Advances in Applied Mathematics 应用数学进展, 2025, 14(5), 339-347
Published Online May 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2025.145263

Hans汉斯

基于非齐次泊松过程的新疆地震发生预测研究

卢芸潇

伊犁师范大学教育科学研究所，新疆 伊宁

收稿日期：2025年4月23日；录用日期：2025年5月16日；发布日期：2025年5月28日

摘 要

本研究针对地震灾害的随机性与时变性特征，提出基于非齐次泊松过程(NHPP)与复合非齐次泊松过程(CNHPP)的地震预测建模框架。以新疆地区2012~2021年地震观测数据为基准，构建地震发生频率与经济损失的联合预测模型。实证结果显示：模型对2024年地震频次的预测期望值为213次(标准差14.63)，经济损失的期望值达287,819元(标准差19,679)。研究成果不仅揭示了地震风险的时空异质性与地震频次、造成经济损失的动态变化关系，更为区域地震应急资源的动态调度与韧性城市的建设提供了量化决策工具。

关键词

非齐次泊松过程，复合非齐次泊松过程，地震发生

Research on the Prediction of Earthquake Occurrence in Xinjiang Based on Non-Homogeneous Poisson Process

Yunxiao Lu

Institute of Education Science, Yili Normal University, Yining Xinjiang

Received: Apr. 23rd, 2025; accepted: May 16th, 2025; published: May 28th, 2025

Abstract

This study proposes a seismic prediction modeling framework based on the non-homogeneous Poisson process (NHPP) and the compound non-homogeneous Poisson process (CNHPP) in response to the stochastic and time-varying characteristics of earthquake disasters. Taking the seismic observation data of Xinjiang region from 2012 to 2021 as the benchmark, a joint prediction model of earthquake occurrence frequency and economic loss is constructed. Empirical results show that the expected value of the predicted number of earthquakes in 2024 is 213 (standard deviation 14.63), and the

文章引用: 卢芸潇. 基于非齐次泊松过程的新疆地震发生预测研究[J]. 应用数学进展, 2025, 14(5): 339-347.
DOI: 10.12677/aam.2025.145263

expected value of economic loss is 287,819 yuan (standard deviation 19,679). The research results not only reveal the spatio-temporal heterogeneity of earthquake risks and the dynamic changes in earthquake frequency and economic losses caused, but also provide a quantitative decision-making tool for the dynamic scheduling of regional earthquake emergency resources and the construction of resilient cities.

Keywords

Non-Homogeneous Poisson Process, Compound Non-Homogeneous Poisson Process, Earthquake Occurrence

1. 引言

地震是最可怕和最具破坏性的自然灾害之一，会造成许多人员伤亡和大量的财产损失，准确的地震预测对于减少人员伤亡和财产损失具有至关重要的意义。

众多研究者采用不同的模型和方法对地震预测进行了深入研究。梁梓豪等基于机器学习的随机森林模型捕捉地震数据中的复杂模式，根据不同的特征组合给出地震发生可能性的相对高低评估，在地震发生的概率上进行预测[1]。沈健等构建地震人员伤亡预测指标体系，采用主成分分析法(PCA)降维，使用模糊支持向量回归(FSVR)模型减少噪声点影响，采用模糊均值聚类(FCM)算法确定隶属度函数，利用粒子群算法(PSO)优化参数，建立 PSO-FSVR 模型处理异常数据，提高了地震人员伤亡预测精度和稳定性[2]。谢家智等利用随机权神经网络(NNRW)对我国 2008~2014 年地震灾害直接经济损失进行评估和预测，并与传统的 BP 神经网络进行对比[3]。李洪兵等采用麻雀搜索算法(SSA)优化 BP 神经网络，构建 SSA-BP 神经网络模型，验证了模型预测精度，并对地震伤亡人数进行预测[4]。陈长云等基于 GNSS 速度场结果，利用球面最小二乘配置方法计算地壳变形特征，结合活动块体模型和三维弹性块体模型反演断裂带滑动速率，发现新疆地区地壳变形和断裂带滑动速率具有分区特征，从而给出了潜在地震危险区划分和强震危险性概率预测结果[5]。

目前，国内外专家已形成多种地震预测技术体系，多聚焦于地震概率预测或伤亡人员、经济损失的单因素预测，鲜有学者专门针对地震及其一系列后果的相关关系开展预测模型研究。而新疆是地震多发地带，对新疆地区地震发生及其发生后果的相关关系的预测研究是提升新疆地区地震防控能力的重要前提。

本文收集到新疆 2012~2021 年新疆地区 3 级及以上地震发生的相关数据。基于非齐次泊松过程相关理论建立了新疆地震发生频次及其经济损失相关关系的预测模型。首先基于非齐次泊松过程建立了新疆地震频次的预测模型，同时提出了复合非齐次泊松过程作为新疆地震经济损失的预测模型。其次，本文推演了模型参数计算的具体步骤。

此模型能够用于预测未来新疆的地震频次及其经济损失动态关联情况。本文所得的理论结果以便相关部门今后对地震灾害作出适当防护，使广大人民群众减少财产损失。

2. 基本假定

定义 1：[6]称计数过程 $\{N(t), t \geq 0\}$，为具有强度函数 $\lambda(t)$ 的非齐次泊松过程，如果 $\{N(t), t \geq 0\}$ 满足下列条件：

1) $N(0)=0$。

2) $N(t)$是独立增量过程。

3) $P\{N(h)=1\}=\lambda(t)h+o(h)$。

4) $P\{N(h)\geq 2\}=o(h)$。

定理 1：[6]设$\{N(t),t\geq 0\}$为参数是$\lambda(t)$的非齐次泊松过程，则有如下特征：

1) 均值函数为$m(t)=E[N(t)]=\int_0^t \lambda(s)\mathrm{d}s$。

2) 方差函数为$V(t)=V[N(t)]=\int_0^t \lambda(s)\mathrm{d}s$。

3) $P\{N(t+h)-N(t)=n\}=\dfrac{[m(t+h)-m(t)]^n}{n!}\exp\{-[m(t+h)-m(t)]\},n\geq 0$。

4) 标准差函数为$D[N(t)]=\sqrt{V[N(t)]}=\sqrt{\int_0^t \lambda(s)\mathrm{d}s}$。

5) 增量$N(t+h)-N(t)$的期望值为$\Delta(t;h)=E[N(t+h)-N(t)]=\int_t^{t+h}\lambda(s)\mathrm{d}s$。

6) 增量$N(t+h)-N(t)$的标准差为$D(t;h)=D[N(t+h)-N(t)]=\sqrt{\int_t^{t+h}\lambda(s)\mathrm{d}s}$。

注：① 当$\lambda(t)=\lambda,t\geq 0$，此时的非齐次泊松过程为一般的泊松过程。

② 非齐次泊松过程的增量是独立的，但不一定是平稳的。

定义 2：[6]若过程$\{N(t),t\geq 0\}$是具有强度函数$\lambda(t)$的非齐次泊松过程，$\{X_n\},n=1,2,\cdots$是一列独立同分布的随机变量，$\{X_n\}$与$\{N(t),t\geq 0\}$相互独立，令$Y(t)=\sum_{n=1}^{N(t)}X_n$，则称$\{Y(t),t\geq 0\}$为复合非齐次泊松过程。

引理 1：[7]若$\{Y(t),t\geq 0\}$为复合非齐次泊松过程，则$\{Y(t),t\geq 0\}$具有独立增量。

推论 1：[7]设$\{Y(t+h)-Y(t):t\geq 0\}$为复合非齐次泊松过程的增量。若$E(X_1^2)<\infty$，则：

1) 增量$Y(t+h)-Y(t)$的均值函数为$E[Y(t+h)-Y(t)]=\Delta(t;h)E(X_1)$。

2) 增量$Y(t+h)-Y(t)$的方差函数为$V[Y(t+h)-Y(t)]=\Delta(t;h)E(X_1^2)$。

其中，$\Delta(t;h)=\int_t^{t+h}\lambda(s)\mathrm{d}s$。

3. 研究结论

复合非齐次泊松过程的数字特征

设$\{Y(t),t\geq 0\}$为复合非齐次泊松过程，若$E(X_1^2)<\infty$，则：

1) 均值函数为$E[Y(t)]=m(t)E(X_1)$。

2) 方差函数为$V[Y(t)]=m(t)E(X_1^2)$。

其中，$m(t)=E[N(t)]=\int_0^t \lambda(s)\mathrm{d}s$。

证明：1) 利用全期望公式得：

$$
\begin{aligned}
E[Y(t)] &= E[E(Y(t)/N(t))]=E\left[E\left(X_1+X_2+\cdots+X_{N(t)}\right)/N(t)\right] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty}E\left(\left(X_1+X_2+\cdots+X_{N(t)}\right)/N(t)=n\right)P(N(t)=n) \\
&= \sum_{n=0}^{\infty}E(X_1+X_2+\cdots+X_n)P(N(t)=n)
\end{aligned}
$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}E(X_1)nP(N(t)=n)$$
$$=E(X_1)E(N(t)).$$

2) 由公式：$V[Y(t)]=E[V(Y(t)/N(t))]+V[E(Y(t)/N(t))]$得：

$$E[V(Y(t)/N(t))]=\sum_{n=0}^{\infty}V((X_1+X_2+\cdots+X_{N(t)})/N(t))P(N(t)=n)$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}V(X_1+X_2+\cdots+X_n)P(N(t)=n)$$
① $$=\sum_{n=0}^{\infty}V(X_1)nP(N(t)=n)$$
$$=V(X_1)E[N(t)]$$
$$=V(X_1)m(t)$$

$$V[E(Y(t)/N(t))]=V[E(X_1+X_2+\cdots+X_{N(t)})/N(t)]$$
② $$=V[E(X_1)N(t)]$$
$$=[E(X_1)]^2V[N(t)]$$
$$=[E(X_1)]^2m(t)$$

因此

$$V[Y(t)]=V(X_1)m(t)+[E(X_1)]^2m(t)$$
$$=m(t)[E(X_1^2)-[E(X_1)]^2+[E(X_1)]^2]$$
$$=m(t)E(X_1^2).$$

4. 实证分析

4.1. 新疆历年地震发生数据

Table 1. List of earthquake occurrence in Xinjiang from 2012 to 2021
表 1. 2012~2021 年新疆地震发生情况表

年份	时间区间 $[t_0,t_1)$ (年)	区间中值 X_i	发生次数 f_i (起)	经济损失 FL (万元)
2012	$[0,1)$	0.5	213	272,095
2013	$[1,2)$	1.5	168	6696
2014	$[2,3)$	2.5	230	110,553
2015	$[3,4)$	3.5	256	549,595
2016	$[4,5)$	4.5	224	33,984
2017	$[5,6)$	5.5	189	630,500
2018	$[6,7)$	6.5	204	19,084
2019	$[7,8)$	7.5	195	38,304
2020	$[8,9)$	8.5	220	153,312
2021	$[9,10)$	9.5	204	7153

根据中国地震台网与《新疆统计年鉴》[8]，本文收集到 2012~2021 年有关新疆地震发生的数据如表 1 所示。

表 1 以年为单位，将 2012~2021 新疆地震发生情况进行数据汇总，下文基于此数据与非齐次泊松过程知识对新疆地震的发生数量及经济情况作出分析预测。

4.2. 新疆地震发生的模型建立与精度检验

建立新疆地震发生预测模型，首先对 2012~2019 年新疆地震发生数量进行计算，并根据 2020 与 2021 年的新疆地震发生情况的实际数据来检验模型的精确度。

首先假定地震发生的发生次数是一个参数为 $\lambda(t)>0$ 的非齐次泊松过程。基于表 1 中的数据资料进行统计分析，强度函数 $\lambda(t)$ 可以近似为线性函数 $\lambda(t)=at+b$ 。

为求解参数 a 和 b 的值，本文通过确定区间中心值 X_i 为解释变量，强度 Y_i 为被解释变量，利用满足条件的线性回归函数 $y=at+b$ 来近似经验强度[9]：

$$S(a,b)=\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-(ax_i+b)\right]^2\to\min. \tag{1}$$

$$a=\frac{\mu_{11}}{\mu_{20}},b=m_{01}-am_{10},\overline{x}=m_{10}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,\overline{y}=m_{01}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i,$$

$$m_{11}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i,\mu_{11}=m_{11}-m_{10}m_{01},m_{20}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2,\mu_{20}=m_{20}-m_{10}^2. \tag{2}$$

将 2012~2019 年新疆地震发生的各类指标整理如表 2 所示。

Table 2. Summary table of various indicators of earthquake occurrence in Xinjiang from 2012 to 2019
表 2. 2012~2019 年新疆地震发生各类指标汇总表

年份	X_i	$Y_i=\dfrac{f_i}{t_1-t_0}$	$\gamma=\dfrac{FL}{f_i}$
2012	0.5	213	0.0073601
2013	1.5	168	0.0048703
2014	2.5	230	0.0062982
2015	3.5	256	0.0061826
2016	4.5	224	0.0048170
2017	5.5	189	0.0039271
2018	6.5	204	0.0051899
2019	7.5	195	0.003349503

由公式(2)及表 2 中的数据解出 $a=1.2023$ ， $b=202.6607$ 。

得到 2012~2019 年新疆地震发生次数的线性强度函数：

$$\lambda(x)=1.2023x+202.6607.$$

从而：

$$m(t)=\int_0^t\left(1.2023x+202.6607\right)\mathrm{d}x=0.60115t^2+202.6607t,t\ge0.$$

为预测2020年和2021年发生的地震发生的数量。首先扩展表1的时间区间，得到2020和2021年的时间区间分别为$[8,9)$、$[9,10)$。其中2020年的区间为$[t,t+h)=[8,9)$。由定理1，对于强度函数$m(t)=\frac{at^2}{2}+bt$，得到在时间区间为$[t,t+h)$的事故数量，计算出期望值为：

$$\Delta(t;h)=h\left(\frac{ah}{2}+b+at\right)=212.88,$$

标准差为：

$$\sigma(t;h)=\sqrt{h\left(\frac{ah}{2}+b+at\right)}=14.59.$$

也就是说，2020年的平均预测事故数约为213起，标准差约为14.59。同样地，得到2021年的数据结果及误差率汇总如下表3所示。

Table 3. List of prediction results of earthquake occurrence frequency in Xinjiang from 2020 to 2021
表3. 2020~2021年新疆地震发生频次预测结果表

年份	实际值	预测值	误差率
2020	220	213	3.2%
2021	204	214	4.9%

由表3中的结果比较可见2020年和2021年误差率小，此模型可作为后续地震发生频次及经济损失预测模型。由此，新疆地震发生的预测模型可以由参数$m(t),t\geq 0$的非齐次泊松过程确定。

4.3. 新疆地震发生数量预测

为了进一步对2012~2021年新疆地震发生与其经济损失进行计算，将2012~2021年新疆地震发生的各类指标汇总如表4所示。

Table 4. Summary table of various indicators of earthquakes occurrence in Xinjiang from 2012 to 2021
表4. 2012~2021年新疆地震发生各类指标汇总表

年份	X_i	$Y_i=\frac{f_i}{t_1-t_0}$	$\gamma=\frac{FL}{f_i}$
2012	0.5	213	1277.441315
2013	1.5	168	39.85714286
2014	2.5	230	480.6652174
2015	3.5	256	2146.855469
2016	4.5	224	151.7142857
2017	5.5	189	3335.978836
2018	6.5	204	93.54901961
2019	7.5	195	196.4307692
2020	8.5	220	696.8727273
2021	9.5	204	35.06372549

由公式(2)解出 $a=0.5030$， $b=207.7848$。

得到 2012~2021 年新疆地震发生次数的线性强度函数为：

$$\lambda(x)=0.5030x+207.7848.$$

从而：

$$m(t)=\int_0^t(0.5030x+207.7848)\mathrm{d}x=0.2515t^2+207.7848t,t\geq 0.$$

在 t 时间内，新疆地震的发生次数是一个非齐次泊松过程。利用所建立的模型计算 2022 年、2023 年、2024 年发生的地震发生的数量。以 2022 年为例，预测 2022 年发生的地震发生的数量。首先扩展表 1 的时间区间，得到 2022 年的时间区间 $[t,t+h)=[10,11)$。由定理 1，对于强度函数 $m(t)=\frac{at^2}{2}+bt$，得到在时间区间为 $[t,t+h)$ 的发生次数，计算出期望值为： $\Delta(t;h)=h\left(\frac{ah}{2}+b+at\right)=213.1$。

标准差为：

$$\sigma(t;h)=\sqrt{h\left(\frac{ah}{2}+b+at\right)}=14.59.$$

也就是说，2022 的平均预测地震发生数约为 213 起，标准差约为 15。

为了得到 2022 年发生的地震发生数量不超过 $d=190$， 不低于 $c=240$ 起的概率。利用定理 1 中：

$$P(N(t+h)-N(t)=k)=\frac{\Delta(t;h)^k}{k!}\mathrm{e}^{-[\Delta(t;h)]}. \tag{3}$$

于是得到：

$$P_{190\leq k\leq 240}=P(190\leq N(t+h)-N(t)\leq 240)=\sum_{k=230}^{k=200}\frac{213.1^k}{k!}\mathrm{e}^{-213.1}. \tag{4}$$

用正态分布近似得到：

$$\begin{aligned}P_{190\leq k\leq 240}&=\Phi\left(\frac{240-213.1}{14.59}\right)-\Phi\left(\frac{190-213.1}{14.59}\right)\\&=\Phi(1.84)-\Phi(-1.58)=0.91.\end{aligned}$$

即在 2022 年新疆发生地震发生数量在 190 起至 240 起的概率为 0.91。

同样地，得到 2022 年、2023 年和 2024 年新疆地震发生数量预测结果汇总如下表 5 所示。

Table 5. Prediction table of earthquake occurrence frequency in Xinjiang from 2022 to 2024

表 5. 2022~2024 年新疆地震发生频次预测表

年份	期望值 *EFL*	标准差 *DFL*
2022	213	14.59
2023	214	14.61
2024	214	14.63

即预测得到 2022 年、2023 年和 2024 年新疆地震发生数量的期望值分别为 213、214 和 214 起。

4.4. 新疆地震发生经济损失预测

在 t 时间内，新疆地震发生的经济损失为一个复合非齐次泊松过程 $Y(t)=\sum_{n=1}^{N(t)}X_n,t\geq 0$。

令 $X = X_i, i = 1, 2, \cdots, N(t)$ 表示一次地震发生的经济损失，假设 X_i 是具有相同分布的泊松分布的随机变量。其中，$E(X_i) = V(X_i) = \mu_X, i = 1, 2, \cdots, N(t)$。对表 2 的数据进行分析，发现 μ_X 是与时间 t 有关的函数 $\mu_X(t)$，利用表 2 的数据及公式(1)、(2)可得[6]：$\mu_X(t) = 66.5401t + 512.7424, t \geq 0$。

为了预测在时间段 $[t, t+h)$ 内新疆地震发生的经济损失情况，使用推论 1 中复合非齐次泊松过程 $Y(t+h) - Y(t)$ 增量的期望值来描述。在时间段 $[t, t+h)$ 内伤亡人数的期望值 EFL 和相应的标准差 DFL 分别为[10]：

1) $EFL = \Delta(t;h) \times \mu_X$。

2) $DFL = \sqrt{\Delta(t;h) \times (\mu_X + \mu_X^2)}$。

其中，$\mu_X = \dfrac{\mu_X(t+h) + \mu_X(t)}{2}$ (在此假定复合非齐次泊松过程在时间间隔较小的区间中为复合齐次泊松过程，利用区间的中心值进行计算[11])。

预测 2022 新疆的地震发生经济损失情况。其中，$\Delta(t;h) = 213.1$，$\mu_X = 1211.4134$，$[t, t+h) = [10, 11)$，最后得到 $EFL = 258111.8135$，$DFL = 17690$。

即 2022 年新疆地震发生经济损失的期望值为 $EFL = 258111.8135$，相应的标准差为 $DFL = 17690$。

同样地，得到 2022 年、2023 年和 2024 年的新疆地震发生经济损失情况，预测结果汇总如下表 6 所示。

Table 6. Prediction table of economic losses caused by earthquakes in Xinjiang from 2022 to 2024

表 6. 2022~2024 **年新疆地震发生经济损失情况预测表**

年份	期望值 EFL	标准差 DFL
2022	258111.8135	17,690
2023	272932.1398	18,683
2024	287819.4095	19,679

预测得到 2022 年、2023 年和 2024 年新疆地震发生经济损失的期望值分别为 258,111、272,932 和 287,819 万元。

5. 结束语

本研究基于非齐次泊松过程(NHPP)与复合非齐次泊松过程(CNHPP)的理论框架，构建了新疆地区地震灾害的多维度预测模型，实现了地震发生频率与经济损失的联合动态分析。通过对 2012~2021 年地震数据的系统性建模与验证，得出以下结论：

一是，提出创新性的组合建模方法(复合泊松–回归联合模型)。在模型构建过程中，创新性地将最小二乘回归法与复合非齐次泊松过程相结合，针对火灾发生过程的随机性特征，采用非齐次泊松过程进行建模，并用最小二乘回归进行参数估计。模型对 2021 年地震发生进行精度检验，实证分析表明，2021 年地震次数的预测误差为 4.9%。

二是，构建复合非齐次泊松过程 $Y(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} X_n, t \geq 0$，其中 X 表征第 i 次地震的经济损失，该模型对 2023~2024 年地震发生情况做出预测并量化了新疆火灾事故后“事故频次–经济损失”的级联效应。结果表明，历史活跃期会显著提升后续灾害的潜在风险。

通过非齐次泊松过程的理论拓展与实证创新，为地震灾害系统分析提供了兼具时空分辨率和经济关联性的量化工具，其方法论对多灾种耦合风险预测具有重要的借鉴意义。

参考文献

[1] 梁梓豪, 苗鹏宇, Wang Jianming, 等. 基于随机森林方法的地震损失预测[J]. 地震学报, 2024, 46(4): 649-662.

[2] 沈健, 李梦瑶. 基于改进模糊支持向量回归模型的地震人员伤亡预测研究[J]. 价值工程, 2025, 44(7): 101-104.

[3] 谢家智, 车四方, 林涌. 基于随机权神经网络的地震灾害经济损失评估与预测[J]. 灾害学, 2017, 32(1): 1-4+10.

[4] 李洪兵, 唐成浩, 韩咪, 等. SSA-BP 神经网络模型在地震伤亡人数预测中的应用[J]. 安全, 2024, 45(4): 82-88.

[5] 陈长云, 尹海权. 新疆地区现今地壳变形特征与强震危险性概率预测[J/OL]. 地震地质: 1-21. http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2192.P.20250415.1431.008.html, 2025-04-23.

[6] S.M.劳斯. 随机过程(第二版) [M]. 北京: 机械工业出版社, 2013: 48-49.

[7] 孙荣恒. 随机过程及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 50-60.

[8] 新疆维吾尔自治区统计局. 新疆统计年鉴[M]. 北京: 中国统计出版社, 2013-2022.

[9] (美)道格拉斯 C.蒙哥马利, (美)伊丽莎白 A.派克, (美) G.杰弗里·瓦伊宁, 著. 线性回归分析导论[M]. 王辰勇, 译. 北京: 机械工业出版社, 2016: 9-10.

[10] Grabski, F. (2020) Nonhomogeneus Generalisations of Poisson Process in the Modeling of Random Processes Related to Road Accidents. *Maritime Technical Journal*, **222**, 29-42. https://doi.org/10.2478/sjpna-2020-0009

[11] Grabski, F. (2018) Nonhomogeneous Stochastic Processes Connected to Poisson Process. *Maritime Technical Journal*, **213**, 5-15. https://doi.org/10.2478/sjpna-2018-0009