

Periodic Intermittent Control for Linear Stochastic Systems

Qiao Li¹, Liangjian Hu², Yanan Jiang^{3*}

¹College of Physics, Donghua University, Shanghai

²School of Mathematics and Statistics, Donghua University, Shanghai

³School of Information Management, Shanghai Lixin University of Accounting and Finance, Shanghai

Received: Apr. 26th, 2025; accepted: May 19th, 2025; published: May 28th, 2025

Abstract

This paper focuses on unstable linear stochastic systems and studies the periodic intermittent control strategy, which can effectively suppress random disturbances and ensure that the controlled system meets the stability requirements. By using Lyapunov function and Itô formula, two types of

*通讯作者。

文章引用: 李乔, 胡良剑, 姜雅赟. 线性随机系统的周期性间歇控制[J]. 应用数学进展, 2025, 14(5): 377-386.
DOI: 10.12677/aam.2025.145267

sufficiency conditions for the mean-square exponential stability of the closed-loop system under intermittent control are presented. These conditions are expressed in terms of linear matrix inequalities (LMIs) to facilitate controller design. Finally, a numerical example is provided to illustrate the effectiveness of the theoretical results in this paper.

Keywords

Stochastic System, Itô Formula, Intermittent Control, Mean-Square Stability

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在工程、金融、生物等领域中,许多系统的行为受到外部或内部不确定性因素的影响,这些因素包括外部噪声、环境扰动、系统参数的波动等。因此,如何设计有效的控制策略以抑制随机干扰、保证系统的稳定性和性能,具有重要的理论和实际意义[1][2]。文献[3]采用线性矩阵不等式(LMI)方法对具有乘性噪声的伊藤随机系统进行了鲁棒控制研究。文献[4]提出了一种控制策略,在几乎必然意义下镇定一个不稳定的随机系统,结果以 LMI 的形式给出。

近年来,间歇控制开始受到了人们的广泛关注。间歇控制将时间分为工作时间和休息时间两部分,控制器工作时间运行,休息时间关闭。受控系统可以看作是闭环系统和开环系统之间的转换,本质上是一类时变控制器,在实际应用中明显降低了控制成本和能耗[5][6]。周期性间歇控制是间歇控制的一种形式,其控制信号的开启和关闭遵循固定的周期。比如,有些控制器只能在特定时段工作。周期性间歇控制具有更强的可设计性,便于理论分析和工程实现。近年来,周期性间歇控制在网络化控制系统、多智能体系统、电力系统等领域得到了广泛应用,并取得了良好的控制效果[7][8]。文献[9]探讨了基于连续或离散时间状态观测的间歇控制对混杂型神经网络的稳定性问题。文献[10]研究了针对具有异步切换的混合随机时滞系统采用采样数据反馈的周期性间歇控制器的设计问题。文献[11]主要研究了在周期性间歇反馈控制下具有马尔可夫切换的中立型随机系统的镇定问题。文献[12]首次实现了基于离散时间状态观测的非局部时滞微分方程镇定,并获得了非线性微分方程的一致有界性。

本文的目标是针对不稳定线性随机系统,研究周期性间歇控制策略,能够有效地抑制随机干扰,使得受控系统满足稳定性要求。第2部分给出了预备知识与问题的陈述;第3部分是论文的主要内容,运用 Lyapunov 函数和伊藤公式,给出了间歇控制作用下闭环系统均方指数稳定的两类充分性条件,并给出其线性矩阵不等式(LMI)表达形式,以方便地进行控制器设计;第4部分通过一个数值例子说明了本文理论的有效性;最后一部分是总结与讨论。

2. 预备知识和问题陈述

在本文中, \mathbb{R}^n 和 $\mathbb{R}^{m \times n}$ 分别表示 n 维欧几里得空间和 $m \times n$ 维实矩阵的集合。若 $x \in \mathbb{R}^n$, 则 $|x|$ 表示它的欧几里得范数,若 A 是一个矩阵,那么设 $|A| = \sqrt{\text{trace}(A^T A)}$ 为它的迹范数。 A^T 表示向量或矩阵 A 的转置, $\|A\|$ 是矩阵 A 的算子范数, $\|A\| = \sup_{|x|=1} \{Ax\} = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$ 。对 $\mathbb{R}^{n \times n}$ 上的对称矩阵 A , $\lambda_{\min}(A)$ 和 $\lambda_{\max}(A)$ 表示最小和最大特征值。对于对称矩阵 P 和 Q , $P > 0$ 表示 P 是正定的, $P > Q$ 表示 $P - Q > 0$, $\geq, <, \leq$ 的定义类似。如果没有明确的说明,则假定矩阵有兼容的维数。

考虑一个不稳定的随机微分方程(SDE)

$$dx(t) = Ax(t)dt + Cx(t)dw(t) \quad (1)$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示系统状态向量, A 和 C 表示 $\mathbb{R}^{n \times n}$ 上的 n 维方阵, $w(t)$ 表示一维布朗运动。系统初始状态 $x(0) = x_0$ 。

设计目标是在方程(1)的漂移项加一个 m 维控制器 $u(t)$, 使得受控系统

$$dx(t) = [Ax(t) + Bu(t)]dt + Cx(t)dw(t) \quad (2)$$

稳定。其中, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 是 $n \times m$ 矩阵, 由开环系统的结构决定。周期性间歇状态反馈控制器结构为:

$$u(t) = Kx(t)I(t)$$

其中, $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是控制增益矩阵, 而 $I(t) = \sum_{k=0}^{\infty} I_{[kh, kh+\theta h)}(t)$, $h > 0$, $\theta \in (0, 1]$ 。对任意 k , $[kh, kh+qh)$ 为工作时间, $[kh+qh, kh+h)$ 为休息时间。特别地, 当 $\theta=1$ 时, 就是经典的连续控制。这样闭环系统为:

$$dx(t) = (Ax(t) + BKx(t)I(t))dt + Cx(t)dw(t) \quad (3)$$

由于方程(3)的系数满足局部李普希兹条件和线性增长条件, 它具有唯一的全局解, 使得对所有 $t \geq 0$, $E|x(t)|^2 < \infty$ 。更多与本文有关的随机微分方程基本概念和理论, 可参见 Mao 的经典著作[2]。

引理 2.1 (Schur 补引理, [13]) 设对称矩阵 $S < 0$, U 、 V 为适维矩阵, 那么 $V - U^T S^{-1} U < 0$ 的充分必要条件是:

$$\begin{pmatrix} V & U^T \\ U & S \end{pmatrix} < 0$$

3. 主要定理

定理 3.1 假设存在对称正定矩阵 Q , 使得

$$\lambda_{\max}(QBK + K^T B^T Q) < 0 \quad (4)$$

$$\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) + \theta \lambda_{\max}(QBK + K^T B^T Q) < 0 \quad (5)$$

那么闭环系统(3)的解满足

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln(E|x(t)|^2) < 0$$

也就是说, 受控系统(3)是均方指数稳定的。

证明 定义 \mathbb{R}^n 上的函数 $V(x) = x^T Q x$, 并记

$$LV(x, t) = x^T (QA + A^T Q + C^T Q C + (QBK + K^T B^T Q) \cdot I(t)) x$$

令

$$m(t) = \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) + \lambda_{\max}(QBK + K^T B^T Q) \cdot I(t)}{\lambda_{\min}(Q)}$$

根据伊藤公式[2], 有

$$E\left(V(x(t))e^{-\int_0^t m(s)ds}\right) = V(x_0) + E\int_0^t \left(LV(x(s), s) \cdot e^{-\int_0^s m(u)du} - V(x(s)) \cdot m(s) \cdot e^{-\int_0^s m(u)du}\right) ds$$

由于对任意 x 和 t ,

$$LV(x, t) \leq V(x) \cdot m(t)$$

从而

$$E\left(V(x(t))e^{-\int_0^t m(s)ds}\right) \leq V(x_0)$$

则有

$$\begin{aligned} EV(x(t)) &\leq V(x_0) \exp\left\{\int_0^t m(s)ds\right\} \\ &\leq V(x_0) \exp\left\{\frac{t\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) + \lambda_{\max}(QBK + K^T B^T Q) \cdot \int_0^t I(s)ds}{\lambda_{\min}(Q)}\right\} \end{aligned}$$

当 $t \in [kh, kh + \theta h), I(t) = 1$, 有

$$\int_0^t I(s)ds = kh(\theta - 1) + t \geq \theta t$$

当 $t \in [kh + \theta h, (k+1)h), I(t) = 0$, 有

$$\int_0^t I(s)ds = (k+1)\theta h \geq \theta t$$

由(4)式有

$$E|x(t)|^2 \leq \frac{x_0^T Q x_0}{\lambda_{\min}(Q)} \cdot \exp\left\{\frac{t\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) + \theta t\lambda_{\max}(QBK + K^T B^T Q)}{\lambda_{\min}(Q)}\right\}$$

两边取对数, 再除以 t , 根据(5)式得到:

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln(E|x(t)|^2) \leq \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) + \theta \lambda_{\max}(QBK + K^T B^T Q)}{\lambda_{\min}(Q)} < 0$$

证毕。

推论 3.1 若存在对称矩阵 $X > I$, 矩阵 $Y \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 和常数 $\varepsilon > 0$, 使得下列线性不等式成立,

$$\begin{pmatrix} BY + Y^T B^T & X \\ X & -\varepsilon I \end{pmatrix} < 0 \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} AX + XA^T - \frac{\theta}{\varepsilon} X & XC^T \\ CX & -X \end{pmatrix} < 0 \quad (7)$$

这里, I 为 n 阶单位矩阵。那么当控制增益 $K = YX^{-1}$ 时, 闭环系统(3)是均方指数稳定的。

证明 设 $Q = X^{-1}$, 那么 $K = YQ$, 根据引理 2.1, (6)等价于

$$BY + Y^T B^T + \frac{1}{\varepsilon} XX < 0$$

两边左右都乘以 Q , 可得

$$QBK + K^T B^T Q + \frac{1}{\varepsilon} I < 0$$

得到

$$\lambda_{\max}(QBK + K^T B^T Q) < -\frac{1}{\varepsilon} < 0 \quad (8)$$

从而(4)式成立。根据引理 2.1, (7)等价于

$$AX + XA^T + XC^T Q C X - \frac{\theta}{\varepsilon} X < 0$$

在上式两边左右都乘以 Q , 可得

$$QA + A^T Q + C^T Q C - \frac{\theta}{\varepsilon} Q < 0$$

由于 $X > I$, 有 $\lambda_{\min}(X) > 1$, $\lambda_{\max}(Q) < 1$, 可见

$$\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) < \frac{\theta}{\varepsilon} \lambda_{\max}(Q) < \frac{\theta}{\varepsilon}$$

结合(8)式, 得到(5)式。推论 3.1 证毕。

定理 3.2 假设存在对称正定矩阵 Q , 使得

$$\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q) < 0 \quad (9)$$

$$\theta \lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q) + (1 - \theta) \lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) < 0 \quad (10)$$

那么受控系统(3)是均方指数稳定的。

证明 令

$$m(t) = \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + (QBK + K^T B^T Q)I(t))}{\lambda_{\min}(Q)}$$

当 $t \in [kh, kh + \theta h)$, $I(t) = 1$, 若 $\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) > 0$, 根据(9)式有

$$\begin{aligned} \int_0^t m(s) ds &= (\theta kh + t - kh) \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q)}{\lambda_{\min}(Q)} + (1 - \theta)kh \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C)}{\lambda_{\min}(Q)} \\ &\leq \theta t \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q)}{\lambda_{\min}(Q)} + (1 - \theta)t \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C)}{\lambda_{\min}(Q)} \end{aligned}$$

当 $t \in [kh + \theta h, (k+1)h)$, $I(t) = 0$, 若 $\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) > 0$, 根据(9)式有

$$\begin{aligned} \int_0^t m(s) ds &= (k+1)\theta h \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q)}{\lambda_{\min}(Q)} + (t - \theta h - \theta kh) \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C)}{\lambda_{\min}(Q)} \\ &\leq \theta t \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q)}{\lambda_{\min}(Q)} + (1 - \theta)t \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C)}{\lambda_{\min}(Q)} \end{aligned}$$

与定理 3.1 证明类似, 有

$$EV(x(t)) \leq V(x_0) \exp\left\{\int_0^t m(s) ds\right\}$$

从而若 $\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) > 0$,

$$E|x(t)|^2 \leq \frac{x_0^T Q x_0}{\lambda_{\max}(Q)} \cdot \exp\left\{\theta t \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q)}{\lambda_{\min}(Q)} + (1 - \theta)t \frac{\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C)}{\lambda_{\min}(Q)}\right\}$$

两边取对数, 再除以 t , 根据(10)式得到

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log(E|x(t)|^2) < 0$$

若 $\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) \leq 0$, $\int_0^t m(s) ds$ 的第二项上界为 0, 以上不等式可由(8)式得到。证毕。

推论 3.2 若存在对称矩阵 $X > I$, 矩阵 $Y \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 和常数 $\varepsilon > 0$, 使得下列线性不等式成立,

$$\begin{pmatrix} AX + XA^T - \frac{\theta}{\varepsilon} X & XC^T \\ CX & -X \end{pmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} AX + XA^T + BY + Y^T B^T & X & XC^T \\ X & -\frac{\varepsilon}{1-\theta} I & 0 \\ CX & 0 & -X \end{pmatrix} < 0 \quad (12)$$

那么当控制增益 $K = YX^{-1}$ 时, 闭环系统(3)是均方指数稳定的。

证明 设 $Q = X^{-1}$, 那么 $K = YQ$, 根据引理 2.1, (11)等价于

$$AX + XA^T + XC^T Q CX - \frac{\theta}{\varepsilon} X < 0$$

两边左右都乘以 Q , 可得

$$QA + A^T Q + C^T Q C < \frac{\theta}{\varepsilon} Q$$

由于 $X > I$, 有 $\lambda_{\min}(X) > 1$, $\lambda_{\max}(Q) < 1$, 可见

$$\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C) < \frac{\theta}{\varepsilon} \lambda_{\max}(Q) < \frac{\theta}{\varepsilon} \quad (13)$$

同理, (12)等价于

$$AX + XA^T + BY + Y^T B^T + XC^T Q CX + \frac{1-\theta}{\varepsilon} XX < 0$$

两边左右都乘以 Q , 可得

$$QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q < -\frac{1-\theta}{\varepsilon} I$$

可知

$$\lambda_{\max}(QA + A^T Q + C^T Q C + QBK + K^T B^T Q) < -\frac{1-\theta}{\varepsilon}$$

可见(9)式成立, 再结合(13)式, 得到(10)式。推论 3.2 证毕。

4. 数值例子

例 4.1 考虑一个二维的随机微分方程(1), 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0.2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.1 \\ 0 & 0.3 \end{pmatrix}$ 。设初值为 $X_1(0) = 2$,

$X_2(0) = 2$, 采用 Euler-Maruyama 方法[2], 设置模拟步长 $\Delta = 0.01$, 通过 MATLAB 画出方程(1)的样本路径, 如图 1 所示, 可见第一分量 $X_1(t)$ 是不稳定的。

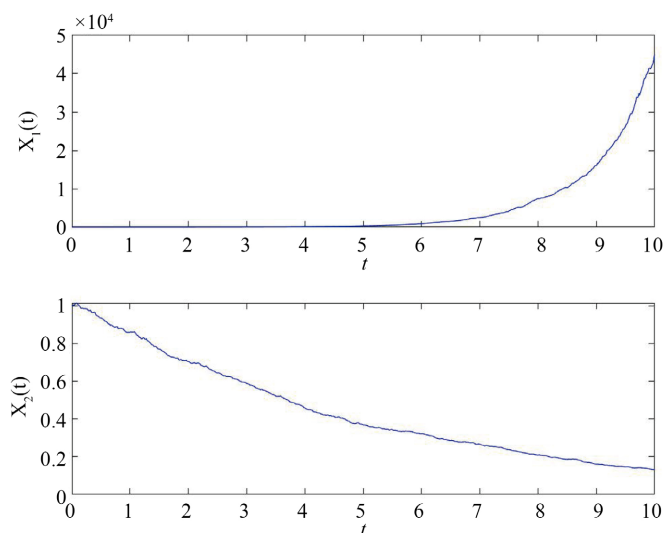


Figure 1. Unstable original system

图 1. 不稳定的原系统

在漂移项添加一个周期性间歇控制器，使受控系统(3)均方指数稳定，其中 $B = \begin{pmatrix} 2 & -0.1 \\ 0.2 & 2 \end{pmatrix}$ ，间歇周期 $h = 0.1$ ， $\theta = 0.7$ 。根据线性矩阵不等式(6)和(7)，令 $\varepsilon = 0.2$ ，用 MATLAB 的 LMI 工具箱得到

$$X = \begin{pmatrix} 3.6708 & 0.0119 \\ 0.0119 & 3.0353 \end{pmatrix} \text{ 和 } Y = \begin{pmatrix} -152.7069 & -9.7946 \\ 17.6563 & -136.9764 \end{pmatrix}$$

相应地，增益矩阵 $K = \begin{pmatrix} -41.5900 & -3.0637 \\ 4.9563 & -45.1475 \end{pmatrix}$ ，则推论 3.1 表明受控方程均方指数稳定。同样采用 Euler-Maruyama 方法画出受控方程(3)的样本路径以及均方收敛曲线，图 2 显示周期性间歇控制下闭环系统的两个分量都是稳定的。此外，在同样的条件下，令 $T = 1$ ，通过 10 条样本轨迹，取样本平均得到 $E[X(t)]^2$ 的均方收敛曲线，如图 3 所示。

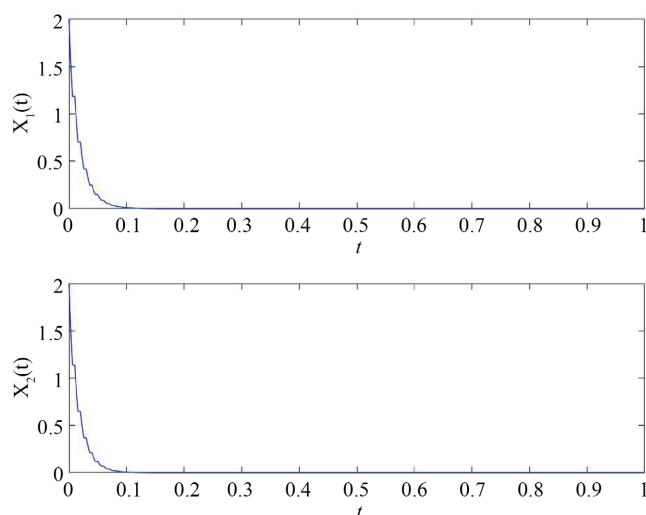


Figure 2. Stable system by intermittent control based on Corollary 3.1

图 2. 加推论 3.1 设计的间歇控制器后的稳定系统

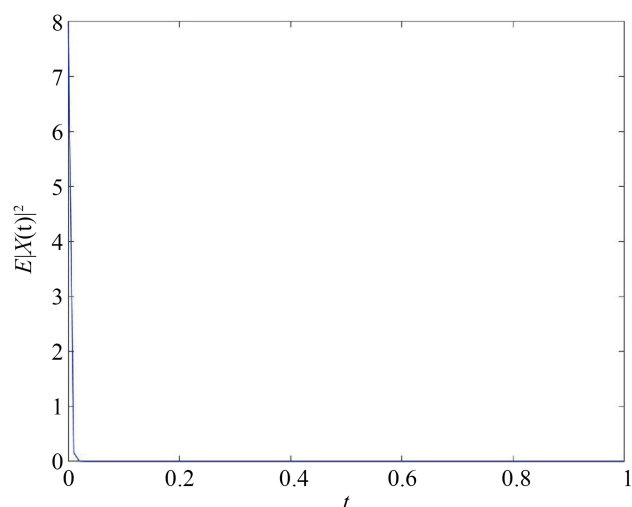


Figure 3. Mean-square convergence curve by intermittent control based on Corollary 3.1

图 3. 加推论 3.1 设计的间歇控制器后的均方收敛曲线

同样地, 根据线性矩阵不等式(11)和(12), 令 $\varepsilon = 0.2$, 用 MATLAB 的 LMI 工具箱得到

$$X = \begin{pmatrix} 3.4622 & 0.0139 \\ 0.0139 & 2.9337 \end{pmatrix} \text{ 和 } Y = \begin{pmatrix} -30.0328 & 17.6065 \\ -15.9014 & -23.8914 \end{pmatrix}$$

相应地, 增益矩阵 $K = \begin{pmatrix} -8.6989 & 6.0427 \\ -4.5603 & -8.1221 \end{pmatrix}$, 则推论 3.2 表明受控方程均方指数稳定。图 3 显示周期性间歇控制下闭环系统的两个分量都是稳定的。在此条件下, 令 $T = 1$, 同样采用 10 条样本轨迹, 取样本平均得到 $E|X(t)|^2$ 的均方收敛曲线, 如图 4 所示。仔细观察图 2 和图 5 所示, 可以看到间歇控制的系统特征, 在控制器工作时段, 系统趋于稳定, 而控制器休息时段, 系统会出现波动, 但总体上是趋于稳定的。

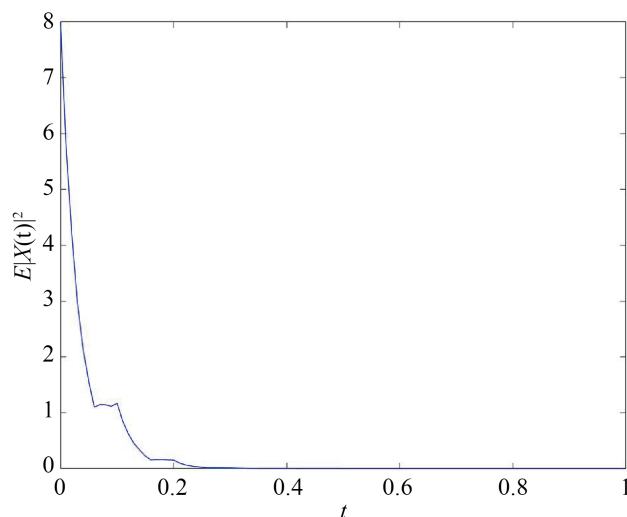


Figure 4. Mean-square convergence curve by intermittent control based on Corollary 3.2

图 4. 加推论 3.2 设计的间歇控制器后的均方收敛曲线

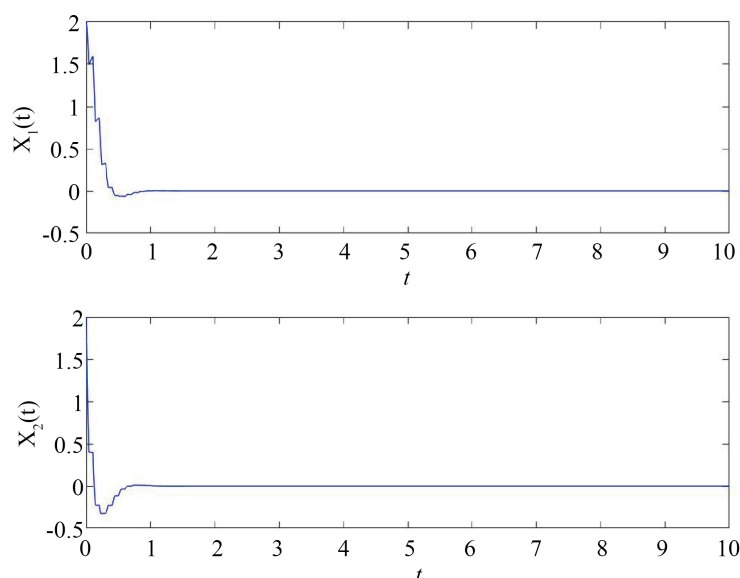


Figure 5. Stable system by intermittent control based on Corollary 3.2
图 5. 加推论 3.2 设计的间歇控制器后的稳定系统

5. 结论和讨论

本文研究了线性随机系统的周期性间歇控制问题, 利用 Lyapunov 函数和伊藤公式, 给出两类保证受控系统均方指数稳定的充分性条件。这两类条件具有清晰的物理意义。在定理 3.1 中, (4)式表明控制器本身具有镇定作用, (5)式进一步要求控制器工作时间的镇定效应须足够强, 以压制休息时间系统产生的漂移。在定理 3.2 中, (9)式表明控制器工作时须保证系统稳定性, (10)式表明工作时间镇定效应与休息时间系统漂移的加权结果仍是稳定的。我们还给出了这两类条件的 LMI 表达式, 更方便地进行多维控制器的设计, 也便于通过数值工具(如 MATLAB)进行求解和验证。

本文的研究结论为随机系统的控制提供了新的理论依据, 有助于在实际工程中优化控制器的设计, 在节约能耗、降低控制成本的同时, 保证系统在随机干扰下的稳定性。未来的研究可以进一步探索最优间歇控制策略、非周期间歇控制及更多复杂系统的稳定性分析, 以提升间歇控制技术在实际应用中的效果。

参考文献

- [1] Basak, G.K., Bisi, A. and Ghosh, M.K. (1996) Stability of a Random Diffusion with Linear Drift. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **202**, 604-622. <https://doi.org/10.1006/jmaa.1996.0336>
- [2] Mao, X. (2006) *Stochastic Differential Equations and Applications*. 2nd Edition, Academic Press.
- [3] El Ghaoui, L. (1995) State-Feedback Control of Systems with Multiplicative Noise via Linear Matrix Inequalities. *Systems & Control Letters*, **24**, 223-228. [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)00045-w](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)00045-w)
- [4] Hu, L. and Mao, X. (2008) Almost Sure Exponential Stabilisation of Stochastic Systems by State-Feedback Control. *Automatica*, **44**, 465-471. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2007.05.027>
- [5] Jiang, Y., Hu, L., Lu, J., Mao, W. and Mao, X. (2021) Stabilization of Hybrid Systems by Intermittent Feedback Controls Based on Discrete-time Observations with a Time Delay. *IET Control Theory & Applications*, **15**, 2039-2052. <https://doi.org/10.1049/cth2.12160>
- [6] 宋公飞, 张子梦, 李涛. 强非线性中立型随机时滞系统的间歇性反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2023, 40(9): 1657-1664.
- [7] Liu, Y., Liu, J. and Li, W. (2021) Stabilization of Highly Nonlinear Stochastic Coupled Systems via Periodically Intermittent

-
- Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **66**, 4799-4806. <https://doi.org/10.1109/tac.2020.3036035>
- [8] 王丽丽, 徐瑞. 一类具有 Leakage 时滞的反应扩散神经网络在间歇控制下的指数同步[J]. 应用数学进展, 2016, 5(2): 298-309.
- [9] Mao, W., You, S., Jiang, Y. and Mao, X. (2023) Stochastic Stabilization of Hybrid Neural Networks by Periodically Intermittent Control Based on Discrete-Time State Observations. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, **48**, Article ID: 101331. <https://doi.org/10.1016/j.nahs.2023.101331>
- [10] Wan, F., Zhao, X., Deng, F. and Huang, Y. (2025) Periodically Intermittent Control of Hybrid Stochastic Delay Systems with Asynchronous Switching by Sampled-Data Feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **70**, 174-189. <https://doi.org/10.1109/tac.2024.3422090>
- [11] Zhao, Y. and Zhu, Q. (2022) Stabilization of Highly Nonlinear Neutral Stochastic Systems with Markovian Switching by Periodically Intermittent Feedback Control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **32**, 10201-10214. <https://doi.org/10.1002/rnc.6403>
- [12] Wang, X., Liu, S., Lv, G. and Zou, G. (2024) Stabilization by the Discrete Observations Feedback Control and Intermittent Control. *Filomat*, **38**, 6371-6383. <https://doi.org/10.2298/fil2418371w>
- [13] 俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.