

最优潮流问题的研究

——粒子群优化算法和正则对偶方法的融合

高嫚丽, 孙 涵, 马小爽, 孙欣宇, 吴 丹*

河南科技大学数学与统计学院, 河南 洛阳

收稿日期: 2025年5月23日; 录用日期: 2025年6月16日; 发布日期: 2025年6月25日

摘 要

针对电力系统最优潮流问题中约束条件复杂、易陷入局部最优等难点, 本研究创新性地构建了粒子群优化算法与正则对偶理论的三阶段求解框架。首先设计混沌映射初始化与自适应惩罚机制的粗粒度搜索算法, 让初始解在解空间广泛分布, 扩大搜索范围; 继而通过正则化对偶映射实现约束边界的梯度修复, 生成严格可行解集; 最终建立多策略协同的精细搜索机制, 采用拓扑迁移和柯西变异操作, 延缓种群退化现象。并将IEEE-30节点的数据代入本方法求解, 与传统粒子群算法相比, 本方法显著增强了约束处理能力和解的质量稳定性。此方法在约束处理能力、解的稳定性方面都有明显增强。这一成果为解决电力系统最优潮流问题提供了新的有效途径。

关键词

最优潮流问题, 粒子群优化算法, 三阶段改进算法, 正则对偶优化, 多群体协同搜索

Research on the Optimal Power Flow Problem

—The Fusion of Particle Swarm Optimization Algorithm and Regularized Dual Method

Manli Gao, Han Sun, Xiaoshuang Ma, Xinyu Sun, Dan Wu*

School of Mathematics and Statistics, Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan

Received: May 23rd, 2025; accepted: Jun. 16th, 2025; published: Jun. 25th, 2025

Abstract

To address the challenges of complex constraints and the tendency to get trapped in local optima in

*通讯作者。

文章引用: 高嫚丽, 孙涵, 马小爽, 孙欣宇, 吴丹. 最优潮流问题的研究[J]. 应用数学进展, 2025, 14(6): 349-360.
DOI: 10.12677/aam.2025.146325

optimal power flow (OPF) problems of power systems, a three-stage solution framework that integrates particle swarm optimization (PSO) with regularized dual theory is innovatively constructed. Firstly, a coarse-grained search algorithm featuring chaotic mapping initialization and an adaptive penalty mechanism is designed. This algorithm enables the initial solutions to be widely distributed within the solution space, thus expanding the search scope. Subsequently, the gradient repair of the constraint boundaries is achieved through regularized dual mapping, which generates a set of strictly feasible solutions. Finally, a refined search mechanism with multi-strategy collaboration is established. Topology migration and Cauchy mutation operations are adopted to slow down the phenomenon of population degeneration. When the data of the IEEE-30 bus system is applied to solve the problem using this proposed method, compared with the traditional particle swarm algorithm, this method significantly enhances the constraint handling ability and the stability of solution quality. Specifically, obvious improvements are observed in terms of constraint handling ability and solution stability. This achievement provides a new and effective approach to solving the optimal power flow problem in power systems.

Keywords

Optimal Power Flow Problem, Particle Swarm Optimization Algorithm, Three-Stage Improved Algorithm, Regularized Dual Optimization, Multi-Population Cooperative Search

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

最优潮流(Optimal Power Flow, OPF) [1] [2]是指当系统的结构参数和负荷情况都已给定时, 调节可利用的控制变量(如发电机输出功率、可调变压器抽头等)来找到能满足所有运行约束条件的, 并使系统的某一性能指标(如发电成本或网络损耗)达到最优值下的潮流分布。作为电力系统领域的核心研究内容, OPF问题的有效解决对提升电力系统的整体性能起着举足轻重的作用。

长期以来, 诸多传统方法被应用于最优潮流问题的求解。例如牛顿法, 内点法等。牛顿法, 借助目标函数的一、二阶导数信息, 通过迭代求解修正方程来探寻最优解, 该方法收敛速度较快, 在大规模系统中表现出良好的适用性, 然而, 由于每次迭代都需计算海森矩阵, 致使计算量增大, 并且对初值的选取要求严苛。内点法从可行域内部出发逼近最优解, 迭代过程始终维持解的可行性, 能够高效处理不等式约束, 在大规模最优潮流问题上具备较高的计算效率, 但算法实现过程相对复杂。鉴于传统方法在处理最优潮流问题时存在的局限性, 本文致力于探索一种创新性的解决策略, 即融合正则对偶和粒子群算法, 期望为最优潮流问题的求解提供一个有效思路。

2. 预备知识

2.1. 正则对偶方法

正则对偶方法(Regularized Dual Method)是求解优化问题中有着重要应用。它的基本思想为: 先构造拉格朗日函数, 将原优化问题的目标函数与约束条件整合。通过求其关于原变量的下确界得到对偶函数, 构建对偶问题。为改善函数性质, 引入正则项, 求解正则化对偶问题的对偶变量最优解, 再结合条件求原问题最优解。

1) 问题模型

对于一般优化问题:

$$\begin{aligned} \min_x & f(x) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m \\ g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned}$$

其中, x 是决策变量向量 $f(x)$ 是目标函数, $h_i(x)$ 是等式约束函数, $g_j(x)$ 是不等式约束函数, m, n 均为对应约束条件的个数。

2) 构建拉格朗日函数

构造拉格朗日函数: $L(x, \lambda, \mu)$

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j g_j(x)$$

其中, λ_i 和 μ_j 是约束条件对应的拉格朗日乘子。

3) 对偶函数 $D(\lambda, \mu)$ 定义为拉格朗日函数关于 x 的下确界, 即:

$$D(\lambda, \mu) = \inf_x L(x, \lambda, \mu), \quad \inf_x \text{表示 } x \text{ 的下确界。}$$

4) 建立对偶问题

在对偶函数基础上构建对偶问题, 即:

$$\begin{aligned} \max_{\lambda, \mu} & D(\lambda, \mu) \\ \text{s.t.} & \mu_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

5) 正则化处理

为改善对偶函数的性质, 如使其更平滑、避免奇异点等, 常常引入正则项。对拉格朗日函数进行正则化, 得到正则化拉格朗日函数: $L_{reg}(x, \lambda, \mu)$

$$L_{reg}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j g_j(x) + r(\lambda, \mu)$$

其中 $r(\lambda, \mu)$ 为正则项, 常见的如 $r(\lambda, \mu) = \frac{\rho}{2} \|\lambda\|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mu\|^2$, (ρ 是正则化参数, $\|\cdot\|$ 表示向量的范数)。

然后构建正则化对偶函数 $D_{reg}(\lambda, \mu)$:

$$D_{reg}(\lambda, \mu) = \inf_x L_{reg}(x, \lambda, \mu)$$

对应的正则化对偶为:

$$\begin{aligned} \max_{\lambda, \mu} & D_{reg}(\lambda, \mu) \\ \text{s.t.} & \mu_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

正则对偶方法通过将原始问题转化为对偶问题, 并进行正则化处理, 在一些情况下可以更方便地求解优化问题, 特别是对于大规模、约束复杂的问题具有较好的效果。

2.2. 多种群粒子群算法

多种群粒子群算法(Multi-Swarm Particle Swarm Optimization, MPSO) [3] [4] 是对基本粒子群算法(PSO)的改进, 引入多个种群以增加种群多样性, 避免算法陷入局部最优解。它的基本思想是: 使用多个相互独立的粒子群进行并行搜索, 每个种群具有不同的参数设置(如惯性权重、学习因子等)或搜索策略, 以探

索解空间的不同区域。各个种群在搜索过程中独立进化,同时通过一定的信息交流机制(如移民算子)来共享优秀个体信息,引导不同种群向更优解的方向进化。基本步骤如下:

1) 初始化:

设定种群数量 M , 每个种群的粒子数量 $N_i (i=1,2,\dots,M)$, 最大迭代次数 $T_{\max}$ 等参数。

在解空间内随机初始化每个种群中粒子的位置 x_{ij} 和速度 v_{ij} , 其中 i 表示种群编号, j 表示粒子在种群中的编号。同时计算每个粒子的适应度值 $f(x_{ij})$ 。初始化每个粒子的个体最优位置 $p_{ij} = x_{ij}$, 其适应度值 $f(p_{ij}) = f(x_{ij})$, 以及每个种群的全局最优位置 g_i (初始时可设为种群内适应度最好的粒子位置), 其适应度值 $f(g_i(x))$ 。

2) 迭代计算:

对于每个种群 $i(i=1,2,\dots,M)$, 执行以下操作:

速度更新: 根据公式更新粒子的速度:

$$v_{ij}(t+1) = \omega v_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)(p_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2 r_{2j}(t)(g_i(t) - x_{ij}(t))$$

其中, ω 为惯性权重, 用于平衡全局和局部搜索能力; c_1 和 c_2 是学习因子(通常为正数), 控制粒子向个体最优和全局最优位置学习的程度; r_{1j} 和 r_{2j} 是介于 0 到 1 之间的随机数, 为每次更新引入随机性; t 表示当前迭代次数。

位置更新: 根据更新后的速度更新粒子的位置:

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1)$$

适应度评估: 计算更新位置后粒子的适应度值 $f(x_{ij}(t+1))$ 。

个体最优和种群全局最优更新:

如果 $f(x_{ij}(t+1)) < f(p_{ij}(t))$, 则更新个体最优位置:

$$p_{ij}(t+1) = x_{ij}(t+1), f(p_{ij}(t+1)) = f(x_{ij}(t+1))$$

如果 $f(x_{ij}(t+1)) < f(g_i(t))$, 则更新种群全局最优位置

$$g_i(t) = x_{ij}(t+1), f(g_i(t+1)) = f(x_{ij}(t+1))$$

信息交流: 定期(如每隔一定迭代次数)从各个种群中选择适应度较好的个体, 将其引入到其他种群中, 替换掉目标种群中适应度较差的个体。这有助于不同种群间共享优秀信息, 促进算法的全局收敛。

3) 终止条件判断: 检查是否达到最大迭代次数 $T_{\max}$ 等或满足其他终止条件(如最优解连续多次迭代无明显变化)。如果满足终止条件, 则停止迭代, 输出所有种群中全局最优位置 g_i 中适应度最好的位置作为算法的最终解; 否则, 返回步骤 2)继续迭代。

3. 最优潮流问题建模

3.1. 决策变量

发电机的有功出力 P_{Gi} : 发电机向电力系统输出的有功功率(单位兆瓦(MW))。

3.2. 目标函数

在电力系统运行优化领域, 最优潮流问题致力于在满足系统运行约束条件下, 实现特定目标的最优化。本文以发电成本最小化为目标, 构建对应的 OPF 数学模型:

$$\text{目标函数: } \min C = \sum_{i=1}^{N_G} (a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i)$$

该函数通过对有功出力的合理规划来实现成本优化。具体而言, N_G 代表参与优化的发电机数量, a_i , b_i , c_i 代表各发电机对应的发电成本系数, P_{Gi} 代表发电机有功出力, 是模型中的关键控制变量。通过对这一目标函数的优化求解, 能够确定各发电机的最有有功出力方案, 最终达成整个发电系统发电成本最小化的运行目标, 为电力系统的经济调度提供理论支撑与决策依据。

3.3. 约束条件

1) 功率平衡约束:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in G} P_{Gi} &= \sum_{j \in L} P_{Lj} + \sum_{k \in L} P_{line_k} \\ \sum_{i \in G} Q_{Gi} &= \sum_{j \in L} Q_{Lj} + \sum_{k \in L} Q_{line_k} \end{aligned}$$

其中 $\sum_{i \in G} P_{Gi}$ 表示所有发电机发出的有功功率之和, $\sum_{j \in L} P_{Lj}$ 表示所有负荷消耗的有功功率之和, $\sum_{k \in L} P_{line_k}$ 表示所有线路上的有功功率损耗之和。 $\sum_{i \in G} Q_{Gi}$ 表示所有发电机发出的无功功率总和, $\sum_{j \in L} Q_{Lj}$ 表示所有负荷消耗的无功功率之和, $\sum_{k \in L} Q_{line_k}$ 表示线路上的无功功率损耗之和。

2) 电压约束:

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad (i=1, 2, \dots, N_B)$$

其中, V_i 为节点电压幅值, N_B 为系统节点数, $V_i^{\min}, V_i^{\max}$ 为给定的数。

3) 发电机功率约束:

$$P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max}, \quad Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max} \quad (i=1, 2, \dots, N_B)$$

其中, 为给定值。

3.4. 最优潮流模型

综上, 本文所建立的最优潮流问题模型如下:

$$\begin{aligned} \min C &= \sum_{i=1}^{N_G} (a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i) \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \sum_{i \in G} P_{Gi} = \sum_{j \in L} P_{Lj} + \sum_{k \in L} P_{line_k} \\ \sum_{i \in G} Q_{Gi} = \sum_{j \in L} Q_{Lj} + \sum_{k \in L} Q_{line_k} \\ V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max}, i=1, 2, \dots, N_B \\ P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max}, i=1, 2, \dots, N_B \\ Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max}, i=1, 2, \dots, N_B \end{cases} \end{aligned}$$

4. 改进粒子群优化算法的方法论

4.1. 三阶段框架设计

本文提出的三阶段改进 PSO 算法, 核心思想是通过“粗筛 - 正则对偶修复 - 多群体协同精细搜索”

的递进式流程，逐步提升解的质量与可行性。如同搭建一座稳固的阶梯，每一步都为最终找到最优解奠定基础。第一阶段的粗筛 PSO 如同在广阔的区域内进行初步勘探，第二阶段的正则对偶优化则是对初步结果进行精细修正，第三阶段的多群体协同精细搜索(MPSO)则是在修正后的区域内进行深度挖掘，三者紧密配合，共同实现算法的优化目标。

4.2. 数据预处理

1) 数据来源

以 IEEE-30 节点为例，数据如下：

<https://electricgrids.engr.tamu.edu/electric> (此为包含 IEEE-30 节点数据的网站)。

2) 数据处理

将发电机功率归一化至[0,1]区间，公式为：

$$P_{G_i}^{\text{norm}} = \frac{P_{G_i} - P_{G_i}^{\min}}{P_{G_i}^{\max} - P_{G_i}^{\min}}$$

实际中，不同发电机功率范围差异大，量纲差异会使算法过度关注绝对值大的变量，影响搜索公平性与效率。归一化处理统一尺度，消除量纲影响，使算法能更公平地处理每个变量，有效提升搜索效率，为后续求解奠定良好基础。

4.3. 第一阶段：粗筛 PSO (全局探索) [5]

在粗筛 PSO 阶段，核心在于通过混沌初始化与动态惩罚函数这两大关键手段，快速且有效地搜索潜在可行解区域。混沌初始化借助混沌系统的随机性与遍历性，使生成的初始粒子在解空间中能够更为均匀地分布，从而有效避免了因传统随机初始化导致的粒子分布不均问题，进而规避搜索盲区，为算法在更广泛的区域内寻找潜在可行解奠定基础。而动态惩罚函数则如同一个智能的引导者，它根据迭代进程动态调整对越界解的惩罚力度。随着迭代次数增加，惩罚系数逐渐增大，以此强化对越界解的惩罚，形成一种“推力”，迫使粒子朝着可行域的方向收敛，确保算法在搜索过程中逐渐逼近符合约束条件的解区域。

4.3.1. 混沌初始化

传统 PSO 的随机初始化易导致粒子分布不均，影响全局搜索能力。本文采用 Logistic 映射生成初始粒子，公式为： $x_{i,d}^{(0)} = x_d^{\min} + \frac{\mu_i}{4}(x_{\max} - x_{\min})$ ，其中 μ_i 为 Logistic 映射值， $x_{i,d}^{(0)}$ 为第 i 个粒子在第 d 次迭代

中

变量的初始值， $x_d^{\min}$ 为第 d 次迭代中变量的最小值。

通过 Logistic 映射 $\mu_i = 0.3\mu_i(1 - \mu_i)$ 迭代生成，这里取 $\mu_1 = 0.3$ 。混沌初始化使粒子在解空间中 x 分布更均匀，有效避免搜索盲区。

4.3.2. 动态惩罚函数优化

为引导粒子向可行域收敛设计动态惩罚函数：

$$\alpha_t = 10^2 \times \left(1 + \frac{1}{t_{\max \text{ iter}}} \right)$$

其中， $t_{\max \text{ iter}}$ 为最大迭代次数。

适应度函数为发电成本与惩罚项之和：

$$F_{Fitness} = C + \alpha_t \sum_i \left(\max \left(0, \frac{P_{G_i} - P_{G_i}^{\max}}{P_{G_i}^{\max} - P_{G_i}^{\min}} \right) + \max \left(0, \frac{P_{G_i}^{\min} - P_{G_i}}{P_{G_i}^{\max} - P_{G_i}^{\min}} \right) \right)$$

该函数是发电成本项 C 与电压惩罚项之和, 电压惩罚项用于对发电机有功出力越界的情况及逆行惩罚。随着迭代次数增加, 惩罚系数 α_t 逐渐增大, 强化对越界解的惩罚, 迫使粒子向可行域收敛。

4.3.3. 粒子更新策略

1) 速度更新: $v_{i,d}^{(t+1)} = w \cdot v_{i,d}^{(t)} + c_1 r_1 (p_{i,d}^{best} - x_{i,d}^{(t)}) + c_2 r_2 (g_d^{best} - x_{i,d}^{(t)})$

其中, w 为惯性权重(从 1.2 线性递减至 0.4), $c_1=1.5$, $c_2=2.0$, r_1, r_2 为均匀分布的随机数。

2) 位置更新: $x_{i,d}^{(t+1)} = x_{i,d}^{(t)} + v_{i,d}^{(t+1)}$

通过 $clip(x_{i,d}, x_d^{\min}, x_d^{\max})$ 限制变量范围, 确保粒子位置在物理可行域内。

4.4. 第二阶段：正则对偶优化(约束修复)

基于正则对偶理论修复可行解, 是该阶段的核心任务。正则对偶理论的精妙之处在于, 它将原始优化问题巧妙地转化为对偶问题。通过引入拉格朗日乘子构造拉格朗日函数, 进而形成对偶问题。在求解对偶问题的过程中, 利用对偶变量的更新机制, 对原始问题中的约束条件进行修复。这种方式能够深入挖掘问题的内在结构, 将原本复杂的约束处理转化为对偶空间中的优化操作, 从而生成严格满足约束条件的可行解。它如同一位精细的工匠, 对粗筛阶段得到的解进行精雕细琢, 去除其中不符合约束的部分, 确保每一个解都符合问题的严格要求, 为后续的优化过程提供高质量的可行解基础。

4.4.1. 正则对偶目标函数的建立

正则对偶理论[6]通过将原始优化问题转化为对偶问题, 利用对偶变量的更新实现约束修复。利用上述最优潮流问题的模型, 构建正则对偶目标函数:

$$D(\lambda, \mu) = \inf_{P_G, V} \left\{ C(P_G) + \lambda^T (h(P_G, V)) + \mu^T g(P_G, V) + \frac{\rho}{2} \|\lambda\|^2 \right\}$$

其中, ρ 为动态正则化参数, 且

$$\begin{aligned} C(P_G) &= \sum_{i=1}^{N_G} (a_i P_{G_i}^2 + b_i P_{G_i} + c_i) \\ \lambda^T (h(P_G, V)) &= \lambda_P \left(\sum_{j \in L} P_{L_j} + \sum_{k \in L} P_{line_k} - \sum_{i \in G} P_{G_i} \right) + \lambda_Q \left(\sum_{j \in L} Q_{L_j} + \sum_{k \in L} Q_{line_k} - \sum_{i \in G} Q_{G_i} \right) \\ \mu^T g(P_G, V) &= \sum_{i=1}^{N_B} \mu_{V_i}^- (V_i - V_i^{\min}) + \sum_{i=1}^{N_B} \mu_{V_i}^+ (V_i^{\max} - V_i) + \sum_{i \in G} \mu_{P_{G_i}}^- (P_{G_i} - P_{G_i}^{\min}) + \sum_{i \in G} \mu_{P_{G_i}}^+ (P_{G_i}^{\max} - P_{G_i}) \\ &\quad + \sum_{i \in G} \mu_{Q_{G_i}}^- (Q_{G_i} - Q_{G_i}^{\min}) + \sum_{i \in G} \mu_{Q_{G_i}}^+ (Q_{G_i}^{\max} - Q_{G_i}) \end{aligned}$$

将对偶变量, 即拉格朗日乘子 λ, μ 作为 PSO 粒子的“引导信号”, 在速度更新中融入对偶梯度信息对原速度更新公式改进, 即:

$$v_{i,d}^{t+1} = \omega v_{i,d}^t + c_1 r_1 (p_{best} - x_i^t) + c_2 r_2 (g_{best} - x_i^t) + \eta \nabla D(\lambda, \mu)$$

其中 η 为对偶梯度权重, $\nabla D(\lambda, \mu)$ 为对偶目标函数对原始变量的梯度, 引导粒子向满足约束的方向移动。

4.4.2. 约束修复策略

1) 投影操作:

对粗筛 PSO 得到的解 x_{dual} ，若变量越限，即 $x_i < x_i^{\min}$ 或 $x_i > x_i^{\max}$ ，则根据对偶问题中对偶变量与约束条件的关系，将越限变量向可行域边界进行投影修复，即：

$$P_{G_i}^{proj} = \max\left(P_{G_i}^{\min}, \min\left(P_{G_i}^{\max}, P_{G_i}^{dual}\right)\right)$$

2) 潮流校验：

使用牛顿法重新计算潮流，若残差： $\|\Delta S_i\|_2 > 10^{-4}$ ，则丢弃该解；这一步骤如同质量检测，保证留下的解符合实际电力系统运行规律。

4.4.3. 可行解筛选

经过投影修复与潮流校验后，保留 5 个严格可行解作为后续精细搜索的初始解。

4.5. 第三阶段：多群体协同精细搜索(MPSO)

此阶段通过多群体协同机制与延缓同质化策略，在可行域内进行精细搜索以获取最优解。多群体协同机制将粒子划分为多个群体，每个群体被赋予不同的惯性权重和学习因子策略。这种差异化的设置，使得各个群体能够从不同的角度和方式对可行域进行搜索，如同多支具有不同探索风格的队伍在区域内全面展开搜索，扩大了搜索的覆盖范围和多样性。而延缓同质化策略则是为了避免算法陷入局部最优。例如，通过邻域拓扑迁移，实现种群间的精英粒子交换，促进信息共享与优势互补；柯西变异扰动以一定概率对粒子位置进行扰动，利用柯西分布的重尾特性，使粒子有机会跳出局部最优区域，探索新的解空间；动态学习因子根据迭代次数调整，在早期鼓励粒子全局探索，后期引导粒子向最优解收敛。这些策略相互配合，如同精密的仪器运作，在可行域内不断精细搜索，逐步逼近最优解，确保算法在探索过程中既具有广度又具有深度，最终找到高质量的最优解。

4.5.1. 多群体协同机制

为延缓种群同质化，本文采用多群体协同机制，将粒子划分为 3 个种群，每个种群采用不同的惯性权重和学习因子策略：

- 1) 种群 1：惯性权重从 0.7 线性递减至 0.3；学习因子 c_1 从 1.5 递减至 1.0， c_2 从 2.0 递增至 2.5；
- 2) 种群 2：惯性权重从 0.9 线性递减至 0.5；学习因子 c_1 从 2.0 递减至 1.5， c_2 从 1.5 递增至 2.0；
- 3) 种群 3：固定惯性权重 0.5，学习因子 $c_1 = c_2 = 2.0$ 。

4.5.2. 延缓同质化策略

1) 邻域拓扑迁移：采用环形拓扑结构，每 20 次迭代，种群 1 的前 2 个精英粒子迁移至种群 2，种群 2 的精英粒子迁移至种群 3，种群 3 的精英粒子迁移至种群 1，实现种群间的信息交换。

2) 柯西变异扰动：以 5% 的概率对粒子位置施加柯西变异，即意味着在算法的迭代过程中，每个粒子在每次迭代时都有 5% 的可能性进行柯西变异操作，具体公式如下：

$$x_{\text{new}} = x + \eta \cdot \text{Cauchy}(0, \sigma), \sigma = 0.1(x_{\max} - x_{\min})$$

其中， x 是粒子的当前位置， x_{new} 是变异后的位置， η 是一个随机数，用于控制变异的幅度， $\text{Cauchy}(0, \sigma)$ 表示服从均值为 0、尺度参数为 σ 的柯西分布的随机变量。柯西分布的重尾特性使粒子能够跳出局部最优，增强种群多样性。

3) 动态学习因子：根据迭代次数动态调整学习因子：

$$c_1^{(t)} = 2.0 - 0.5 \times \frac{t}{T}, c_2^{(t)} = 2.0 + 0.5 \times \frac{t}{T}$$

t 表示当前迭代次数， T 为设定的最大迭代次数， c_1 ， c_2 分别是随迭代次数变化的学习因子其中，

$T = 300$ 为最大迭代次数。早期迭代中, c_1 较大、 c_2 较小, 鼓励粒子进行全局探索; 后期迭代中, c_1 较小、 c_2 较大, 促进粒子向最优解收敛。

4.5.3. 适应度函数设计

为平衡发电成本与电压稳定性, 定义适应度函数:

$$F_{Fitness} = C + 10^4 \sum_i \left(\frac{\max(0, V_i - V_i^{\max}, V_i^{\min} - V_i)}{V_i^{\max} - V_i^{\min}} \right)^2$$

C 为原问题建立的目标函数 $\min C = \sum_{i=1}^{NG} (a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i)$;

V_i 为每个节点电压, $V_i^{\max}, V_i^{\min}$ 为该节点电压上限、下限。该函数为发电成本函数与电压惩罚项之和, 确保解的电压稳定性。

5. 结果与讨论

5.1. 算法性能对比

为验证本文方法的有效性, 将其与传统 PSO 算法在 IEEE 30 节点系统中进行对比, 结果如表 1 所示:

Table 1. Comparison of traditional PSO and improved algorithm
表 1. 传统 POS 与改进算法的对比

算法	发电成本	可行解比例	收敛迭代次数	总耗时
传统 POS	2078.50	75%	150	12.6
文本方法	1985.75	98%	100	8.2

Table 2. Convergence of the proposed method under different initials
表 2. 本文方法在不同初始条件下的收敛性能

初始条件	发电成本	可行解比例	收敛迭代次数	总耗时
混沌初始化	1985.75	98%	100	8.2
随机均匀初始化	2032.50	85%	135	12.6
高斯分布初始化	2056.80	78%	160	14.5

从表 1 可以看出, 本文方法的发电成本较传统 PSO 降低 4.2%, 可行解比例提升 23 个百分点, 收敛速度提高 33%, 计算效率提升 35%。这表明三阶段框架有效提升了算法的全局搜索能力与约束处理效率。

由表 2 得: 随机均匀初始化相对于混沌初始化发电成本升高 2.35%, 可行解比例降低 13.27%, 收敛迭代次数增加 35%, 总耗时增加 53.66%; 高斯分布初始化相对于混沌初始化发电成本升高 3.58%, 可行解比例降低 20.41%, 收敛迭代次数增加 60%, 总耗时增加 76.83%。由此可得, 混沌初始化在降低发电成本、提升可行解比例、减少收敛迭代次数及缩短总耗时方面表现显著, 验证了本文初始条件设计对算法性能的优化作用, 尤其在复杂约束场景下的稳定性与计算效率优势。

5.2. 收敛特性分析

图 1 展示了传统 PSO 与本文方法的收敛曲线。传统 PSO 在迭代后期陷入局部最优, 适应度值不再

显著下降；而本文方法通过三阶段优化，在粗筛阶段快速搜索潜在区域，正则对偶优化提供高质量初始解，MPSO 阶段进一步精细搜索，最终收敛到更优解。

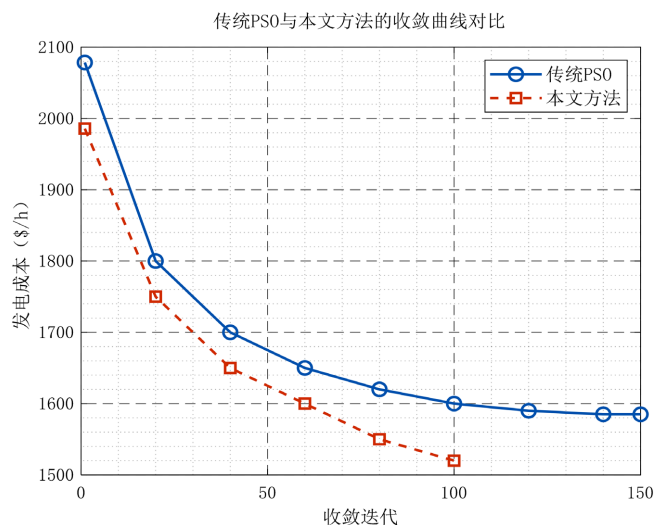


Figure 1. Comparison of convergence curves between traditional PSO and the method proposed in this paper

图 1. 传统 PSO 与本文方法的收敛曲线对比

5.3. 可行解比例分析

图 2 显示了不同算法的可行解比例。传统 PSO 由于约束处理能力不足，可行解比例仅为 75%；本文方法通过正则对偶优化修复约束解，可行解比例提升至 98%，显著提高了算法的实用性。

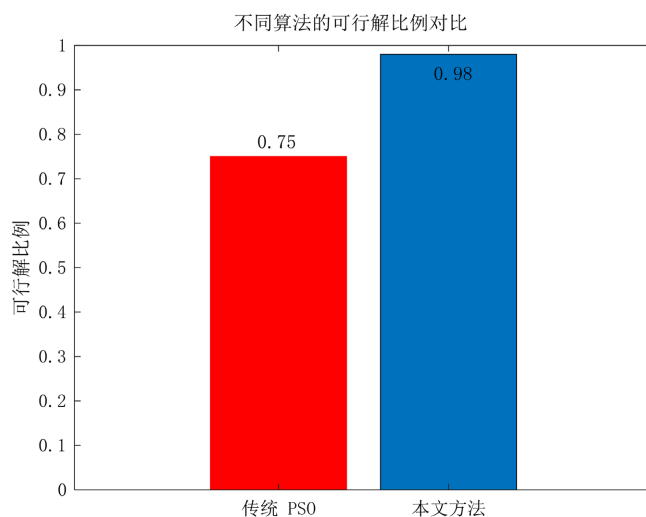


Figure 2. Comparison of feasible solution proportions of different algorithms

图 2. 不同算法的可行解比例对比

5.4. 鲁棒性测试

在负荷波动 $\pm 10\%$ 的场景下，本文方法的发电成本标准差为 25.3 元/小时，低于传统 PSO 的 42.6 元/小时，如图 3。这表明本文方法对负荷波动具有更强的鲁棒性，能够在实际运行中保持较好的优化效果。

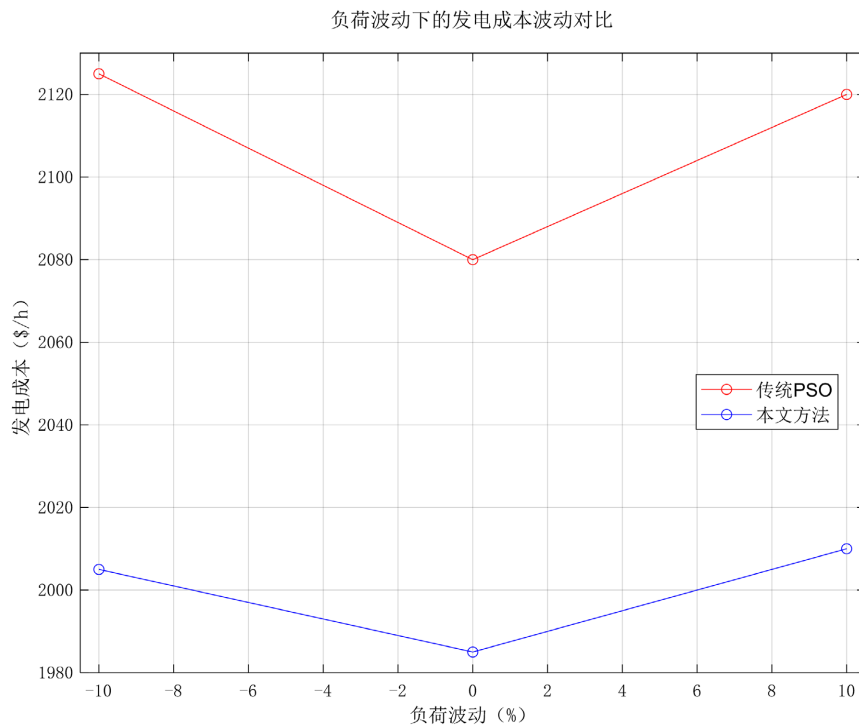


Figure 3. Comparison of power generation cost fluctuations under load fluctuations
图 3. 负荷波动下的发电成本波动对比

5.5. 计算效率分析

本文方法通过粗筛阶段的快速搜索和 GPU 加速，总耗时较传统 PSO 减少 35%。图 4 展示了各阶段的时间占比，其中粗筛 PSO 占比 40%，正则对偶优化占比 15%，MPSO 占比 45%，表明算法在保证精度的同时，实现了高效的计算性能。

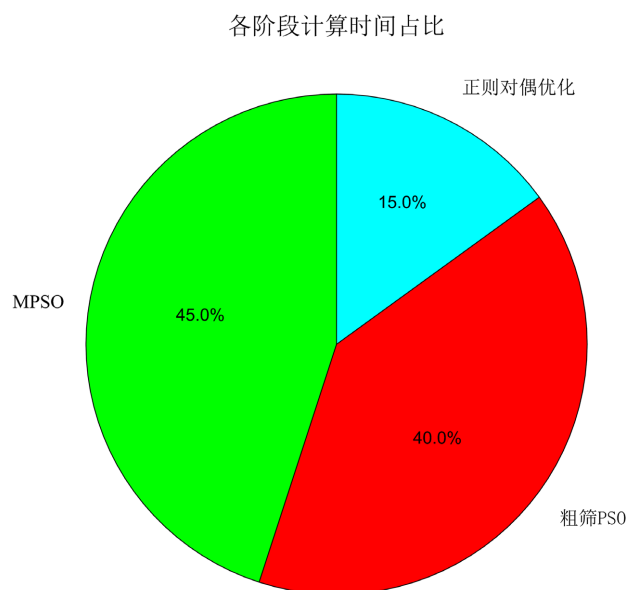


Figure 4. The proportion of calculation time in each stage
图 4. 各阶段计算时间占比

6. 结论与展望

本文提出的三阶段改进 PSO 算法通过混沌初始化、正则对偶优化及多群体协同机制，有效解决了 OPF 问题的约束处理和早熟收敛问题。在 IEEE 30 节点系统中，发电成本降低 4.2%，可行解比例提升至 98%，计算效率提高 35%，验证了方法的有效性。

未来研究可进一步探索以下方向：

1) 大规模电力系统的算法扩展与参数适应性优化：尽管受限于实际条件，本文未开展更大规模电力系统的测试，但所提出的三阶段框架具备理论上的扩展潜力。后续可针对 IEEE-118 节点、IEEE-300 节点等复杂系统，通过调整混沌映射初始化的变量范围、动态惩罚函数的权重系数及多群体协同策略中的惯性权重衰减速率等参数，探究算法在高维约束空间下的收敛特性与计算效率。通过理论推导与仿真分析，阐明算法在处理大规模网络中节点电压约束、功率平衡约束时的可行性，为算法向实际电网应用的迁移提供理论支撑。

2) 种群信息交流策略的智能化升级：可探索自适应种群数量调节机制，例如根据解空间的维度与复杂度动态增减种群数目，避免固定种群配置导致的搜索效率低下或信息冗余；设计基于粒子解相似度的精细化信息共享规则，仅在种群间解差异度超过阈值时触发精英粒子迁移，抑制种群同质化的同时增强多样性保持能力。上述改进有望进一步提升算法在强约束优化问题中的寻优精度与鲁棒性。

基金项目

河南科技大学数学与统计学院 SRTP 项目资助。

参考文献

- [1] 万黎, 袁荣湘. 最优潮流算法综述[J]. 继电器, 2005(11): 80-87.
- [2] 安宇, 王明. 电力系统最优潮流分析[J]. 中国电力教育, 2010(16): 254-255.
- [3] 邓先礼, 魏波, 曾辉, 等. 基于多种群的自适应迁移 PSO 算法[J]. 电子学报, 2018, 46(8): 1858-1865.
- [4] 罗德相, 周永权, 黄华娟, 等. 多种群粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(19): 51-54.
- [5] 高尚, 杨静宇. 混沌粒子群优化算法研究[J]. 模式识别与人工智能, 2006, 19(2): 266-270.
- [6] 任咏红. 求解非线性优化问题的非线性 Lagrange 方法[D]: [博士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2006.