

# 交错链环补空间中处于标准位置IPI曲面的一个性质

王树新, 曹甜甜, 赵若希

辽宁师范大学数学学院, 辽宁 大连

收稿日期: 2025年9月29日; 录用日期: 2025年10月23日; 发布日期: 2025年10月31日

## 摘要

纽结和链环补空间中IPI曲面性质和分类研究是纽结和链环理论研究的热点问题。本文利用交错链环补空间中处于标准位置的IPI曲面拓扑图理论和三维流形组合拓扑的研究技巧和方法, 给出交错链环补空间中处于标准位置的连通IPI曲面拓扑图的一个局部性质。

## 关键词

链环, IPI曲面, 标准位置, 拓扑图

# A Property of IPI Surfaces at Standard Position in the Complements of Alternating Links

Shuxin Wang, Tiantian Cao, Ruoxi Zhao

School of Mathematics, Liaoning Normal University, Dalian Liaoning

Received: September 29, 2025; accepted: October 23, 2025; published: October 31, 2025

## Abstract

The research on properties and classification of IPI surfaces in the complements of knots and links is a hot problem in knot and link theory. By using the theory of topology graph of IPI surfaces at standard position in the complements of alternating links and the research techniques and methods of combinational topology theory in three-dimensional manifold, a property of IPI surfaces at standard position in the complements of alternating links is given.

## Keywords

### Link, IPI Surface, Standard Position, Topological Graph

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

纽结和链环补空间中 IPI 曲面性质和分类是给出纽结和链环分类一个重要工具。纽结和链环补空间中 IPI 曲面性质和分类的研究结果主要包括: W. Menasco 在文献[1]中证明了关于交错链环的子午线引理, 同时也利用曲面拓扑图和曲面欧拉示性数关系证明了交错链环补空间中具有 2、4 和 6 子午线边界的 IPI 曲面均为穿孔球面; W. Menasco 在文献[2]中给出了交错链环补空间处于标准位置的连通 IPI 曲面为穿孔球面的充分必要条件, 并对非分离的、素的交错链环补空间中处于标准位置的连通 IPI 曲面对应拓扑图中曲线走势进行限制; W. Menasco 和 M. Thistlethwaite 应用文献[1]中类似的方法在文献[3]中证明了关于交错纽结的缆结猜想; 韩友发在文献[4]中利用扭转指标讨论了交错纽结补空间中 IPI 曲面的性质; 韩友发等人在文献[5]中通过分析一类链环补空间中处于标准位置的连通 IPI 曲面拓扑图, 证明相应连通 IPI 曲面均为穿孔球面。

本文利用 W. Menasco 在文献[1]和[2]中研究纽结和链环补空间中处于标准位置的连通 IPI 曲面性质的曲面拓扑图理论, 结合三维流形组合拓扑理论的研究方法, 分析并给出交错链环补空间中处于标准位置的连通 IPI 曲面的一个局部性质。

## 2. 预备知识

**定义 1.1** [6] 若  $K$  是空间中由一条简单闭曲线构成的图形, 则称  $K$  是一个纽结。

**定义 1.2** [6] 若  $L$  是空间中由有限多条互不相交简单闭曲线构成的图形, 则称  $L$  是一个链环。

**定义 1.3** [7] 设  $L$  和  $S^2$  分别是  $S^3$  中的链环和球面, 若将  $L$  以适当的方向投影到  $S^2$  上, 使得  $L$  在  $S^2$  上的投影只有有限多个二重点, 并且二重点处的对应弧段横截相交, 则称满足上述条件的投影为链环  $L$  的投影图, 一般记作  $D_L$ 。

**定义 1.4** [7] 设  $L$  是一链环,  $D_L$  是  $L$  的一个投影图, 在  $D_L$  的每个分支上任意选取一非交叉点并给定一个前进方向, 若沿该点前进过程中遇到的上下穿线均为一上一下交替出现, 则称  $D_L$  是  $L$  的一个交错投影图。

**定义 1.5** [7] 设  $L$  是一个链环, 若  $L$  存在交错投影图, 则称  $L$  为交错链环。

**定义 1.6** [8] 设  $F$  是三维流形  $M$  中的一个嵌入曲面,  $F \subset \partial M$  或  $F$  是真嵌入的。若存在  $M$  中的一个嵌入圆盘  $D$ , 使得  $D \cap F = \partial D$ ,  $\partial D$  在  $F$  上是非平凡的, 则称  $D$  是  $F$  的一个压缩圆盘。

**定义 1.7** [8] 设  $M$  是一个紧致三维流形,  $F$  是  $M$  中一个真嵌入的曲面, 或  $F \subset \partial M$ 。若  $M$  中存在  $F$  的一个压缩圆盘, 则称  $F$  在  $M$  中是可压缩的; 否则称  $F$  在  $M$  中是不可压缩的。

**定义 1.8** [1] 设  $L \subset S^3$  是一个链环,  $F$  是真嵌入在  $S^3 \setminus L$  的曲面, 若圆盘  $D \subset S^3$  满足  $D \cap F = \partial D$  且与  $L$  横截相交一点, 总存在一个圆盘  $D' \subset F$ , 满足  $D'$  与  $L$  横截相交于一点且  $\partial D' = \partial D$ , 则称  $F$  为  $S^3 \setminus L$  中配对不可压缩曲面; 否则, 称  $F$  为  $S^3 \setminus L$  中配对可压缩曲面。

**注 1.1** 若  $F$  为  $S^3 \setminus L$  中配对可压缩曲面, 对  $F$  进行有限次配对压缩可将  $F$  变成  $S^3 \setminus L$  中的配对不可

压缩曲面。

设  $L$  是一个链环,  $S^2 = R^2 \cup \{\infty\}$  为一球面, 将  $L$  投影到  $S^2$  上, 并记  $L$  在  $S^2$  的投影图为  $\pi(L)$ , 在  $S^3$  中给  $\pi(L)$  的每个交叉点局部对应一个如图 1 所示的泡(同胚于三维实心球)。

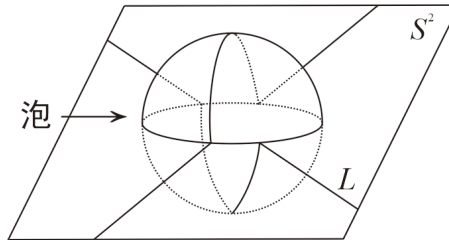


Figure 1. A bubble corresponding to a crossing of  $\pi(L)$

图 1.  $\pi(L)$  的一个交叉点对应的泡

若  $\pi(L)$  有  $n$  个交叉点, 不妨假设这  $n$  个交叉点对应的泡分别为  $B_1^3, B_2^3, \dots, B_n^3$ , 并设  $B_i^3 \cap S^2 = \Delta_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。将每个  $\Delta_i$  分别替换成  $B_i^3$  的上半球面和下半球面, 可得球面  $S_+^2 = \left( S^2 - \bigcup_{i=1}^n \Delta_i \right) \cup \left( \bigcup_{i=1}^n (S_i^2)^+ \right)$  和  $S_-^2 = \left( S^2 - \bigcup_{i=1}^n \Delta_i \right) \cup \left( \bigcup_{i=1}^n (S_i^2)^- \right)$ 。其中  $(S_i^2)^+$  为  $B_i^3$  的上半球面,  $(S_i^2)^-$  为  $B_i^3$  的下半球面。

若  $F \subset S^3 \setminus L$  是具有子午线边界的曲面, 首先合痕变换  $F$  使其边界不与  $\pi(L)$  交叉点对应的泡相交, 由文献[1]知, 可进一步合痕  $F$  使得  $F$  与  $S_+^2$  和  $S_-^2$  横截相交,  $F$  的内部与每个泡的内部相交于马鞍形圆盘。此时  $F \cap S_{\pm}^2$  是一些简单闭曲线的集合。对  $F \cap S_{\pm}^2$  的每一个曲线分支  $c$  赋予一个字表示, 字表示标记规则如下: 1) 若曲线分支  $c$  与链环  $L$  相交一次, 则其字表示中标记一个  $p$ ; 2) 若曲线分支  $c$  经过一个马鞍形圆盘的边界, 则其字表示中标记一个  $s$ 。不失一般性, 记其字表示为  $W_{\pm}(c) = p^i s^j \dots p^h s^k$ 。

**定义 1.9 [2]** 设  $L$  是一个链环,  $F \subset S^3 \setminus L$  是一个 IPI 曲面。若  $F$  满足:

- 1)  $F \cap S_{\pm}^2$  的每一个曲线分支  $c$  至多经过每一个泡一次;
- 2)  $F \cap S_{\pm}^2$  的每一个曲线分支  $c$  的字表示非空;
- 3)  $F$  与每一个泡相交得到马鞍形圆盘。

则称  $F$  处于标准位置。

**定义 1.10 [1]** 设  $L$  是一交错链环, 若  $F \subset S^3 \setminus L$  是处于标准位置的连通 IPI 曲面, 把  $F \cap S_{\pm}^2$  中的所有简单闭曲线与  $F$  和泡相交出马鞍形圆盘的集合称为  $F$  的拓扑图, 记为  $T(F)$ 。

**引理 1.1 [4]** 设  $D$  是纽结  $K$  的约化交错投影图, 如果  $D$  的扭转指标大于零, 而且  $TCN(K) = M$ , 则有以下性质:

- 1) 如果在某个扭转中有一个泡有环道  $c \subset F \cap S_{\pm}^2$  穿过, 则这个扭转中所有的泡都有环道穿过, 而且每一个泡上形成的马鞍形圆盘是相等的;
- 2) 若某个扭转的泡有环道穿过, 则这一组环道是两两不同的。

**注 1.2** 上述性质可自然推广到交错链环的约化交错投影图中。

**引理 1.2 [2]** 设  $L \subset S^3$  是一个素的非分离交错链环, 若  $F \subset S^3 \setminus L$  是一个处于标准位置的连通 IPI 曲面且带有子午线边界分支, 则  $F$  满足以下条件:

- 1)  $F \cap S_{\pm}^2$  不存在任意曲线分支  $c$ , 满足与一个泡和  $L \cap S^2$  中端点在这个泡上的一段弧同时相交;
- 2)  $F \cap S_{\pm}^2$  中任意曲线分支  $c$ , 均满足与  $L \cap S_{\pm}^2$  的一个分支至多相交一次;

3)  $F \cap S_{\pm}^2$  不存在两条环路  $\alpha \subset F \cap S_+^2$  和  $\beta \subset F \cap S_-^2$ , 使得存在两条弧段  $a, b \subset \alpha \cap \beta$  满足  $a$  的内部和  $b$  的内部在  $(S^2 \cap S_{\pm}^2) \setminus L$  的相邻分支且  $\partial\alpha \cap \partial\beta = \emptyset$ 。

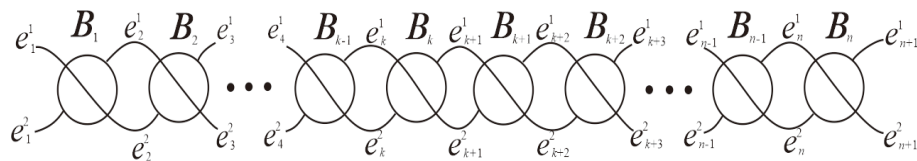
**注 1.3** 本文未标注的术语都是标准的, 参见文献[1]-[4]。

### 3. 主要结果

**定理 2.1** 设  $L$  是一个非分离素交错链环,  $\pi(L)$  是  $L$  的一个约化交错投影图,  $F \subset S^3 \setminus L$  是具有子午线边界分支的连通 IPI 曲面。若  $F$  处于标准位置且  $\pi(L)$  中存在扭转满足其上某个交叉点对应泡有曲线经过, 则该曲线不能再次经过该扭转中任意交叉点对应的泡且不能与该扭转中任意弧段相交。

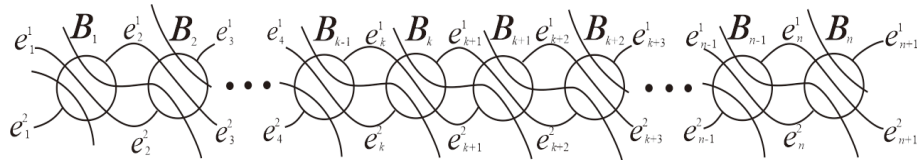
**注 2.1**  $F \subset S^3 \setminus L$  是连通 IPI 曲面, 若  $L$  是一个非分离素交错链环, 则  $S^3 \setminus L$  是不可约的, 且可以合痕曲面  $F$  使其处于标准位置, 并在讨论该链环补空间中连通 IPI 曲面对应拓扑图中曲线分支的各种走势时, 并且可以利用引理 2.1, 进一步研究上述曲面拓扑图的局部性质。

**证** 不失一般性, 不妨设  $T$  是  $\pi(L)$  中某一扭转并满足其上某个交叉点对应泡有曲线经过。为说明方便, 不妨设  $T$  中交叉点对应的泡分别为  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , 将连接泡  $B_q$  和泡  $B_{q+1}$  但不经过泡  $B_q$  和泡  $B_{q+1}$  的相对上、下侧弧段分别记为  $e_{q+1}^1, e_{q+1}^2$  ( $q=1, 2, \dots, n-1$ ) 同时将端点在泡  $B_1$  上的另外两个弧段分别记为  $e_1^1, e_1^2$ , 并将端点在泡  $B_n$  上的另外两个弧段分别记为  $e_{n+1}^1, e_{n+1}^2$ , 如图 2 所示。



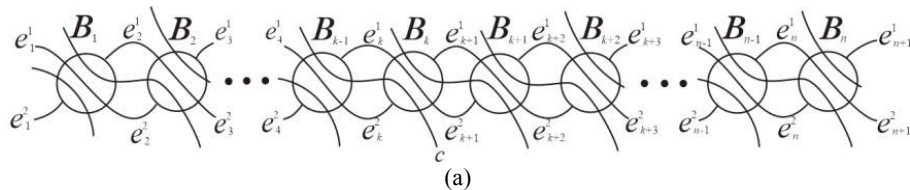
**Figure 2.** The marks of bubbles corresponding to crossings and their related arcs in  $T$   
**图 2.**  $T$  中交叉点对应的泡及其相关弧段的标记

进一步不失一般性, 不妨设  $T$  中某一交叉点对应泡上经过的曲线为  $c, c \in F \cap S_+^2$ 。由引理 1.1 可知,  $T$  中交叉点对应泡有两两配对曲线出现, 如图 3 所示。此时每条曲线或者经过  $T$  中两个相邻交叉点对应的泡或者经过  $T$  中交叉点对应泡  $B_1$  或者经过  $T$  中交叉点对应泡  $B_n$ 。



**Figure 3.** Curves in bubbles corresponding to crossings of  $T$   
**图 3.**  $T$  中交叉点对应泡上的曲线

故在  $F$  与  $T$  中交叉点对应泡上相交的曲线  $c$  必存在如下局部图: (1)  $c$  经过  $T$  中连续两个交叉点对应的泡如图 4(a)所示; (2)  $c$  经过  $T$  中交叉点对应泡  $B_1$  如图 4(b)所示; (3)  $c$  经过  $T$  中交叉点对应泡  $B_n$  如图 4(c)所示。



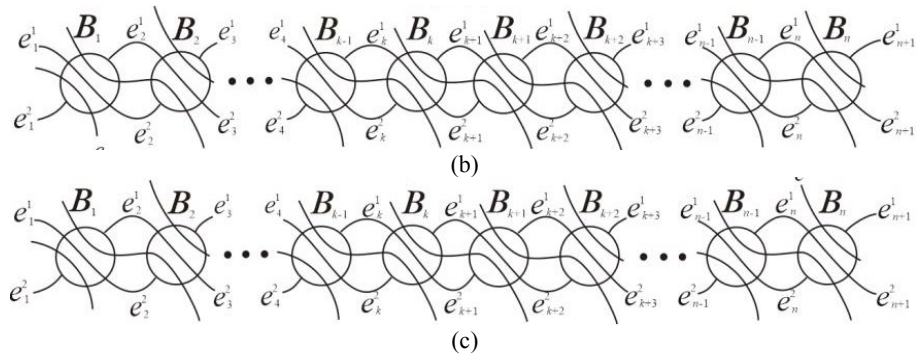


Figure 4. Three different cases that can appear in the local diagram of curve  $c$

图 4. 曲线  $c$  局部图可能出现的三种不同情况

接下来仅对  $c$  经过  $T$  中连续交叉点对应泡的情形进行讨论, 其他两种情形可类似讨论。为说明方便, 不妨设  $c$  局部经过  $T$  中两个连续交叉点对应的泡分别为  $B_k, B_{k+1} (k=1, 2, \dots, n-1)$ , 由  $F$  处于标准位置及引理 1.1 知,  $T$  中每个交叉点对应的泡上均有与  $c$  相关的配对曲线经过且两两互不相同, 进一步不妨将与  $c$  相关, 且在  $T$  的交叉点对应泡上成对出现的曲线从左至右依次记为  $c_1, \dots, c_k, c, c_{k+2}, \dots, c_n$ , 如图 5 所示。

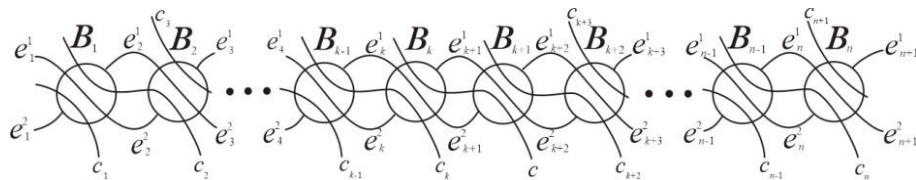


Figure 5. The curves  $c_1, \dots, c_k, c, c_{k+2}, \dots, c_n$

图 5. 曲线  $c_1, \dots, c_k, c, c_{k+2}, \dots, c_n$

下面首先说明  $c$  不再经过  $T$  中任意交叉点对应的泡。

若不然, 由  $F$  处于标准位置可知,  $c$  再次经过  $T$  中交叉点对应的泡不能是泡  $B_k, B_{k+1}$ , 故  $c$  再次经过  $T$  中交叉点对应的泡是相对左侧的泡  $B_1, \dots, B_{k-1}$  中某一个泡或相对右侧的泡  $B_{k+2}, \dots, B_n$  中某一个泡。不失一般性, 不妨设  $c$  进一步经过  $T$  中相对左侧交叉点对应泡  $B_1, \dots, B_{k-1}$  中某一个泡, 此时  $c$  可能从  $T$  上侧一端或下侧一端经过  $T$  中相对左侧交叉点对应泡  $B_1, \dots, B_{k-1}$  中某一个泡, 仅以  $c$  从  $T$  下侧一端经过泡  $B_1, \dots, B_{k-1}$  中某一个泡情形为例进行分析, 另一种情形可类似进行讨论。

此时不妨考虑  $c$  从  $T$  下侧一端经过泡  $B_1$  (其他情形可类似分析, 且更简单, 接下来的曲线走势均假设从走势最复杂情形进行讨论并不再累述), 由于形成马鞍形圆盘边界的曲线是成对出现的, 故不妨设在泡  $B_1$  上与  $c$  成对出现的曲线为  $c'_2$ 。下面分析  $c'_2$  相对下侧一端的前进走势, 由  $F$  处于标准位置知,  $c'_2$  相对下侧一端接下来仅会经过泡  $B_2$ 。接着继续分析  $c'_2$  右侧一端的前进走势,  $c'_2$  可能与弧段  $e_4^2, \dots, e_{k+1}^2$  中某一个弧段相交或者经过泡  $B_3, \dots, B_{k+1}$  中某一个泡。若  $c'_2$  与弧段  $e_4^2, \dots, e_{k+1}^2$  中某一个弧段相交, 不妨假设  $c'_2$  与弧段  $e_q^2 (q=4, \dots, k+1)$  相交, 此时进一步分析  $c'_2$  可能出现的前进走势,  $c'_2$  接下来仅会经过泡  $B_{q-1}$  或泡  $B_q$ , 这两种走势情况均与  $F$  处于标准位置矛盾。故  $c'_2$  右侧一端仅会经过泡  $B_3, \dots, B_{k+1}$  中某一个泡, 不妨假设  $c'_2$  经过泡  $B_{k+1}$ , 由  $F$  处于标准位置知, 则  $c'_2$  接下来必然会经过泡  $B_k$ , 如图 6 所示。

由于形成马鞍形圆盘边界的曲线是成对出现的, 设在泡  $B_2$  上与  $c'_2$  成对出现的曲线为  $c'_3$ , 下面分析  $c'_3$  相对下侧一端的前进走势, 由  $F$  处于标准位置,  $c'_3$  下侧一端接下来仅会经过泡  $B_3$ 。此时进一步分析  $c'_3$  右侧一端的前进走势, 由  $F$  处于标准位置可知,  $c'_3$  可能与弧段  $e_5^2, \dots, e_{k+1}^2$  中某一个弧段相交或者经过泡



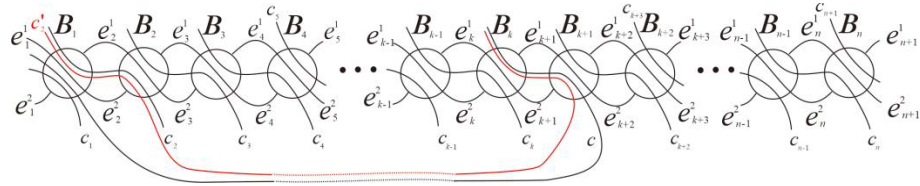


Figure 6. The local diagram of the curves  $c$  and  $c'_2$

图 6. 曲线  $c$  和  $c'_2$  的局部图

$B_4, \dots, B_{k+1}$  中某一个泡。若  $c'_3$  与弧段  $e_5^2, \dots, e_{k+1}^2$  中某一个弧段相交, 不妨假设  $c'_3$  与弧段  $e_p^2$  ( $p=5, \dots, k+1$ ) 相交, 此时再分析  $c'_3$  进一步的前进走势,  $c'_3$  接下来仅会经过泡  $B_{p-1}$  或泡  $B_p$ , 这两种走势情况均与  $F$  处于标准位置矛盾。故  $c'_3$  右侧一端仅会经过泡  $B_4, \dots, B_{k+1}$  中某一个泡, 不妨假设  $c'_3$  经过泡  $B_{k+1}$ , 由  $F$  处于标准位置知, 则  $c'_3$  接下来必然会经过泡  $B_k$ , 如图 7 所示。

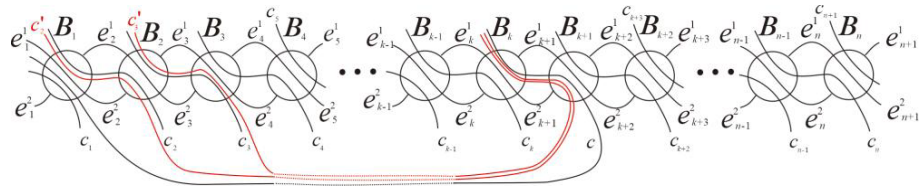


Figure 7. The local diagram of the curves  $c, c'_2, c'_3$

图 7. 曲线  $c, c'_2, c'_3$  的局部图

按上述方式进行进一步分析, 可依次逐步分析出在泡  $B_3, \dots, B_{k-1}$  均会产生两两配对的新曲线  $c'_4, \dots, c'_{k-1}$ , 同时每条曲线  $c'_4, \dots, c'_{k-1}$  相对下侧一端的前进走势情况如图 8 所示。

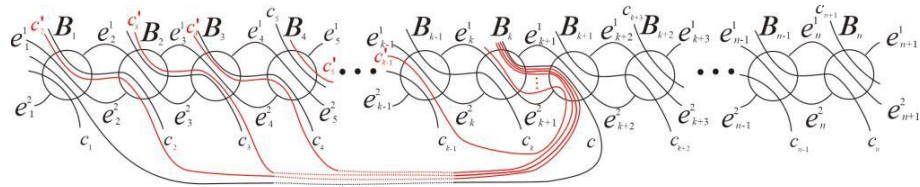


Figure 8. The local diagram of the curves  $c, c'_2, \dots, c'_{k-1}$

图 8. 曲线  $c, c'_2, \dots, c'_{k-1}$  的局部图

接下来考察  $c_k$  接下来可能出现的走势,  $c_k$  可能会经过泡  $B_{k-1}$  或经过泡  $B_k$  或经过泡  $B_{k+1}$  或与弧段  $e_k^2$  相交或与弧段  $e_{k+1}^2$  相交, 这五种走势均会与  $F$  处于标准位置产生矛盾。

上述讨论方式均考察  $c$  和  $c$  再次经过  $T$  中交叉点对应泡时配对出现的曲线走势最复杂情况, 此时考虑  $k$  条曲线的走势, 便会导出  $c_1, \dots, c_{n+1}$  中有一条曲线在  $F \cap S_+^2$  与同一个泡相交两次, 与  $F$  处于标准位置产生矛盾。若  $c$  和与  $c$  相关的再次经过  $T$  中交叉点对应泡时配对出现的曲线走势并不是文中考虑的最复杂情形, 也仅需考虑有限次曲线走势, 便会导出  $c_1, \dots, c_k, c_{k+2}, \dots, c_{n+1}$  中有一条曲线在  $F \cap S_+^2$  与同一个泡相交两次, 与  $F$  处于标准位置产生矛盾。故  $c$  不会再次经过  $T$  中任意交叉点对应的泡。

接下来说明  $c$  不与  $T$  中任意弧段相交。

若不然,  $c$  接下来的走势有如下两种可能:

- 1)  $c$  与连接  $T$  中两个相邻交叉点对应泡之间的弧段相交;
- 2)  $c$  与  $T$  中交叉点对应泡  $B_1, B_n$  的上、下弧段相交。

针对上述两种情形分别进行讨论。

若  $c$  接下来与连接  $T$  中两个相邻交叉点对应泡之间的弧段相交, 由  $F$  处于标准位置及引理 1.2 可知,  $c$  不能与弧段  $e_k^1, e_k^2, e_{k+1}^1, e_{k+1}^2, e_{k+2}^1, e_{k+2}^2$  相交, 故  $c$  仅可能与弧段  $e_2^1, \dots, e_{k-1}^1, e_{k+3}^1, \dots, e_n^1, e_2^2, \dots, e_{k-1}^2, e_{k+3}^2, \dots, e_n^2$  中某一个弧段相交。此时  $c$  可能从  $T$  的上侧一端或下侧一端与弧段  $e_2^1, \dots, e_{k-1}^1, e_{k+3}^1, \dots, e_n^1, e_2^2, \dots, e_{k-1}^2, e_{k+3}^2, \dots, e_n^2$  中某一个弧段相交。不妨以  $c$  从  $T$  的下侧一端与弧段  $e_{q+1}^2$  ( $q=1, \dots, k-2, k+2, \dots, n-1$ ) 相交为例进行考察, 如图 9 所示。此时分析  $c$  进一步的前进走势, 由  $F$  处于标准位置且不自交,  $c$  接下来仅可能会经过泡  $B_q$  或泡  $B_{q+1}$ , 这两种曲线走势情况均会与  $F$  处于标准位置矛盾。

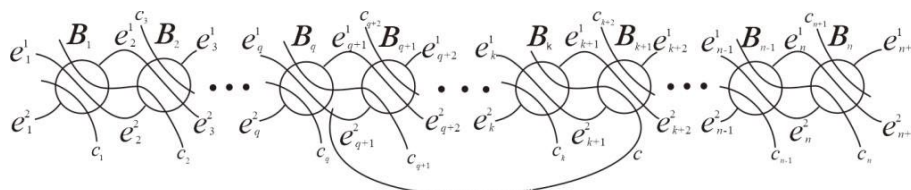


Figure 9. The local diagram of the curve  $c$   
图 9. 曲线  $c$  的局部图

故  $c$  不能与连接  $T$  中两个相邻交叉点对应泡之间的弧段相交。

若  $c$  接下来与  $T$  中交叉点对应泡  $B_1, B_n$  的上、下弧段相交,  $c$  可能从  $T$  的上侧一端或下侧一端与  $T$  中交叉点对应泡  $B_1, B_n$  的上、下弧段相交。以  $c$  从  $T$  的上侧一端与  $T$  中交叉点对应泡  $B_1, B_n$  的上、下弧段相交为例, 此时会有如图 10 所示的四种情形出现在拓扑图  $T(F)$  中, 由拓扑图中的每个曲线都是简单闭曲线, 若图 10 中的(a)发生则(c)一定发生, 同理若图 10 中的(b)发生则(d)一定发生。因此仅需对图 10(a)和图 10(b)的情形进行考察分析即可。

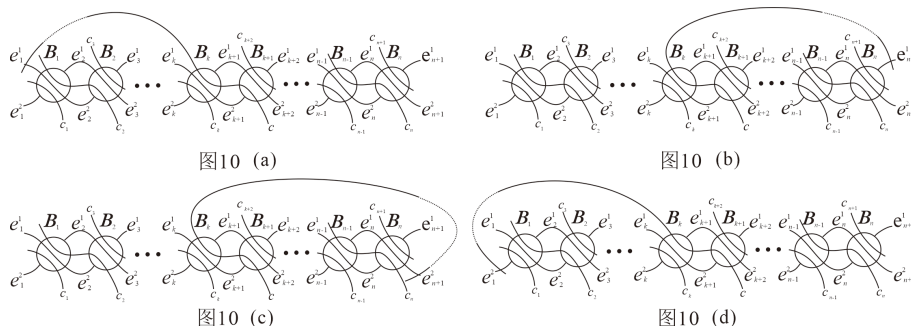


Figure 10. Four situations that can appear in  $T(F)$   
图 10.  $T(F)$  中出现的 4 种情形

首先分析图 10(a)情形下  $T$  中曲线走势情况, 此时分析  $c_2$  上侧一端可能会出现走势情况, 由  $F$  处于标准位置和引理 2.1 上述证明过程可知,  $c_2$  上侧一端不能经过泡  $B_1, \dots, B_k$  中任意一个泡并且不能与连接泡  $B_1, \dots, B_k$  中任意两个相邻泡之间的任意一个弧段相交, 故  $c_2$  仅能与弧段  $e_1^1$  相交, 与  $F$  处于标准位置产生矛盾。

接着分析图 10(b)情形下  $T$  中曲线走势情况, 此时分析  $c_{n+1}$  上侧一端可能会出现走势情况, 由  $F$  处于标准位置和引理 2.1 上述证明过程可知,  $c_{n+1}$  上侧一端不能经过泡  $B_k, \dots, B_n$  中任意一个泡并且不能与连接泡  $B_k, \dots, B_n$  中任意两个相邻泡之间的任意一个弧段相交, 故  $c_{n+1}$  仅能与弧段  $e_{n+1}^1$  相交, 与  $F$  处于标准位置产生矛盾。

故  $c$  不能与泡  $B_1, B_n$  对上、下弧段相交。

综上, 定理得证。

#### 4. 结论与讨论

本文利用纽结和链环补空间中处于标准位置的连通 IPI 曲面的拓扑图理论, 结合三维流形组合拓扑理论的研究方法, 分析并给出交错链环补空间中处于标准位置的连通 IPI 曲面拓扑图的一个局部性质。在讨论带有多个扭转的非分离素的交错链环补空间中处于标准位置的连通 IPI 曲面性质时, 该定理对曲面拓扑图中走势进行了限制, 进而更好研究上述补空间中 IPI 曲面的性质。

#### 基金项目

辽宁省教育厅 D 类 - 科学研究一般项目(项目名称: 链环与空间图若干性质研究, 项目编号: LJ212410165006)。

#### 参考文献

- [1] Menasco, W. (1984) Closed Incompressible Surfaces in Alternating Knot and Link Complements. *Topology*, **23**, 37-44. [https://doi.org/10.1016/0040-9383\(84\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0040-9383(84)90023-5)
- [2] Menasco, W. (1985) Determining Incompressibility of Surfaces in Alternating Knot and Link Complements. *Pacific Journal of Mathematics*, **117**, 353-370. <https://doi.org/10.2140/pjm.1985.117.353>
- [3] Menasco, W. and Thistlethwaite, M. (1992) Surfaces with Boundary in Alternating Knot Exterior. *Journal für Reine und Angewandte Mathematik*, **426**, 47-65. <https://doi.org/10.1515/crll.1992.426.47>
- [4] 韩友发. 交错纽结补中的不可压缩、两两不可压缩曲面[J]. 数学研究与评论, 1997(3): 142-145.
- [5] 韩友发, 王树新, 梁良, 等. 纽结补中不可压缩且配对不可压缩曲面的性质[J]. 数学进展, 2022, 51(2): 351-359.
- [6] Adams, C.C. (2004) *The Knot Book*. American Mathematical Society, 215-231.
- [7] 姜伯驹. 绳圈的数学[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2014: 1-48.
- [8] 雷锋春, 李凤玲. 三维流形组合拓扑基础[M]. 北京: 科学出版社, 2022: 44-48.