

基于高斯分布的最大似然估计框架的全局区域图像分割

李更生¹, 谢维玉^{2*}

¹陇南师范学院数学与计算机学院, 甘肃 陇南

²塔里木大学信息工程学院, 新疆 阿拉尔

收稿日期: 2025年8月26日; 录用日期: 2025年9月19日; 发布日期: 2025年9月28日

摘 要

利用L2范数度量模型的数据项是常用的方法之一。然而, 当图像受到模糊和强度不均匀性的污染时, 它的分割性能就会降低。为了解决此类问题, 本文提出一种基于高斯分布的最大似然估计框架的变分水平集模型。首先, 依据加性偏置场理论将观测图像进行分解得到图像的强度信息和结构信息。同时, 利用高斯分布函数提取图像的纹理信息。其次, 利用图像的纹理信息、结构信息及强度信息来构造演化曲线内外的拟合图像。最后, 利用高斯分布的最大似然估计框架刻画背景和目标之间的差异, 从而推动轮廓曲线的演变, 快速找到目标边缘。实验结果表明, 所提出的模型在准确性和效率方面都有显著提高, 优于其他方法。定量评估结果显示, DC、JCS、P和TP的平均分割值分别是0.9845、0.9697、0.9756和0.9938。

关键词

变分水平集, 偏置场, 最大似然估计, 演化曲线

Global Regional Image Segmentation Based on the Maximum Likelihood Estimation Framework of Gaussian Distribution

Gengsheng Li¹, Weiyu Xie^{2*}

¹School of Mathematics and Information Technology, Longnan Normal University, Longnan Gansu

²College of Information Engineering, Tarim University, Alaer Xinjiang

Received: August 26, 2025; accepted: September 19, 2025; published: September 28, 2025

*通讯作者。

文章引用: 李更生, 谢维玉. 基于高斯分布的最大似然估计框架的全局区域图像分割[J]. 应用数学进展, 2025, 14(10): 48-61. DOI: 10.12677/aam.2025.1410418

Abstract

One of the frequently employed techniques is the use of the data term of the L2 paradigm metric model. However, its segmentation performance degrades when the image is contaminated by blurring and intensity inhomogeneity. In order to solve such problems, this paper proposes a variational level set model based on the maximum likelihood estimation framework of Gaussian distribution. First, the observed image is decomposed to obtain the intensity information and structure information of the image based on additive bias field theory. Meanwhile, the Gaussian distribution function is utilized to extract the texture information of the image. Second, the fitted image is constructed both inside and outside the evolution curve using the texture, structure, and intensity information of the image. In order to drive the evolution of the contour curve and rapidly identify the target edge, the maximum likelihood estimation framework of Gaussian distribution is finally used to illustrate the difference between the background and the target. The experimental results show that the proposed model is superior to other methods in terms of accuracy and efficiency with significant improvement. The quantitative evaluation results show that the average segmentation values of DC, JCS, P and TP are 0.9845, 0.9697, 0.9756 and 0.9938, respectively.

Keywords

Variational Level Set, Bias Fields, Maximum Likelihood Estimation, Evolution Curves

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

全局图像分割的目标是通过将图像划分成有意义的部分,从而更好地理解图像的内容。这有助于识别和分析图像中的对象、场景或结构[1][2]。在全局图像分割中,通常关注整个图像的场景和对象,而不仅仅是局部区域。全局图像分割在许多领域都有广泛的应用,如自动驾驶、医学影像分析、安防监控等。通过全局图像分割,可以实现对图像中物体的精准识别和定位,为相关应用提供有力的支持[3][4]。

实现全局图像分割的方法多种多样,本文重点介绍用于分割有强度不均匀或分割目标边界模糊图像的水平集方法(Level set methods, LSM)。He 等[5]做了进一步研究,使其更加适用。文献[6]-[9]讨论了基于水平集的图像分割方法的最新进展,包括基于能量的局部预拟合模型及其解决方案的提出。此外,这一研究领域在医学图像分析中的广泛应用也不容忽视[10]。然而,由于其非线性和不可分性,上述模型的数值计算面临挑战。

区域水平集(Region level set methods, RLSM)利用全局或局部区域的强度统计信息,引导曲线向所需对象的边界演化。早期的 RLSM(例如文献[11]-[14])利用演化曲线内部和外部区域的全局强度统计信息来引导曲线演化。变分框架中全局 RLSM 的典型代表是 Chan 和 Vese [15]提出的“无边缘主动轮廓”模型(CV 模型),其中假定输入图像由统计上均匀的两相区域(前景和背景)组成。作为偏微分方程框架中的一个典型例子,Zhang 等[16]引入了一种基于全局区域强度的新型符号压力函数,在边缘模糊的图像中取得了令人满意的效果。基于 L2 范数的全局 RLSM 对初始化和噪声具有鲁棒性,但却无法处理强度不均匀图像。

显然,在处理灰度分布不均匀的自然图像时,传统基于 L2 范数的活动轮廓模型存在显著局限:其依

赖单一灰度特征构建能量函数, 导致分割鲁棒性不足, 不仅整体分割精度难以保证, 在目标边界模糊、对比度较低的场景下, 还极易出现“边界泄漏”问题, 即前景物体因边界定位失效而产生分割不完整的现象。为突破这一“单一特征建模”的核心瓶颈, 本文提出融合“结构-偏置-纹理”三组件的图像分解模型, 并将其嵌入变分分割框架构建新的活动轮廓模型: 通过“结构组件”捕捉目标几何轮廓、“偏置组件”消除灰度不均匀干扰、“纹理组件”提取细节判别特征, 三大组件协同构成多维度特征约束; 同时, 在变分框架中以多组件特征替代传统单一灰度特征构建能量函数, 通过能量最小化驱动演化曲线精准收敛至目标实际边界, 从而有效提升复杂自然图像的分割定位精度。

2. 相关工作

2.1. RMPC 模型

在整篇论文里面 I 表示输入图像, 其中 $I: x \in \Omega \rightarrow R$, $\Omega \subset R^2$ 表示图像域, x 表示图像像素的位置坐标。根据 Retinex 理论[17]-[20], 将原始图像 I 分解为光滑的偏置场 b 和结构分量部分 s , 即 $I = b + s$ 。在此基础上, 吴[21]等人提出一种用于图像分割和偏置校正的 Retinex 调制变分模型。该模型旨在对分段常数结构部分进行建模, 最终同时得到分割和偏差校正。更准确地说, 定义了联合图像分割和偏差校正的能量泛函如下:

$$E(c_1, c_2, b, \phi) = \lambda_1 \int_{\Omega} (I - b - c_1)^2 (\phi + 1)^2 dx + \lambda_2 \int_{\Omega} (I - b - c_2)^2 (\phi - 1)^2 dx \\ + \mu \int_{\Omega} |\nabla b|^2 dx + \frac{1}{\varepsilon} \int_{\Omega} (|\phi| - 1)^2 dx + \varepsilon \int_{\Omega} |\nabla \phi|^2 dx$$

其中, λ_1 , λ_2 , μ 是大于 0 的常数。

RMPC 模型本质是利用 $L2$ 范数来刻画原始图像与拟合图像之间的误差, 导致在分割含有高噪声图像时很难实现。而且, RMPC 模型中含有刚性参数 ε , 使得对能量泛函的求解存在一定的困难。

2.2. ABC 模型

为了解决强度不均匀性问题, Weng [22]等人利用偏置场理论, 提出一种加性偏置场校正的变分水平集图像分割模型。

ABC 模型的能量泛函是:

$$E^{ABC}(\phi, r, \mathbf{b}) = \int \sum_{i=1}^2 \left(\int G_{\sigma}(y-x) |I(x) - r(y) - b_i(y)|^2 dy \right) M_i(\phi(x)) dx$$

这里, $\mathbf{b} = (b_1, b_2)$, $M_1(\phi(x)) = H(\phi(x))$, $M_2(\phi(x)) = 1 - H(\phi(x))$ 。

利用变分原理对其进行最小化, 得到:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = - \frac{\partial E^{ABC}}{\partial \phi} = -\delta_{\varepsilon}(\phi)(e_1 - e_2),$$

其中, $e_i(x) = \int G_{\sigma}(y-x) |I(x) - r(y) - b_i(y)|^2 dx$, $i = 1, 2$ 。

ABC 模型考虑了图像的强度不均匀性和局部特征, 这是对 CV 模型的一种优化。在实际应用中, 由于图像类型的多样性, ABC 模型中的数据驱动项 $e_1 - e_2$ 具有较大的差异, 会增加实验的难度, 降低模型的鲁棒性。

3. 提出的模型

为解决传统活动轮廓模型依赖单一特征导致的鲁棒性不足问题, 本文构建“图像三组件分解-变分

能量优化 - 高斯概率建模”的三层协同架构。本节将明确“结构 - 偏置 - 纹理”三组件与变分能量函数中“数据项 - 正则项 - 约束项”的映射逻辑, 并阐明高斯分布最大似然估计在组件概率建模中的核心支撑作用。具体能量泛函如下:

$$E(\phi) = E_{data}(\phi) + E_{reg}(\phi) + E_{cons}(\phi)$$

3.1. 数据项

区域水平集图像分割的核心任务之一是测量给定图像与拟合图像之间的相似性。测量相似性的方法有很多, 其中常用的测量方法是基于 $L1$ 或 $L2$ 范数、基于高斯分布的最大似然估计框架等。根据前面的分析知道: ABC 模型采用 $L2$ 范数度量输入图像与拟合图像之间的相似性。

然而, 如果演化轮廓的内外区域强度不均匀, 将导致不满意的分割。几乎所有基于 $L2$ 范数的全局区域水平集模型都存在类似的问题。因此, 为了克服 $L2$ 范数建模带来的困难, 本论文中采用基于高斯分布的最大似然估计框架来衡量原始图像与拟合图像之间的相似度, 提出一种基于高斯分布的最大似然估计框架的全局图像分割模型。所提模型的框架图如图 1 所示。

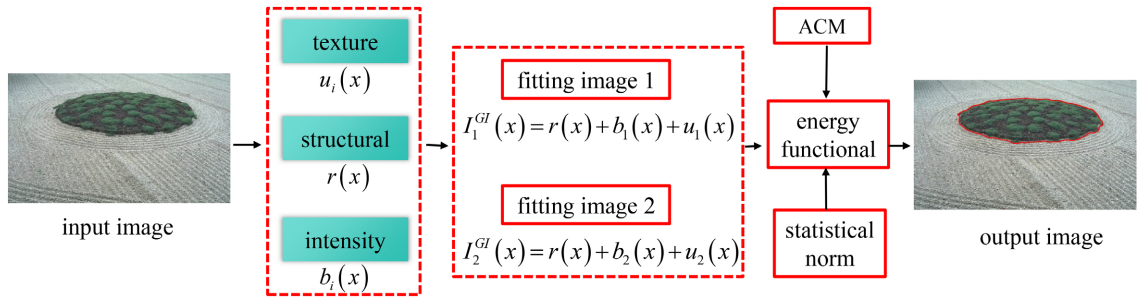


Figure 1. Framework diagram of the proposed model

图 1. 所提模型的框架图

(a) 在图像区域 Ω 中, b 在图像的区域取值互不相同, 若观测图像被划分为 N 个互不相交的子区域, 则 b 的取值为: $b_1, b_2, \dots, b_N$;

(b) 图像模型为:

$$I(y) = b(y) + r(y) + n(y). \quad (1)$$

本论文针对单相位图像分割, 因此取 $N = 2$ 。图像域 Ω 被曲线 C 划分为: Ω_1 和 Ω_2 , 为推导方便, 令曲线 C 内部区域是 Ω_1 , 则 C 外部区域记作 Ω_2 , 如图 2 所示。

$$E = -\sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_i} \log p_i(I(y), r(x), b_i(x), u_i(x), \sigma_i^2(x); \Omega_i) dy, \quad (2)$$

其中,

$$p_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i(x)} \exp\left(-\frac{(I(y) - I_i^G(x))^2}{2\sigma_i^2(x)}\right).$$

u_1 和 u_2 分别表示曲线 C 内外的全局均值, b_1 和 b_2 表示曲线 C 内外的图像偏置场信息, σ_1^2 和 σ_2^2 表示曲线 C 内外的全局方差信息。

$I_1^G(x) = r(x) + b_1(x) + u_1(x)$, $I_2^G(x) = r(x) + b_2(x) + u_2(x)$, 分别表示演化曲线外部和内部全局拟合

图像。 $r(x)$ 提取图像的结构信息, $b_1(x)$, $b_2(x)$ 分别提取演化方程内外的强度信息, $u_1(x)$, $u_2(x)$ 分别提取演化方程内外的纹理信息。

令 $\Omega_1 = \{\phi > 0\}$, $\Omega_2 = \{\phi < 0\}$, $C = \{\phi = 0\}$, 于是方程(2)变为:

$$E_{data}(\phi) = \sum_{i=1}^2 \int \left(\log \sqrt{2\pi} + \log \sigma_i + \frac{(I(x) - I_i^{GI}(y))^2}{2\sigma_i^2} \right) M_i dx \quad (3)$$

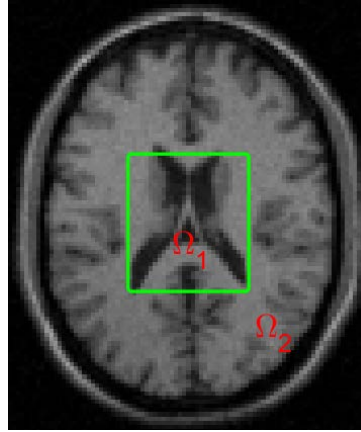


Figure 2. Relationship of single-phase segmentation region
图 2. 单相位分割区域的关系

3.2. 正则项和约束项

为了避免重新初始化问题, 在曲线演化过程中保持水平集函数的光滑。这里采用文献[23][24]的正则化函数:

$$D(\phi) = E_{reg}(\phi) + E_{cons}(\phi) = \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} (|\nabla \phi(x)| - 1)^2 dx + \nu \cdot \int_{\Omega} |\nabla H(\phi(x))| dx$$

其中, μ 和 ν 是常数。

这里 $H(\phi) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{\phi}{\varepsilon} \right) \right)$, ε 是正则化参数。

3.3. 求解模型

在这一节, 呈现所提出模型的详细求解。由于对每个变量而言, 方程(3)是一个凸可分离问题, 所以采用交替最小化方法求解方程(3)。也就是说, 固定方程(3)中的七个变量, 剩余变量将被求解出来。

首先, 在能量泛函(3)中求解变量 u_1 , 固定 u_1 之外的其他变量, 最小化式(3)且令其等于 0 得到:

$$\frac{\partial E}{\partial u_1} = \int (I(y) - r(x) - b_1(x)) M_1(\phi(y)) dy - \int u_1(x) M_1(\phi(y)) dy = 0, \quad (4)$$

根据(4)可解出变量 u_1 , 于是有

$$u_1(x) = \frac{\int (I(y) - r(x) - b_1(x)) M_1(\phi(y)) dy}{\int M_1(\phi(y)) dy}. \quad (5)$$

依次方法, 可以求解出剩余的其他变量,

$$b_1(x) = \frac{\int (I(y) - r(x) - u_1(x)) M_1(\phi(y)) dy}{\int M_1(\phi(y)) dy}, \quad (6)$$

$$u_2(x) = \frac{\int (I(y) - r(x) - b_2(x)) M_2(\phi(y)) dy}{\int M_2(\phi(y)) dy}, \quad (7)$$

$$b_2(x) = \frac{\int (I(y) - r(x) - u_2(x)) M_2(\phi(y)) dy}{\int M_2(\phi(y)) dy}, \quad (8)$$

$$\sigma_1^2(x) = \frac{\int (I(y) - I_1^L(x))^2 M_1(\phi(y)) dy}{\int M_1(\phi(y)) dy}, \quad (9)$$

$$\sigma_2^2(x) = \frac{\int (I(y) - I_2^L(x))^2 M_2(\phi(y)) dy}{\int M_2(\phi(y)) dy}. \quad (10)$$

另一方面, 在求解反射图像 $r(x)$ 时, 曲线 C 的外部 and 里面均含有变量 $r(x)$, 在模型的能量泛函(3)中, 固定 r 之外的其他变量, 得到:

$$\frac{\partial E}{\partial r} = (-2) \int \frac{(I(y) - I_1^L(x))}{2\sigma_1^2(x)} M_1(\phi(y)) dy + (-2) \int \frac{(I(y) - I_2^L(x))}{2\sigma_2^2(x)} M_2(\phi(y)) dy = 0.$$

化简可以得到:

$$r(x) = \frac{Nr_1(x) + Nr_2(x)}{Dr_1(x) + Dr_2(x)}, \quad (11)$$

其中,

$$Nr_1(x) = \frac{\int I(y) M_1(\phi(y)) dy - (b_1(x) + u_1(x)) \int M_1(\phi(y)) dy}{\sigma_1^2(x)},$$

$$Nr_2(x) = \frac{\int I(y) M_2(\phi(y)) dy - (b_2(x) + u_2(x)) \int M_2(\phi(y)) dy}{\sigma_2^2(x)},$$

$$Dr_1(x) = \frac{\int M_1(\phi(y)) dy}{\sigma_1^2(x)}, \quad Dr_2(x) = \frac{\int M_2(\phi(y)) dy}{\sigma_2^2(x)}.$$

利用变分原理可以解出方程(3)的梯度下降流:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial \phi} = -\delta_\varepsilon(\phi)(e_1 - e_2), \quad (12)$$

$$e_i = \log \sigma_i(x) + \frac{(I(y) - r(x) - b_i(x) - u_i(x))^2}{2\sigma_i^2(x)}, \quad i = 1, 2.$$

3.4. 加性分解模型的合理性及算法收敛性分析

图像的视觉信息可天然分解为几何结构(目标的边缘、轮廓等形状信息)、灰度偏置(光照变化、阴影导致的全局灰度趋势)与细节纹理(重复的局部像素模式)三大核心成分, 且三者满足加性叠加关系。加性分解模型在图像分割领域已得到广泛验证, 其合理性可通过经典研究佐证[22] [25]。

本文采用交替最小化算法求解“三组件分解-变分分割”的联合优化问题, 算法流程为: 固定三组件参数→优化演化曲线(能量最小化)→固定演化曲线→优化三组件参数(高斯似然最大化), 迭代至收敛。下面通过证明能量函数的单调性, 论证算法的收敛性。算法的目标函数为融合三组件约束的变分能量函数: $E(\phi, \Theta) = E_{data}(\phi, \Theta_T) + E_{reg}(\phi, \Theta_S) + E_{cons}(\phi, \Theta_B)$, ϕ 为水平集函数, $\Theta = \{\Theta_T, \Theta_S, \Theta_B\}$ 为三组件的特征参数集。交替最小化的核心是交替优化水平集函数和三组件特征集。

(1) 第一步:

固定 Θ , 优化 ϕ : 设第 k 次迭代的参数为 Θ^k , 优化 ϕ 得到 $\phi^{k+1} = \arg \min_{\phi} E(\phi, \Theta^k)$ 。根据最小值的定义, 有 $E(\phi^{k+1}, \Theta^k) \leq E(\phi^k, \Theta^k)$, 即固定三组件参数时, 演化曲线的优化使能量函数非递增。

(2) 第二步: 固定 ϕ^{k+1} , 优化 Θ :

优化 Θ 的本质是通过高斯最大似然估计求解最优参数 $\Theta^{k+1} = \arg \max_{\Theta} L(\Theta; \phi^{k+1})$ 。其中, L 为似然函数。由于本文能量函数中的数据项与约束项均与似然函数的负对数成正比, 因此最大化似然函数等价于最小化能量函数: $E(\phi^{k+1}, \Theta^{k+1}) \leq E(\phi^{k+1}, \Theta^k)$, 即固定演化曲线时, 三组件参数的优化同样使能量函数非递增。

结合两步优化结果, 有: $E(\phi^{k+1}, \Theta^{k+1}) \leq E(\phi^{k+1}, \Theta^k) \leq E(\phi^k, \Theta^k)$, 即每次迭代后, 能量函数值严格非递增。为验证收敛性, 选取自然图像进行分割实验, 记录迭代过程中的能量函数值变化, 结果如图 3 所示。曲线显示, 能量函数在迭代初期快速下降, 60~80 次迭代后趋于稳定, 最终收敛至最小值, 与理论证明一致, 进一步验证了算法的可靠性。

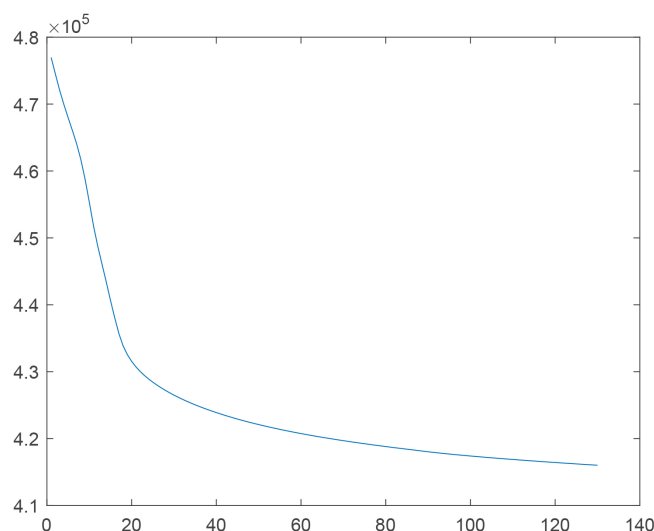


Figure 3. Energy functional curve

图 3. 能量泛函曲线

4. 数值实验

在这一部分中, 首先评估所提出算法对初始轮廓及噪声的鲁棒性。然后, 将所提模型与七个具有代表性的水平集模型进行比较, 以验证其在分割具有强度不均匀的纹理图像、医学图像及彩色图像时的有效性和效率。实验平台为: Intel(R) Core(TM), i5-8265U, 1.60 GHz, 8GB RAM, Matlab R2018b, Windows10。

4.1. 评价所提出的算法

(a) 初始轮廓的鲁棒性

图 4 显示了单目标图像、双目标图像和多目标图像的分割结果, 其中绿色和红色曲线分别表示初始轮廓和最终轮廓(即分割结果)。选择四种不同的初始轮廓: 两类不同大小的矩形、圆形和三角形。可以看出, 从不同形状、位置和大小初始轮廓线开始, 最终轮廓线没有明显差异, 并且一致地勾勒出了物体的边界。

(b) 彩色图像分割

在本实验中, 评估了本文的模型对具有复杂背景的彩色图像进行分割的能力。从数据集 MSRAB [26] 中选择五幅测试图像。为了测试模型对不同类型彩色图像的鲁棒性, 选择不同场景下的自然图像。在图 5 中, 展示了所提模型对五幅彩色图像的分割结果。其中, 第一行表示具有初始轮廓的原始图像, 绿色矩形代表设置的初始轮廓位置。第二行表示最终的演化曲线, 从分割效果观察, 本文算法能够识别分割目标的轮廓曲线。第三行表示对最终曲线进行阈值处理的结果, 即算法的分割结果展示。第四行分别表示相应彩色图像的 GT 图像。

在图 5 中, 结果表明本文所提出的方法可以有效地分割这些具有复杂场景下的彩色图像。此外, 如表 1 所示, 在不同的场景类型下, 客观评价的指标值接近最大值 1。表明所提出的算法对五种彩色图像的分割是有效的。

设 I_o 表示分割结果的图像, I_g 表示 GT 图像。采用衡量分割质量的客观指标, 分别是 TP (true positive) 率、FP (false positive) 率、P (precision)、JS (Jaccard similarity) 率和 DC (Dice coefficient) 率。其定义如下 [27]:

$$DC = \frac{2|I_o \cap I_g|}{|I_o| + |I_g|}, \quad FP = \frac{|I_o \cap I_g - I_g|}{|I_g|}, \quad JCS = \frac{|I_o \cap I_g|}{|I_o \cup I_g|}, \quad TP = \frac{|I_o \cap I_g|}{|I_g|}, \quad P = \frac{TP}{TP + FP}.$$

其中, DC, JCS, P, TP 值越大, 则表明分割效果越好。

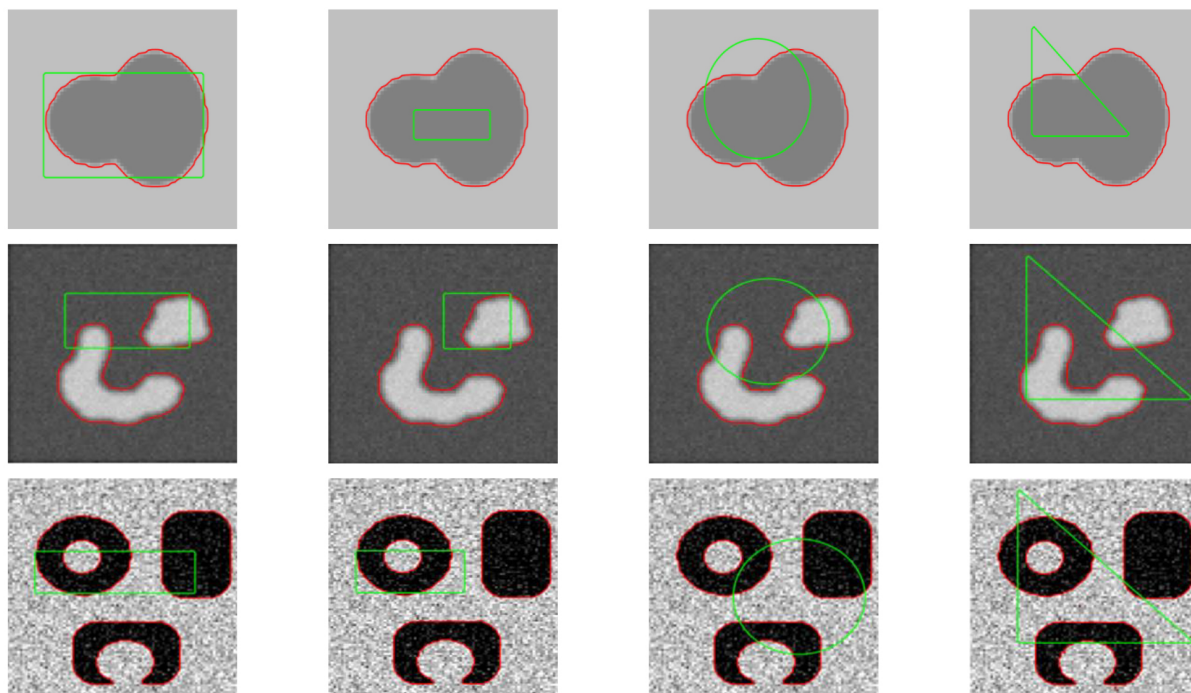


Figure 4. The robustness of the initial contour

图 4. 初始轮廓的鲁棒性

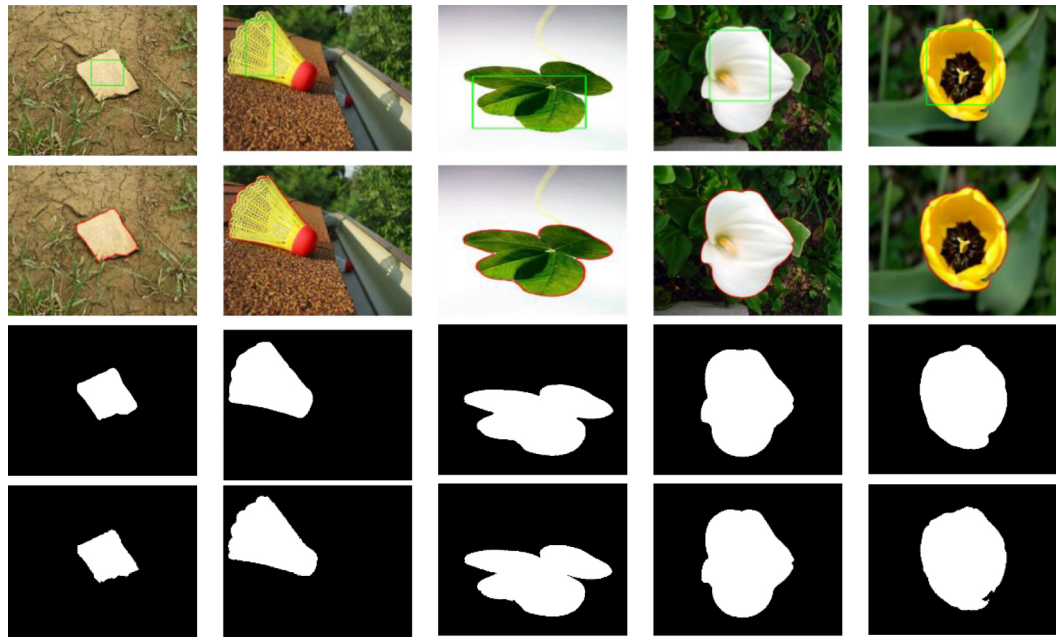


Figure 5. Segmentation results of color images
图 5. 彩色图像的分割结果

Table 1. Values of the objective evaluation index for the segmentation results of the five images in Figure 5
表 1. 图 5 中五幅图像分割结果的客观评价指标值

指标	DC	JCS	P	TP
图像 1	0.9777	0.9563	0.9773	0.9781
图像 2	0.9698	0.9414	0.9880	0.9523
图像 3	0.9928	0.9858	0.9864	0.9993
图像 4	0.9952	0.9905	0.9907	0.9998
图像 5	0.9818	0.9643	0.9658	0.9983

4.2. 对比实验

在本节中, 通过与最先进的活动轮廓模型(包括 ALF [28]、FRAGL [29]、ABC [22]、GLFIF [30]、HLFRA [31]、GLMF [32]、FGLSE [33]、SDREL [34]、ADRLSE [35])进行比较, 评估所提出模型在分割准确性方面的性能。ALF 和 ABC 模型是局部图像分割模型, FRAGL 和 GLFIF 是全局水平集分割模型, 而 HLFRA、GLMF 和 FGLSE 是涉及混合(局部和全局)水平集图像分割模型。

在对比实验中, 所有模型都用于对医学图像、自然图像不同类型的图像进行分割。医学图像实验旨在证明模型在对有严重强度不均匀性的图像进行分割时的准确性。在自然图像和纹理图像上进行的实验旨在展示模型在不同真实世界场景中的适用性和鲁棒性。在实验中, 对于每幅图像, 所有模型的初始轮廓都是相同的。实验中尽力调整其他七个模型的参数, 以提高每幅测试图像的分割性能。

4.2.1. 医学图像分割结果

这里, 选取五张不同类型且非同质图像进行实验验证模型的性能。图 6 中前面两幅图像属于核磁共振图像, 第三幅是具有色彩的皮肤图像, 第四幅是具有丰富纹理的 CT 图像, 最后一幅是细胞图像。

图 6 中第一行至第八行分别表示 ALF、FRAGL、ABC、GFLIF、HLFRA、GLMF、FGLSE 和本文模型的分割结果。在图 6 中, 核磁共振图像的分割目标边界模糊。GFLIF 和 FRAGL 模型分割肾脏图像效

果较差。HLFRA 模型结合了图像的局部和全局信息。由于连接两个项的方法是一个恒定值, 该模型无法克服准确检测目标物体细节的问题。ALF 模型通过构建局部自适应因子来建立新的拟合项, 有效解决了图像的噪声污染问题, 但该模型结构单一, 演化结果并不完美, 如细胞图像的复杂结构。与前几种模型相比, ABC 模型的分割性能相对较好, 但该模型采用单程截断函数, 导致进化结果仍无法达到最佳效果。本文提出的模型基于图像的全部相关特征, 采用合理的偏置场函数来描述演化曲线内外的强度不均匀信息, 有效提高了图像分割的准确性。

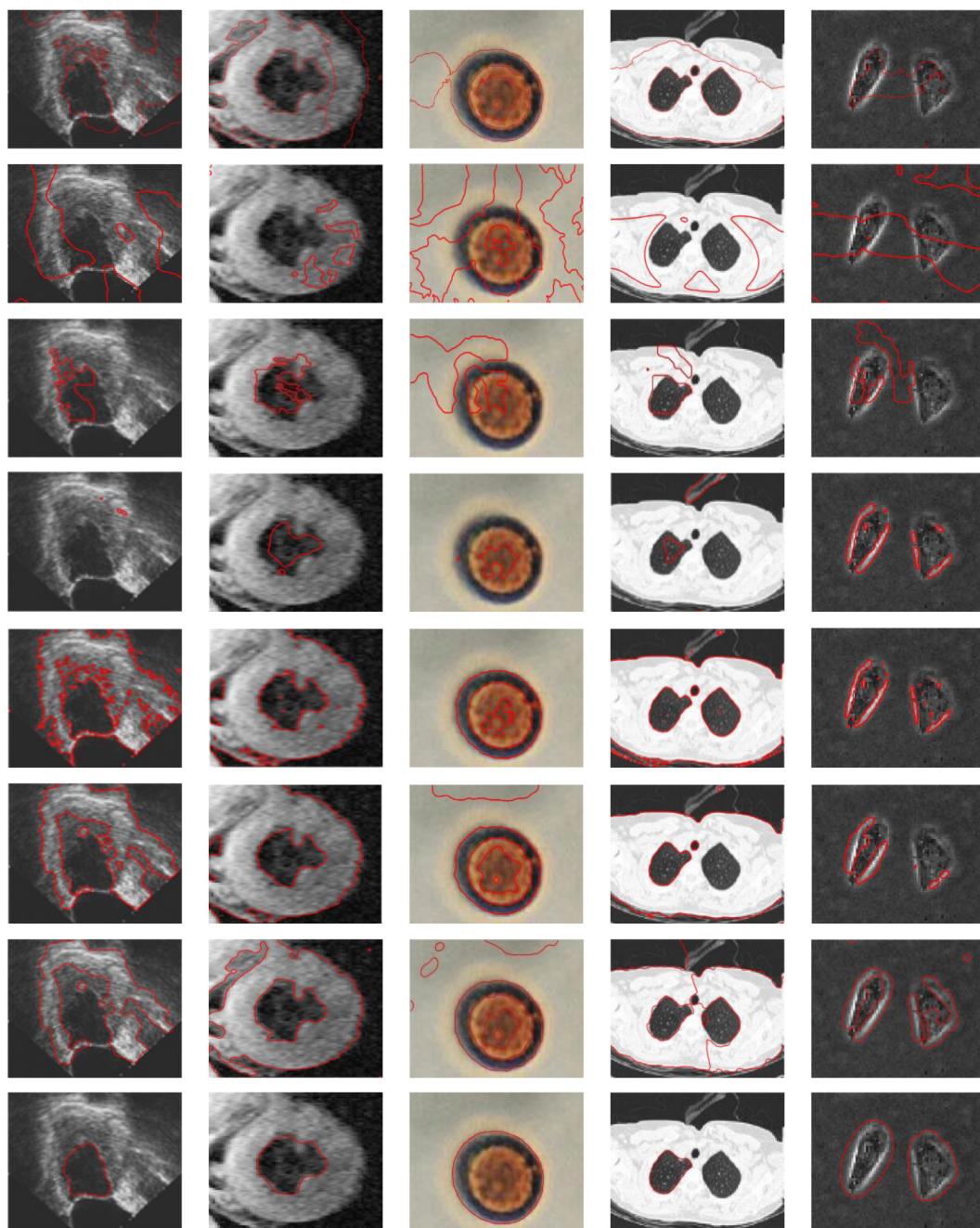


Figure 6. Comparison experiments on medical images with intensity inhomogeneity

图 6. 强度不均匀医学图像的对比实验

4.2.2. 自然图像分割结果

在这一部分, 从数据集 ECSSD 中选择六幅不同场景的自然图像进行对比实验。图 7 中四叶草花朵图像存在严重的伪影, 四叶草叶子的结构轮廓很清晰, 这给分割其花朵带来一定的困难。第二幅是冰块图像, 其表面存在一定的黑色斑点, 而且黑色斑点的数量很多。第三幅是对比度不太明显的飞蛾图像, 第四幅至第六幅图像是具有复杂结构的植物图像。

图 7 中第一行是具有标签信息的原始图像, 第二行至第六行表示 SDREL、ALF、ABC、ADRLSE 和本文模型的分割结果。从分割效果观测, ADRLSE 模型对于六幅自然图像的分割属于欠分割现象; 由于四叶草中叶子结构轮廓比较明显, 致使 ABC 模型将其轮廓曲线勾勒出来, 很显然这不是想要的结果。从对自然图像的整体分割结果观测, 本文模型能够有效地勾画出分割目标的轮廓曲线。

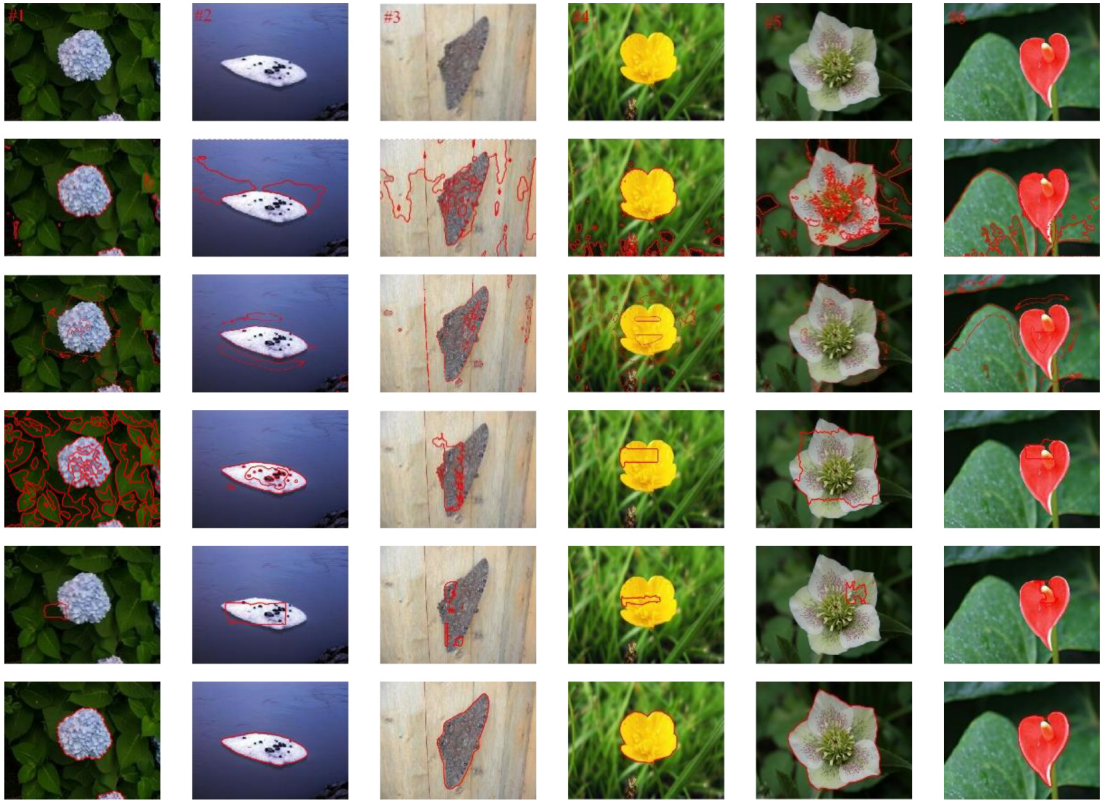


Figure 7. Comparative experiment with the natural images with blurred edges and intensity inhomogeneity
图 7. 边缘模糊和强度不均匀自然图像的对比实验

Table 2. DC and JCS values for the segmentation results of the six natural images in Figure 7
表 2. 图 7 中六幅自然图像分割结果的 DC 和 JCS 值

模型	SDREL		ALF		ABC		ADRLSE		本文模型	
	DC	JCS	DC	JCS	DC	JCS	DC	JCS	DC	JCS
#1	0.9358	0.8836	0.7335	0.5792	0.2073	0.1157	0.0523	0.0268	0.9905	0.9813
#2	0.1962	0.1088	0.7812	0.6410	0.7643	0.6185	0.7099	0.5502	0.9829	0.9664
#3	0.3409	0.2055	0.8491	0.7378	0.6165	0.4442	0.2044	0.1138	0.9692	0.9403
#4	0.8271	0.7051	0.5713	0.3999	0.3562	0.2167	0.1727	0.0945	0.9876	0.9754
#5	0.6545	0.4864	0.9441	0.8942	0.8680	0.7669	0.7650	0.6194	0.9927	0.9855
#6	0.4332	0.2765	0.5701	0.3987	0.2751	0.1595	0.1848	0.1018	0.9843	0.9691

Table 3. P and TP values for the segmentation results of the six natural images in Figure 7**表 3.** 图 7 中六幅自然图像分割结果的 P 和 TP 值

模型	SDREL		ALF		ABC		ADRLSE		本文模型	
	P	TP	P	TP	P	TP	P	TP	P	TP
#1	0.8977	0.9825	0.5952	0.9554	0.1306	0.5024	0.2326	0.0294	0.9893	0.9918
#2	0.1091	0.9694	0.6647	0.9474	0.9729	0.6294	0.8965	0.5875	0.9802	0.9857
#3	0.2246	0.7072	0.8369	0.8616	0.8987	0.4677	0.9004	0.1153	0.9436	0.9962
#4	0.7102	0.9900	0.4262	0.8661	0.9648	0.2185	0.9713	0.0948	0.9820	0.9932
#5	0.5443	0.8205	0.9100	0.9810	0.9624	0.7906	0.9723	0.6305	0.9894	0.9960
#6	0.2791	0.9674	0.4256	0.8631	0.8174	0.1654	0.9118	0.1028	0.9691	1.0000

最后, 比较了模型对自然图像分割的客观评价。如表 2、表 3 所示, 计算每个模型在分割自然图像时的四个客观指标值。与其他模型相比, 本文模型的客观评价值 DC、JCS、P 和 TP 较其他分割模型较高, 这表明本文模型对于自然图像的分割取得了较好的结果。

5. 结论

在本文中, 提出一种新的基于高斯分布的最大似然估计框架的变分水平集图像分割模型。依据 Retinex 理论, 将观测图像分解为三部分: 强度不均匀性信息、结构信息和高斯噪声。与其中最先进的模型相比, 所提出的模型在准确性和分割效果上都有显著提高, 并产生了最佳的分割结果。总体而言, 该模型有效地解决了观测图像中强度不均匀性和模糊带来的困难。值得注意的是, 这种全局视角有助于解决局部方法在面对复杂场景、遮挡、光照变化等挑战时的不足。虽然所提出的模型在一定程度上表现出了良好的效果, 但它本质上仍然是一个基于全局区域的变分水平集模型。因此, 当遇到具有严重强度不均匀性的图像时, 其性能可能会受到限制。

基金项目

甘肃省高校教师创新基金项目(项目编号: 2025B-456), 塔里木大学校长基金项目(项目编号: TDZKSS202444)。

参考文献

- [1] Wang, H., Huang, T., Xu, Z. and Wang, Y. (2014) An Active Contour Model and Its Algorithms with Local and Global Gaussian Distribution Fitting Energies. *Information Sciences*, **263**, 43-59. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2013.10.033>
- [2] Chen, B., Huang, S., Liang, Z., Chen, W. and Pan, B. (2019) A Fractional Order Derivative Based Active Contour Model for Inhomogeneous Image Segmentation. *Applied Mathematical Modelling*, **65**, 120-136. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.08.009>
- [3] Liu, Y., Zhu, H., Ren, H., Shi, J. and Wang, D. (2024) Fusion Detection Network with Discriminative Enhancement for Weakly-Supervised Temporal Action Localization. *Expert Systems with Applications*, **238**, Article 122000. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122000>
- [4] Xia, Z., Zhou, T., Mamoon, S. and Lu, J. (2024) Inferring Brain Causal and Temporal-Lag Networks for Recognizing Abnormal Patterns of Dementia. *Medical Image Analysis*, **94**, Article 103133. <https://doi.org/10.1016/j.media.2024.103133>
- [5] He, K., Wang, D. and Zhang, X. (2016) Image Segmentation Using the Level Set and Improved-Variation Smoothing. *Computer Vision and Image Understanding*, **152**, 29-40. <https://doi.org/10.1016/j.cviu.2016.06.006>
- [6] Lei, Q., Zhong, J. and Wang, C. (2024) Joint Optimization of Crack Segmentation with an Adaptive Dynamic Threshold Module. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, **25**, 6902-6916. <https://doi.org/10.1109/tits.2023.3348812>
- [7] Kaur, K., Jindal, N. and Singh, K. (2023) QRFODD: Quaternion Riesz Fractional Order Directional Derivative for Color Image Edge Detection. *Signal Processing*, **212**, Article 109170. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2023.109170>

- [8] Yu, Y., Huang, D., Hu, Y., Chen, R. and Lu, X. (2024) Sensing High-Density IC Substrates: Adaptive Fractional Differentiation for Accurate Image Segmentation. *IEEE Sensors Journal*, **24**, 30619-30634. <https://doi.org/10.1109/jsen.2024.3444496>
- [9] Karakus, A., Chalmers, N. and Warburton, T. (2022) A Local Discontinuous Galerkin Level Set Reinitialization with Subcell Stabilization on Unstructured Meshes. *Computers & Mathematics with Applications*, **123**, 160-170. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2022.08.010>
- [10] Joshi, A., Saquib Khan, M. and Choi, K.N. (2024) Medical Image Segmentation Using Combined Level Set and Saliency Analysis. *IEEE Access*, **12**, 102016-102026. <https://doi.org/10.1109/access.2024.3431995>
- [11] Dong, B., Weng, G., Bu, Q., Zhu, Z. and Ni, J. (2024) An Active Contour Model Based on Shadow Image and Reflection Edge for Image Segmentation. *Expert Systems with Applications*, **238**, Article 122330. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122330>
- [12] Han, B., Wu, Y. and Basu, A. (2020) An Adaptive Active Contour Model Driven by Weighted Local and Global Image Fitting Constraints for Image Segmentation. *Signal, Image and Video Processing*, **14**, 1-8. <https://doi.org/10.1007/s11760-019-01513-5>
- [13] Memon, A.A., Niaz, A., Soomro, S., Iqbal, E., Munir, A. and Choi, K.N. (2020) Hybrid SPF and KD Operator-Based Active Contour Model for Image Segmentation. *IEEE Access*, **8**, 198368-198383. <https://doi.org/10.1109/access.2020.3034908>
- [14] Zhang, Q., Xing, G., Zhang, J. and Liu, Y. (2024) Adaptive Active Contours Driven by the Squared Hellinger Distance and Local Correlation Features for Inhomogeneous Image Segmentation. *Multimedia Tools and Applications*, **84**, 11679-11706. <https://doi.org/10.1007/s11042-024-19407-1>
- [15] Chan, T.F. and Vese, L.A. (2001) Active Contours without Edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, **10**, 266-277. <https://doi.org/10.1109/83.902291>
- [16] Zhang, K., Zhang, L., Song, H. and Zhou, W. (2010) Active Contours with Selective Local or Global Segmentation: A New Formulation and Level Set Method. *Image and Vision Computing*, **28**, 668-676. <https://doi.org/10.1016/j.imavis.2009.10.009>
- [17] Lan, X., Shen, H., Zhang, L. and Yuan, Q. (2014) A Spatially Adaptive Retinex Variational Model for the Uneven Intensity Correction of Remote Sensing Images. *Signal Processing*, **101**, 19-34. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2014.01.017>
- [18] Zhao, W., Sang, J., Shu, Y. and Li, D. (2024) Robust Image Segmentation and Bias Field Correction Model Based on Image Structural Prior Constraint. *Expert Systems with Applications*, **251**, Article 123961. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.123961>
- [19] Li, Z., Tang, S., Zeng, Y., Chai, S., Ye, W., Yang, F., et al. (2024) A Level-Set Method with a Multiplicative-Additive Constraint Model for Image Segmentation and Bias Correction. *Knowledge-Based Systems*, **297**, Article 111972. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2024.111972>
- [20] Zhang, F., Liu, H., Cao, C., Cai, Q. and Zhang, D. (2022) RVLSM: Robust Variational Level Set Method for Image Segmentation with Intensity Inhomogeneity and High Noise. *Information Sciences*, **596**, 439-459. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.03.035>
- [21] Wu, Y., Li, M., Zhang, Q. and Liu, Y. (2018) A Retinex Modulated Piecewise Constant Variational Model for Image Segmentation and Bias Correction. *Applied Mathematical Modelling*, **54**, 697-709. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.10.018>
- [22] Weng, G., Dong, B. and Lei, Y. (2021) A Level Set Method Based on Additive Bias Correction for Image Segmentation. *Expert Systems with Applications*, **185**, Article 115633. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115633>
- [23] Li, C.M., Xu, C.Y., Gui, C.F., et al. (2010) Distance Regularized Level Set Evolution and Its Application to Image Segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, **19**, 3243-3254. <https://doi.org/10.1109/tip.2010.2069690>
- [24] Ren, Y., Li, D. and Tang, L. (2023) A Variational Level Set Model Based on Additive Decomposition for Segmenting Noisy Images with Intensity Inhomogeneity. *Signal Processing*, **212**, Article 109169. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2023.109169>
- [25] Pang, Z., Guan, Z., Li, Y., Chen, K. and Ge, H. (2023) Image Segmentation Based on the Hybrid Bias Field Correction. *Applied Mathematics and Computation*, **452**, Article 128050. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2023.128050>
- [26] Cheng, M., Mitra, N.J., Huang, X., Torr, P.H.S. and Hu, S. (2015) Global Contrast Based Salient Region Detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **37**, 569-582. <https://doi.org/10.1109/tpami.2014.2345401>
- [27] Wang, G., Li, Z., Weng, G. and Chen, Y. (2024) An Optimized Denoised Bias Correction Model with Local Pre-Fitting Function for Weak Boundary Image Segmentation. *Signal Processing*, **220**, Article 109448. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2024.109448>

-
- [28] Ma, D., Liao, Q., Chen, Z., Liao, R. and Ma, H. (2019) Adaptive Local-Fitting-Based Active Contour Model for Medical Image Segmentation. *Signal Processing: Image Communication*, **76**, 201-213. <https://doi.org/10.1016/j.image.2019.05.006>
- [29] Fang, J., Liu, H., Zhang, L., Liu, J. and Liu, H. (2019) Fuzzy Region-Based Active Contours Driven by Weighting Global and Local Fitting Energy. *IEEE Access*, **7**, 184518-184536. <https://doi.org/10.1109/access.2019.2909981>
- [30] Fang, J., Liu, H., Liu, J., Zhou, H., Zhang, L. and Liu, H. (2021) Fuzzy Region-Based Active Contour Driven by Global and Local Fitting Energy for Image Segmentation. *Applied Soft Computing*, **100**, Article 106982. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106982>
- [31] Fang, J., Liu, H., Zhang, L., Liu, J. and Liu, H. (2021) Region-Edge-Based Active Contours Driven by Hybrid and Local Fuzzy Region-Based Energy for Image Segmentation. *Information Sciences*, **546**, 397-419. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.08.078>
- [32] Wan, M., Huang, Q., Xu, Y., Gu, G. and Chen, Q. (2023) Global and Local Multi-Feature Fusion-Based Active Contour Model for Infrared Image Segmentation. *Displays*, **78**, Article 102452. <https://doi.org/10.1016/j.displa.2023.102452>
- [33] Wang, Y. and He, C. (2024) Fractional Guidance-Based Level Set Evolution for Noisy Image Segmentation with Intensity Inhomogeneity. *Applied Mathematical Modelling*, **130**, Article 580-602. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2024.03.019>
- [34] Zhi, X. and Shen, H. (2018) Saliency Driven Region-Edge-Based Top-Down Level Set Evolution Reveals the Asynchronous Focus in Image Segmentation. *Pattern Recognition*, **80**, 241-255. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2018.03.010>
- [35] Xiao, H., Zhang, B., Liu, R., Zou, Y. and Xie, T. (2022) Accurate Image Segmentation Based on Adaptive Distance Regularization Level Set Method. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, **20**, 1-17. <https://doi.org/10.1142/s0219691322500333>