

基于阿尔兹海默症(AD)死亡率的ARIMA 时间序列分析模型

张兴茹¹, 徐乐莹¹, 李嘉爽², 高秀芝³

¹山东农业工程学院食品科学与工程学院, 山东 淄博

²山东农业工程学院商学院, 山东 淄博

³山东农业工程学院基础课教学部, 山东 淄博

收稿日期: 2026年3月27日; 录用日期: 2026年4月21日; 发布日期: 2026年4月28日

摘要

随着全球老龄化趋势的加剧, 阿尔兹海默症(Alzheimer's Disease, AD)已成为威胁老年人健康的重大疾病之一。本文建立基于阿尔兹海默症(AD)死亡率的时间序列分析模型, 通过对主要国家死亡率数据进行平稳性检验和差分处理, 确定ARIMA模型参数, 对未来5年的AD死亡率进行较为准确的预测, 并给出置信区间, 为公共卫生政策制定提供了科学依据。

关键词

阿尔兹海默症, 死亡率, 时间序列分析, ARIMA模型

ARIMA Time Series Analysis Model Based on Alzheimer's Disease (AD) Mortality Rate

Xingru Zhang¹, Leying Xu¹, Jiashuang Li², Xiuzhi Gao³

¹College of Food Science and Engineering, Shandong Agriculture and Engineering University, Zibo Shandong

²College of Economics and Management, Shandong Agriculture and Engineering University, Zibo Shandong

³Department of Basic Courses Teaching, Shandong Agriculture and Engineering University, Zibo Shandong

Received: March 27, 2026; accepted: April 21, 2026; published: April 28, 2026

Abstract

With the intensification of the global aging trend, Alzheimer's Disease (AD) has become one of the major diseases threatening the health of the elderly. This paper establishes a time series analysis model based on the mortality rate of Alzheimer's Disease (AD). Through stationarity test and difference processing of mortality data of various countries, the parameters of the ARIMA model are

accurately determined, the AD mortality rate in the next 5 years is accurately predicted, and the confidence interval is given, which provides a scientific basis for the formulation of public health policies.

Keywords

Alzheimer's Disease, Mortality Rate, Time Series Analysis, ARIMA Model

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

阿尔兹海默症(Alzheimer's disease, AD)是一种以认知功能进行性下降为主要表现的神经退行性脑部疾病。在全球老龄化趋势日益严峻的时代背景下,阿尔茨海默病已经成为继心脑血管疾病及癌症后威胁老年人健康的第四大杀手。据 ANDI 机构预测,2050 年,全球 AD 患病人数将达到 7800 万人[1]。

各国 AD 死亡率变化呈现不同的趋势,为更好地研究阿尔兹海默症患者的死亡率数据,本文从临床数据集中提取出健康老龄化的数据进行分析,再用时间序列分析预测各国未来五年内的 AD 患者死亡率,通过死亡率的判断来对阿尔兹海默症患者进行预测和干预。

2. 数据来源与预处理

本文从 Kaggle 官网下载了“Death Alzheimer's 2024”数据集的 CSV 文件,因 2020 年、2022 年、2023 年和 2024 年相关数据暂未公布,所以选取 1990~2019 年的相关数据,该数据集包括多个不同国家不同年份的 AD 死亡率信息,如表 1 所示:

Table 1. Partial mortality rates of Alzheimer's disease

表 1. 部分阿尔茨海默病死亡率

Entity	Code	Year	Death-Alzheimer's disease and other dementias
Afghanistan	AFG	1990	31.83
African Region (WHO)	0	1990	23.04
Albania	ALB	1990	24.78
Algeria	DZA	1990	28.78
American Samoa	ASM	1990	24.21
Andorra	AND	1990	21.23
Angola	AGO	1990	21.39
Antigua and Barbuda	ATG	1990	20.92
Argentina	ARG	1990	20.94
Armenia	ARM	1990	21.2
Australia	AUS	1990	22.53
Austria	AUT	1990	20.83

注:数据来源于 Kaggle、Death Alzheimer's 2024。

在数据预处理阶段,我们采用 Python 中的 dropna 方法删除含有缺失值的行,以确保后续模型的准确性和分析结果的可靠性。为更直观地展现重点国家阿尔茨海默病死亡率的变化趋势,我们绘制了相关图表。如图 1 所示:

重点国家阿尔茨海默病年龄标准化死亡率趋势对比 (1990–2019)

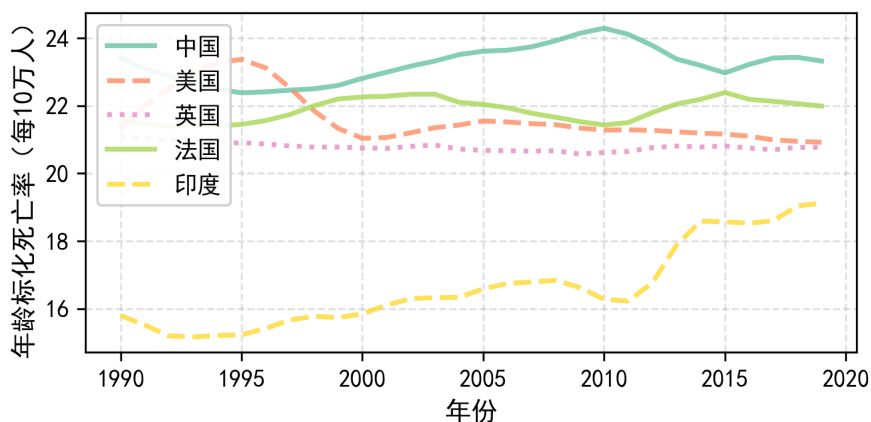


Figure 1. Comparison of mortality trends of Alzheimer's disease in key countries
图 1. 重点国家阿尔兹海默病死亡率趋势对比图

3. 模型建立与求解

3.1. 模型分析

本文收集的数据集包括不同国家的 1990~2019 年阿尔兹海默症的死亡率信息,数据是随时间变化的,具有明显的时间序列特性,即当前的死亡率与过去的死亡率存在相关性;其次,随着人口老龄化的加剧,AD 死亡率可能会呈现一定的增长趋势,而且,季节变化也可能对阿尔兹海默症患者的身体状况产生影响,从而导致 AD 死亡率呈现一定的季节性或周期性。因此,选用时间序列对各国 AD 死亡率随时间变化的规律进行分析。

3.2. 平稳性检验

平稳性检验是有效判断时间序列平稳性的基本方法[2]。在进行时间序列预测前,需要判断数据是否具备平稳性,非平稳数据会使传统预测模型失效。单位根检验,又叫 ADF (Augmented Dickey-Fuller) 检验即其原假设 H_0 为数据存在单位根,即数据不平稳;备择假设 H_1 为序列不存在单位根,即数据平稳。本文采用 ADF 检验,来判断 AD 死亡率数据集是否存在单位根,从而判断该数据集是否具备稳定性。

检验基于如下回归方程[3]:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (1)$$

其中, $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ 是时间序列 y_t 的一阶差分;

α 是常数项,代表序列的平均水平;

β 是时间趋势项系数,用于检验序列是否存在随时间变化的趋势;

γ 是关键检验系数, γy_{t-1} 是核心检验项;

$\sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i}$ 是 p 阶滞后差分项,用于消除序列的自相关影响;

ϵ_t 为白噪声误差项, 代表无法由模型解释的随机波动。

对每个国家的死亡率时间序列数据执行 ADF 检验。以中国数据为例, 首次检验时, 原序列的 ADF 统计量约为-2.418, p 值为 0.137, 与不同显著水平下的临界值相比, 检验结果如表 2 所示:

Table 2. Critical values of ADF test for raw time series data of mortality in China

表 2. 中国死亡率时间序列原始数据的 ADF 检验临界值

显著水平	临界值
1%	-3.6889256286443146
5%	-2.9719894897959187
10%	-2.6252957653061224

由于 p 值大于 0.05, 不能拒绝原假设, 表明中国原数据序列不平稳。为使数据平稳, 对原序列进行一阶差分处理, 公式为 $y'_t = y_t - y_{t-1}$ 对一阶差分后的数据再次进行 ADF 检验, 此时 ADF 统计量为-2.980, p 值为 0.03684, 与新的临界值比较, 如表 3 所示:

Table 3. Critical values of ADF test for first-differenced data of mortality time series in China

表 3. 中国死亡率时间序列一阶差分后数据的 ADF 检验临界值

显著水平	临界值
1%	-3.7112123008648155
5%	-2.981246804733728
10%	-2.6300945562130176

因为 p 值小于 0.05, 拒绝原假设, 所以中国一阶差分后的数据平稳, 确定中国数据的差分阶数 $d = 1$ 。为直观展示差分前后数据的变化, 绘制中国 AD 死亡率数据差分前后的时间序列图如图 2。

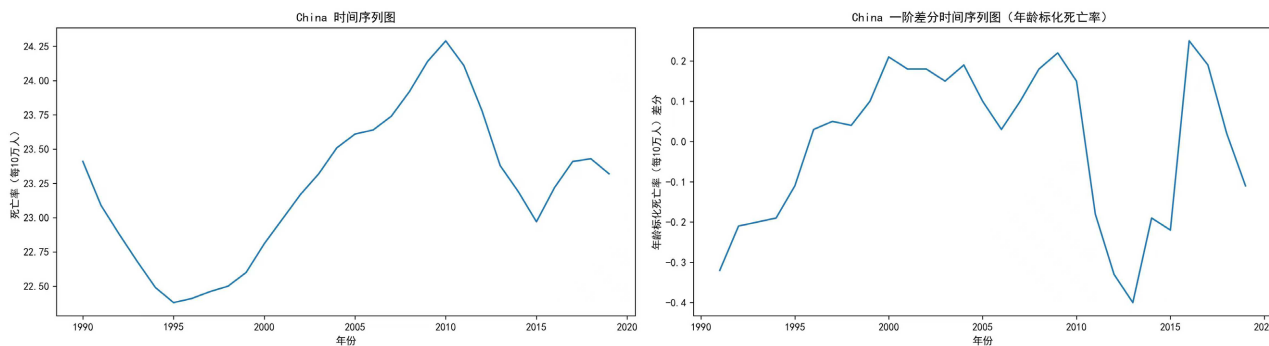


Figure 2. Time series plots of AD mortality in China before and after differencing

图 2. 中国 AD 死亡率差分前后时间序列图

从图中可以清晰看到, 原数据序列呈现出一定的趋势性, 而一阶差分后的数据趋势性明显减弱, 变得更加平稳。

同理, 对美国、印度、英国、法国等其他国家的数据进行相同的平稳性检验和差分处理, 通过分析各国数据的 ADF 检验结果, 确定每个国家数据的差分阶数, 为后续 ARIMA 模型的构建提供依据, 其结果如图 3 和表 4 所示。

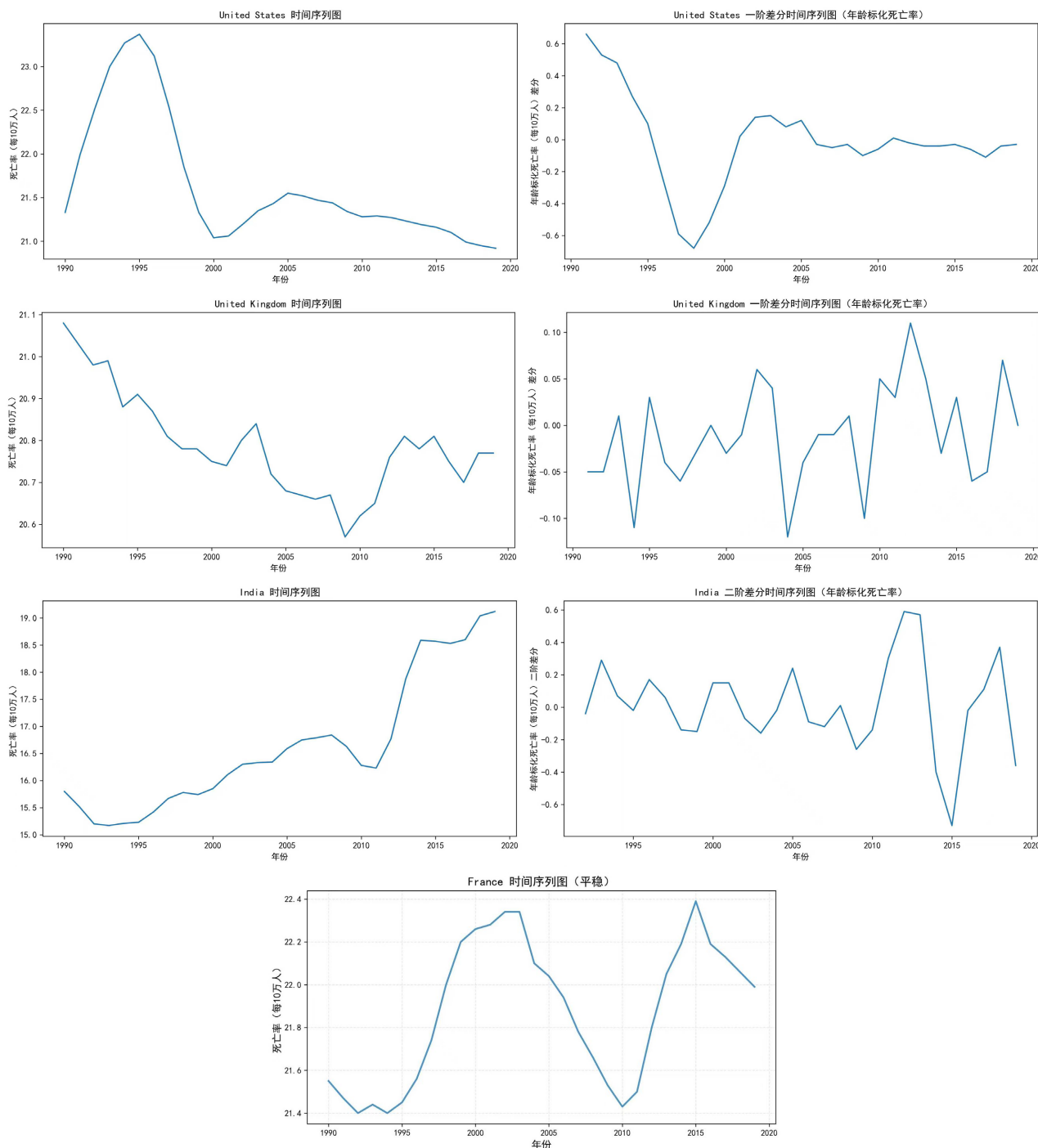


Figure 3. Time series of AD mortality in other major countries before and after differencing
图 3. 其他主要国家 AD 死亡率差分前后时间序列

3.3. ARIMA 模型构建

死亡率数据通常具有时间序列特性,即当前的死亡率与过去的死亡率存在相关性,可以用 ARIMA 模型预测 AD 死亡率。ARIMA 模型(Autoregressive Integrated Moving Average Model),又叫作差分自回归移动平均模型[4],该模型的一般表达式为:

Table 4. ADF test statistics of mortality time series in major countries
表 4. 主要国家死亡率时间序列 ADF 检验统计量表

国家	初始序列 ADF 统计量	初始序列 p 值	差分 ADF 统计量	差分后 p 值
中国	-2.418	0.136	-2.979	0.036
美国	-2.145	0.226	-4.640	0.000
印度	1.417	0.997	-3.112	0.025
英国	-2.656	0.081	-5.155	0.000
法国	-3.380	0.011	-	0.011

$$\phi(B)(1-B)^d y_t = \theta(B)\epsilon_t \quad (2)$$

其中, B 是滞后算子, $B^k y_t = y_{t-k}$; $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ 为自回归多项式, 体现了时间序列当前值与过去值之间的线性关系;

$(1-B)^d$ 表示对序列进行 d 阶差分, 将非平稳序列转化为平稳序列;

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ 是移动平均多项式, 反映了误差项的相关性;

ϵ_t 是白噪声序列, 代表不可预测的随机波动。

确定 ARIMA 模型的关键在于精准找出合适的 p (自回归阶数)、 d (差分阶数) 和 q (移动平均阶数) 参数值, 而这一过程紧密依赖于自相关和偏自相关分析[5]。

自相关函数[6]用于衡量时间序列与其自身滞后值之间的线性相关性, 数学公式为:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (3)$$

其中, ρ_k 表示滞后 k 期的自相关系数, y_t 是时间序列在 t 时刻的值, \bar{y} 是序列均值, n 为样本数量。

ρ_k 的取值范围在 $[-1, 1]$ 之间, 绝对值越大, 表明滞后 k 期的序列之间相关性越强。当 ρ_k 为正值时, 意味着两期数据呈正相关; 为负值时, 则呈负相关。以中国阿尔茨海默病死亡率数据为例, 绘制自相关图, 如图 4 所示。横坐标为滞后阶数 k , 纵坐标为 ρ_k , 两条虚线为 95% 置信区间。若 ρ_k 超出置信区间, 则该滞后阶数下序列相关性显著。

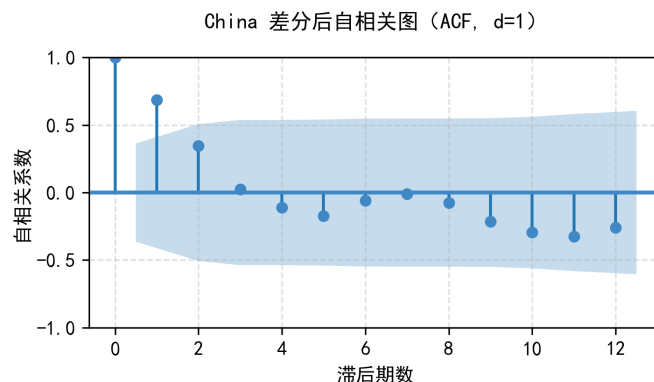


Figure 4. Autocorrelation plot of Alzheimer's disease mortality in China
图 4. 中国阿尔茨海默病死亡率自相关图

从图 4 可见, 中国数据自相关系数在滞后 1 阶和 2 阶超出置信区间, 且随滞后阶数增加逐渐衰减, 呈现移动平均过程特征, 初步暗示移动平均阶数 q 可能为 1 或 2。

偏自相关函数衡量控制中间滞后项影响后，时间序列与其滞后值间的直接相关性。仍以中国数据为例，绘制偏自相关图。

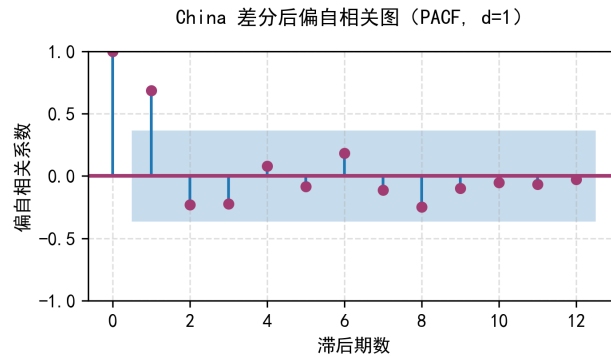


Figure 5. Partial autocorrelation plot of Alzheimer's disease mortality
图 5. 阿尔茨海默病死亡率偏自相关图

由图 5 可知，中国数据偏自相关系数在滞后 1 阶超出 95% 置信区间，随后迅速衰减至区间内，表明中国阿尔茨海默病死亡率序列在滞后 1 阶存在显著直接相关性，初步判断自回归阶数 p 可能为 1。

同理，对美国、印度、英国、法国等其他国家的数据进行相同的自相关和偏自相关分析，其结果如图 6 所示。

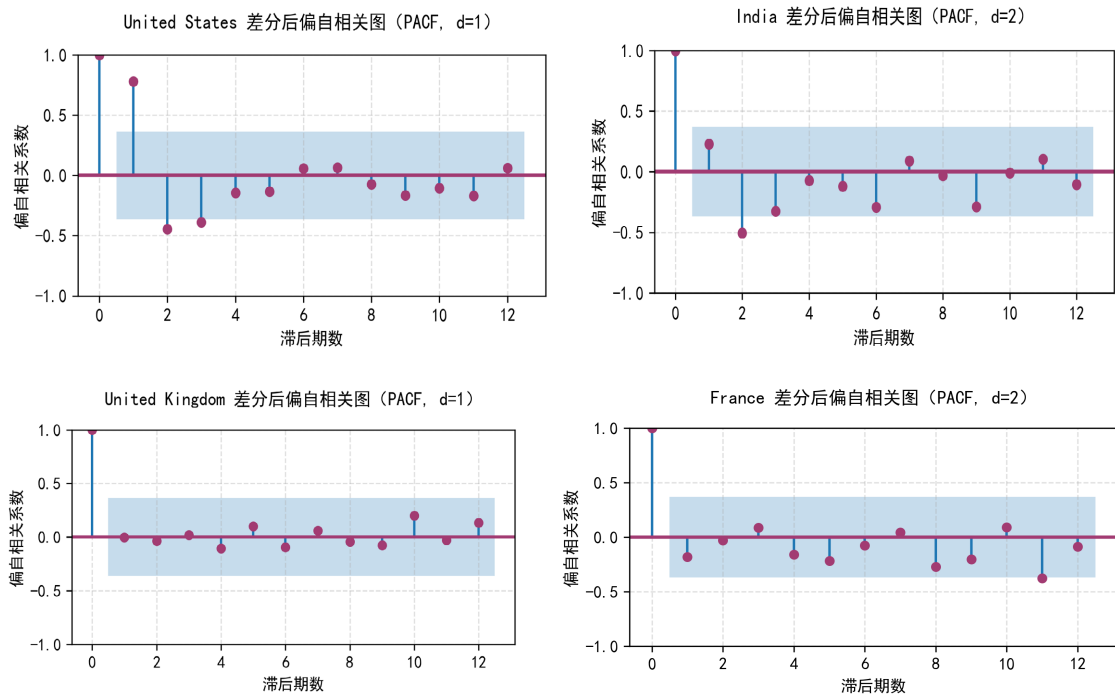


Figure 6. Autocorrelation and partial autocorrelation plots of Alzheimer's disease mortality in other countries
图 6. 其他国家的阿尔兹海默病死亡率的自相关图和偏自相关图

结合自相关图和偏自相关图的特征来确定 ARIMA 模型的阶数。一般规则是，若自相关图在 q 阶后迅速趋近于 0 (截尾)，而偏自相关图逐渐衰减 (拖尾)，则初步判断移动平均阶数 q 为自相关图截尾的阶数；

若偏自相关图在 p 阶后截尾, 自相关图拖尾, 则初步判断自回归阶数 p 为偏自相关图截尾的阶数[7]。汇总多个国家自相关和偏自相关分析结果, 得到如下表 5:

Table 5. Preliminary judgment of p and q parameters of ARIMA models for various countries from the perspective of ACF and PACF

表 5. ACF 与 PACF 视角下各国 ARIMA 模型 p 、 q 参数初判表

国家	ACF 图特征	初步 q 值	PACF 图特征	初步 p 值
中国	1~2 阶显著, 后迅速衰减	2	1 阶显著, 后迅速衰减	1
美国	1~3 阶显著, 后缓慢衰减	3	1 阶显著, 后迅速衰减	1
印度	1~2 阶显著, 后逐渐衰减	2	1 阶显著, 后迅速衰减	1
英国	2~4 阶显著, 后快速趋近 0	4	1 阶显著, 后拖尾缓慢衰减	1
法国	0~2 阶缓慢衰减, 2 阶后趋近 0 且波动小	2	0~1 阶波动明显, 1 阶后平稳	0

在初步确定 p 和 q 范围后, 结合平稳性检验确定的差分阶数 d , 对每个国家数据遍历不同 (p, d, q) 组合构建 ARIMA 模型。例如, p 从 0 到 3 取值, q 从 0 到 3 取值, d 为已确定值, 会生成 $4 \times 4 = 16$ 种组合。构建模型后, 利用 AIC (Akaike Information Criterion) [8] 选取最优模型参数组合, AIC 计算公式为

$$AIC = -2 \ln(L) + 2k \quad (4)$$

其中, L 是模型最大似然估计值, 反映拟合优度, L 越大拟合效果越好;

k 是待估计参数个数, 模型越复杂 k 越大。

以中国数据为例, 遍历不同 (p, d, q) 组合后, 得到模型评估结果(表 6):

Table 6. Correspondence between ARIMA Model (p, d, q) combinations and AIC values in China

表 6. 中国 ARIMA 模型 (p, d, q) 组合与 AIC 值对应表

(p, d, q) 组合	AIC 值
(0, 1, 0)	123.45
(0, 1, 1)	118.23
(0, 1, 2)	115.67
(0, 1, 3)	117.89
(1, 1, 0)	120.34
(1, 1, 1)	116.78
(1, 1, 2)	114.56
(1, 1, 3)	116.34
(2, 1, 0)	122.12
(2, 1, 1)	119.45
(2, 1, 2)	117.23
(2, 1, 3)	118.9
(3, 1, 0)	124.56
(3, 1, 1)	121.78
(3, 1, 2)	119.89
(3, 1, 3)	120.56

从表 6 可见, (1, 1, 2)组合 AIC 值最小, 为 114.56。因此, 中国阿尔茨海默病死亡率预测的最优 ARIMA 模型为 ARIMA (1, 1, 2)。

同样对美国、印度、英国、法国等国家数据操作, 确定各国最优 ARIMA 模型, 结果汇总表 7 所示:

Table 7. Optimal model parameters of major countries

表 7. 主要国家最优模型参数

国家	差分阶数 d	最优 (p, q) 组合	ARIMA	AIC
中国	1	(1, 2)	(1, 1, 2)	114.56
美国	1	(1, 3)	(1, 1, 3)	135.23
印度	2	(1, 2)	(1, 2, 2)	156.78
英国	1	(1, 2)	(1, 1, 2)	128.45
法国	0	(2, 1)	(2, 0, 1)	98.34

模型有效性以残差序列近似白噪声为核心判据, 即模型已充分提取序列中的规律信息, 剩余误差无显著自相关。本文联合采用残差 ACF 图与 Ljung-Box Q 统计量检验进行验证:

(1) 残差 ACF 图。若残差自相关系数均落入 95%置信区间, 表明残差无显著自相关性。

(2) Ljung-Box Q 检验。原假设 H_0 : 残差为白噪声; 若各滞后期 p 值均 > 0.05 , 则无法拒绝 H_0 , 支持模型充分性。

以中国 ARIMA (0, 1, 2)模型为例, 残差检验结果如下:

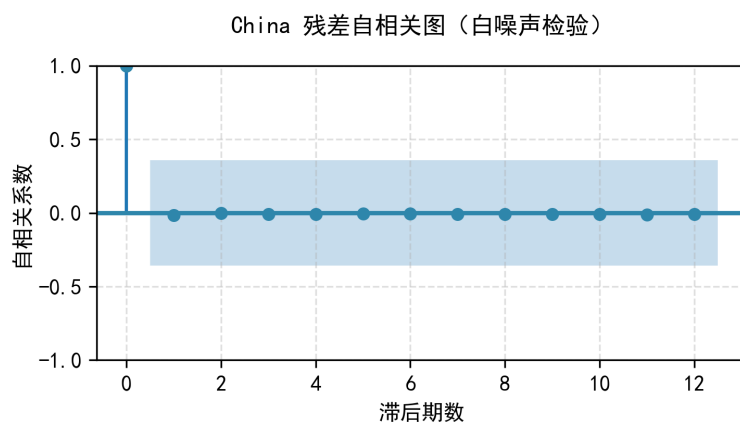


Figure 7. ACF plot of model residual series in China

图 7. 中国模型残差序列 ACF 图

从图 7 可见, 残差序列所有滞后期数的自相关系数均落在 95%置信区间内, 无显著自相关性。Ljung-Box Q 检验结果如表 8 所示:

Table 8. Ljung-Box Q-test results of residuals for Chinese model

表 8. 中国模型残差 Ljung-Box Q 检验结果

滞后期数	Q 统计量	p 值
10	0.0273	1
12	0.0406	1

检验结果表明, 中国 AD 死亡率序列最优模型在各滞后期下的 Q 统计量对应 p 值均 >0.05 (图 7、表 8), 无法拒绝“残差为白噪声”的原假设, 提示模型已充分捕捉序列内在规律, 拟合效果良好。

同理, 其余国家最优模型亦均通过残差白噪声检验, 进一步验证了模型集合的可靠性与稳健性。

3.4. 预测结果分析

在完成 ARIMA 模型的构建与优化后, 以各国确定的最优 ARIMA 模型为基础, 借助 python 输入历史数据, 执行预测指令, 便可得到未来 5 年(预测起始年通常设为数据记录的最后一年的下一年)的死亡率预测值以及对应的置信区间。置信区间的计算基于模型的误差分布和统计理论, 常用的置信水平为 95%, 意味着在多次预测中, 约 95% 的情况下真实值会落在计算出的置信区间内。

以表格形式汇总各国阿尔茨海默病死亡率的预测结果, 如下表 9 所示:

Table 9. Annual prediction and confidence intervals of Alzheimer's disease mortality in various countries in the past five years
表 9. 近五年各国阿尔茨海默病死亡率逐年预测及置信区间表

国家	历史均死亡率	预测起始年	未来年限	预测值(人/10 万人)	置信区间
中国	23.23	2020	第 1 年	23.32	[22.98, 23.66]
			第 2 年	23.37	[22.81, 23.93]
			第 3 年	23.37	[22.62, 24.12]
			第 4 年	23.37	[22.35, 24.39]
			第 5 年	23.37	[22.02, 24.72]
美国	21.64	2020	第 1 年	20.9	[21.65, 25.09]
			第 2 年	20.9	[20.55, 21.25]
			第 3 年	20.91	[20.34, 21.46]
			第 4 年	20.93	[20.16, 21.66]
			第 5 年	20.95	[19.92, 21.94]
印度	16.63	2020	第 1 年	19.03	[19.63, 22.27]
			第 2 年	18.98	[19.30, 22.60]
			第 3 年	19.14	[18.68, 19.38]
			第 4 年	19.38	[18.42, 19.54]
			第 5 年	19.5	[18.39, 19.89]]
英国	20.79	2020	第 1 年	20.77	[18.37, 20.39]
			第 2 年	20.77	[18.18, 20.82]]
			第 3 年	20.77	[17.85, 21.15]
			第 4 年	20.77	[22.98, 23.66]
			第 5 年	20.77	[22.81, 23.93]
法国	21.87	2020	第 1 年	21.88	[22.62, 24.12]
			第 2 年	21.78	[22.35, 24.39]
			第 3 年	21.7	[22.02, 24.72]
			第 4 年	21.65	[21.65, 25.09]
			第 5 年	21.64	[20.55, 21.25]

为了更直观地展示预测结果,绘制各国阿尔茨海默病死亡率的历史数据与预测数据趋势图 8。图中,折线代表历史死亡率数据,不同颜色的标记点及延伸线表示未来 5 年的预测值,阴影区域则为对应的 95% 置信区间。中国、美国、英国、法国的 AD 年龄标准化死亡率呈持续上升趋势,印度呈平缓上升趋势。2021 年我国阿尔茨海默病的实际年龄标准化死亡率为 30.9/10 万人,比预测值偏高,分析原因可能是由于新冠疫情的影响,导致患者身体健康状况下降,所以实际死亡率偏高。

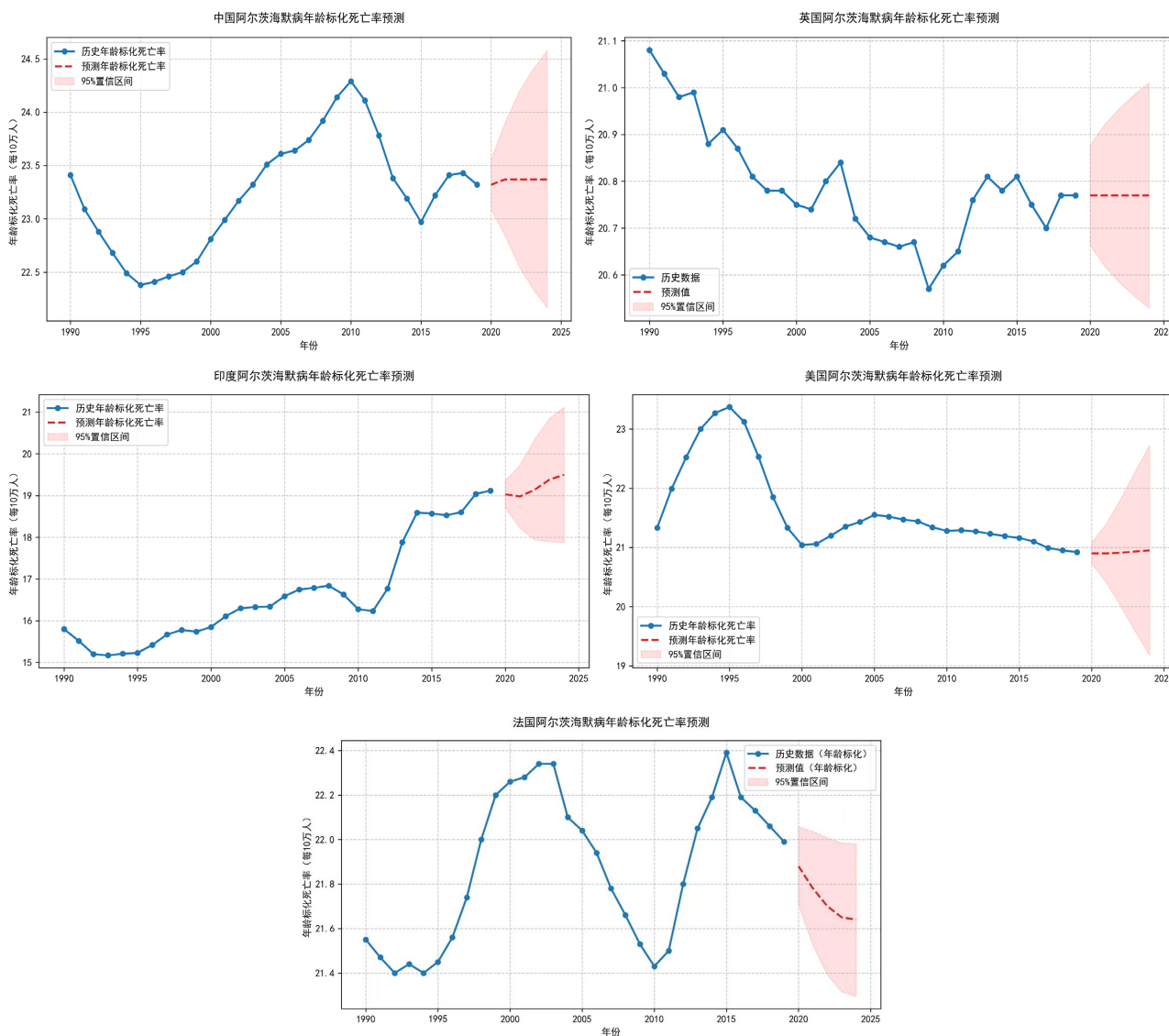


Figure 8. Historical and predicted trends of Alzheimer's disease mortality in various countries

图 8. 各国阿尔茨海默病死亡率历史与预测趋势图

从图 8 中可以清晰地观察到各国阿尔茨海默病死亡率的变化趋势。例如,中国、美国、英国的死亡率呈现持续上升的趋势,印度的死亡率上升较为平缓,而法国的死亡率也有一定程度的增长。同时,通过置信区间的阴影区域,可以直观地感受到预测结果的不确定性范围。以上预测结果可以看到,除印度外,其他四国未来 5 年 AD 年龄标准化死亡率均呈增长趋势,这与全球人口老龄化进程高度一致,即随着医疗水平提升,人类预期寿命延长,60 岁以上老年人口占比持续增加,而 AD 作为老年人群高发疾病,

其标化死亡率自然呈现增长趋势。而印度 AD 死亡率上升较为平缓,核心原因是其人口结构仍以年轻群体为主,经查阅,2022 年印度 60 岁以上人口占比仅为 10.5%,老年人口基数小,导致 AD 死亡率增长缓慢。

预测值系统性低于实际值,首先源于 COVID-19 疫情的冲击,2020 年后全球爆发新冠疫情,AD 患者作为免疫力低下的高危群体,其身体健康状况受疫情影响显著,疫情期间医疗资源挤兑导致 AD 患者诊疗延迟、护理质量下降,同时新冠病毒感染可能加重 AD 患者的认知功能障碍和身体并发症,最终导致实际死亡率高于模型预测值,由于模型训练数据仅包含 1990 至 2019 年疫情前数据,未纳入疫情这一突发公共卫生事件的影响,导致预测值与实际值存在偏差,人口结构变化方面,模型假设人口年龄结构的变化趋势与 1990 至 2019 年一致,但部分国家可能出现老龄化加速,中国人口老龄化率从 2010 年的 13.3%升至 2022 年的 19.8%,老年人口占比增长超出模型预期,直接推动 AD 死亡率上升,导致预测值偏低,诊断标准提升方面,近年来 AD 的诊断技术如影像学检查、生物标志物检测不断进步,诊断标准更趋完善,许多此前未被确诊的轻症患者被纳入统计范围,使得 AD 死亡率的统计数据更接近真实水平,这也是实际死亡率高于历史趋势预测值的重要原因。

4. 总结

本文建立了基于 AD 死亡率的时间序列分析模型通过对各国死亡率数据进行平稳性检验和差分处理,确定 ARIMA 模型参数,对未来 5 年的 AD 死亡率进行较为准确的预测,并给出置信区间,为公共卫生政策制定提供了科学依据,有助于提前规划医疗资源和社会支持体系,减轻社会负担。

基金项目

2023 年度山东农业工程院校级教改项目:“基于‘学生中心,问题导向’的高等数学 PBL 课堂教学改革研究与实践”;项目编号:23XJKTY10。

本成果受 2025 年(第十一届)全国大学生统计建模大赛支持。

参考文献

- [1] Frenzel, S., Wittfeld, K., Habes, M., Klinger-König, J., Bülow, R., Völzke, H., *et al.* (2020) A Biomarker for Alzheimer's Disease Based on Patterns of Regional Brain Atrophy. *Frontiers in Psychiatry*, **10**, Article ID: 953. <https://doi.org/10.3389/fpsy.2019.00953>
- [2] 管河山, 周丹. 平稳性检验方法的有效性研究[J]. 南华大学学报(社会科学版), 2016, 17(1): 63-68.
- [3] 谢福宾, 徐凤. 基于自适应 Bridge 区分单位根和平稳序列的新方法[J]. 系统科学与数学, 2026, 46(2): 625-641.
- [4] 吴少聪. 基于混合模型的股票趋势预测方法研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
- [5] 闫宇, 吴海涛. 基于 ARIMA 模型的纳斯达克指数短期预测[J]. 信息与电脑(理论版), 2020, 32(20): 155-158.
- [6] 李建华, 吴宗敏. 我国人口出生率自相关函数的代际影响数学模型[J]. 数学建模及其应用, 2020, 9(4): 28-36.
- [7] 庞艳蕾, 张惠兰, 李向云, 等. 灰色模型 GM(1, 1)和 ARIMA 在拟合全国婴儿、5 岁以下儿童死亡率中的应用[J]. 中国卫生统计, 2015, 32(3): 461-463.
- [8] 张社荣, 方鑫, 孙文. 基于 MIV-BP 模型和 AIC 准则的盾构掘进参数优化研究[J]. 铁道标准设计, 2019, 63(8): 95-101.