

基于非周期间歇动态事件触发控制的复杂网络的固定时间同步性

张俊宁¹, 王梦欣¹, 龙雪², 郭英^{1*}, 刘艳³

¹青岛理工大学理学院, 山东 青岛

²青岛理工大学信息与控制工程学院, 山东 青岛

³天津工业大学计算机科学与技术学院, 天津

收稿日期: 2026年1月12日; 录用日期: 2026年2月6日; 发布日期: 2026年2月14日

摘要

本文研究了基于非周期间歇动态事件触发控制下的复杂网络固定时间同步问题。值得注意的是, 所提出的间歇控制策略结合了非周期性和动态事件触发机制。所采用的事件触发控制是异步的。通过结合图论和Lyapunov方法, 推导出了固定时间同步的判据, 并证明了设计的控制器可以避免芝诺行为。最后, 将理论结果应用于孤岛微电网系统, 并通过数值仿真验证了控制策略的有效性。

关键词

非周期间歇控制, 动态事件触发控制, 固定时间同步, 复杂网络

Fixed-Time Synchronization of Complex Networks via Aperiodic Intermittent Dynamic Event-Triggered Control

Junning Zhang¹, Mengxin Wang¹, Xue Long², Ying Guo^{1*}, Yan Liu³

¹School of Science, Qingdao University of Technology, Qingdao Shandong

²School of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao Shandong

³School of Computer Science and Technology, Tiangong University, Tianjin

Received: January 12, 2026; accepted: February 6, 2026; published: February 14, 2026

Abstract

This paper investigates the fixed-time synchronization of complex networks using aperiodic inter-

*通讯作者。

文章引用: 张俊宁, 王梦欣, 龙雪, 郭英, 刘艳. 基于非周期间歇动态事件触发控制的复杂网络的固定时间同步性[J]. 应用数学进展, 2026, 15(2): 382-396. DOI: 10.12677/aam.2026.152079

mittent dynamic event-triggered control. Notably, the proposed strategy integrates aperiodicity with a dynamic event-triggered mechanism, and employs asynchronous event-triggered control. By combining graph theory and the Lyapunov method, criteria for fixed-time synchronization are derived, and the designed controller's ability to prevent Zeno behavior is proven. Finally, the theoretical findings are applied to an islanded microgrid system, with numerical simulations confirming the effectiveness of the control strategy.

Keywords

Aperiodic Intermittent Control, Dynamic Event-Triggered Control, Fixed-Time Synchronization, Complex Networks

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

近年来, 复杂网络系统已广泛融入我们的日常生活。自然界中许多系统可视为由大量相互关联、相互作用的节点构成的网络结构。这些网络在社交网络[1]、生物学[2]等领域有着广泛应用。随着计算技术的飞速发展, 越来越多的学者开始聚焦于各自领域中复杂网络的特性和行为模式[3] [4]。因此, 深入探索复杂网络的动态特性已成为当前研究的重要方向。

同时, 同步[5]作为复杂网络的一个重要动态特性, 被广泛应用于神经科学[6]、系统生物学[7]等领域。其中, 固定时间同步也是近年来网络同步领域中新兴的研究方向, 其定义是基于有限时间同步的基础上, 为了消除有限时间同步中初始条件对收敛速度的影响, 由 Polyakov 所提出[8]。该控制策略要求系统在有限的时间内实现同步, 从而提供更快的收敛速度, 可以预先计算沉降时间, 并且独立于初始同步误差[9]。因此, 复杂动态网络的固定时间同步是一个非常有趣和具有挑战性的研究领域。

然而, 复杂网络实现同步通常需要额外的控制输入。如今, 已有大量的控制方案, 如间歇控制[10]、事件触发控制[11]等。间歇控制策略具有一定的经济优势, 因为它仅在工作区间内采样, 并且通常采用非周期间歇控制。事件触发控制是根据系统的实际状态是否满足预设的触发条件来决定是否进行通信和控制更新, 可以显著减少不必要的计算开销。据我们所知, 目前利用非周期间歇动态事件触发控制进行固定时间同步的研究相对较少。因此, 有必要为复杂网络的同步控制提供新的理论和方法支持。

受上述讨论的启发, 本文探讨利用该控制策略实现复杂网络固定时间同步的问题, 并证明该控制策略不会出现芝诺行为。通过在孤岛微电网系统中的应用以及数值仿真结果, 验证所获结果的有效性。本文的贡献如下:

- 1) 与文献[12] [13]相比, 本文采用非周期间歇动态事件触发控制来研究复杂网络的固定时间同步性质, 从而使得收敛速度不受系统初始值的影响。
- 2) 本文的非周期间歇控制采用的是平均控制率, 相较于最小控制率, 其更容易满足定理条件。

2. 预备知识和模型建立

在此, 介绍一些相关符号。令 $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$, $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$ 和 $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty)$ 。用 \mathbb{R}^n 表示 n 维欧几里得空间, I_n 表示 n 维单位矩阵。向量的欧几里得范数记作 $\|\cdot\|$, 上标 “ T ” 表示向量或矩阵的转置。定义符号函数: 当 $v > 0$ 时, $\text{sign}(v) = 1$; 当 $v = 0$ 时, $\text{sign}(v) = 0$; 当 $v < 0$ 时, $\text{sign}(v) = -1$,

其中 $v \in \mathbb{R}$ 。进一步定义对角矩阵为: $\text{Sign}(v) = \text{diag}(\text{sign}(v_1), \text{sign}(v_2), \dots, \text{sign}(v_n))$ 和 $v^p = (|v_1|^p, |v_2|^p, \dots, |v_n|^p)^\top$, 其中 $v \in \mathbb{R}^n$ 。

以下是与图论相关的符号描述。一个有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 由顶点集合 \mathcal{V} 和弧集合 \mathcal{E} 构成, 其中弧 (i, j) 表示从初始顶点 j 指向终端顶点 i 的有向边, 其中 $i, j \in \mathcal{M}$ 。定义权重矩阵 $A = (a_{ij})_{M \times M}$, 其中 $a_{ij} (i \neq j)$ 为非负耦合权重。若存在从节点 j 到节点 i 的有向边即 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 且 $i \neq j$, $a_{ij} > 0$; 则 $a_{ij} = 0$ 。拉普拉斯矩阵 $L(A) = (l_{ij})_{M \times M}$ 定义为: 当 $i = j$ 时, $l_{ij} = \sum_{j=1}^M a_{ij}$; $i \neq j$ 时, $l_{ij} = -a_{ij}$ 。

考虑以下复杂网络:

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t), t) + \sum_{j=1}^M a_{ij} H_{ij}(x_i(t), x_j(t)), i \in \mathcal{M}, \tag{1}$$

其中, $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 为节点 i 的状态变量, $f_i: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为描述节点动力学的非线性函数, $H_{ij}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 表示节点 i 与 j 之间的耦合作用函数, a_{ij} 为非负的耦合权重。

此处, 将系统(1)视为驱动系统。其对应的响应系统可描述为:

$$\dot{y}_i(t) = f_i(y_i(t), t) + \sum_{j=1}^M a_{ij} H_{ij}(y_i(t), y_j(t)) + u_i(t), i \in \mathcal{M}, \tag{2}$$

同步误差表示为 $e_i(t) = y_i(t) - x_i(t)$, $u_i(t)$ 为控制设计如下

$$u_i(t) = \begin{cases} -\alpha_i \text{Sign}(e_i(t_{k,s}^i)) e_i^p(t_{k,s}^i) - \beta_i e_i(t_{k,s}^i) - \gamma_i \text{Sign}(e_i(t_{k,s}^i)) & t \in [T_k, S_k) \cap [t_{k,s}^i, t_{k,s+1}^i), \\ 0, & t \in [S_k, T_{k+1}), \end{cases} \tag{3}$$

其中, $p > 1, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 均为正常数。对于任意时间区间 $[T_k, T_{k+1}), k \in \mathbb{N}$, 子区间 $[T_k, S_k)$ 表示第 k 工作时段, $[S_k, T_{k+1})$ 表示第 k 休息时段, 且满足时间点关系 $T_k < S_k < T_{k+1}$ 。

式(3)中的 $t_{k,s}^i$ 为节点 i 的第 k 工作时段内的第 s 次事件触发时刻, 且初始触发时刻满足 $t_{k,0}^i = T_k$ 。该触发时刻顺序满足条件:

$$t_{k,s+1}^i = \inf \{t > t_{k,s}^i \mid Z_i(t) > 0\}, \tag{4}$$

其中 $Z_i(t) = z_i(t) - \chi_i(t)$ 为事件触发函数。并且 $z_i(t)$ 被给出

$$z_i(t) = \theta_i \left(|\varsigma_i(t)| - \varrho_i (\alpha_i |e_i(t)|^p + \beta_i |e_i(t)| + \gamma_i) \right), \tag{5}$$

其中 $\theta_i > 0$ 和 $0 < \varrho_i < 1$ 都是常数。 $\varsigma_i(t)$ 为测量误差定义为

$$\varsigma_i(t) = \alpha_i \text{Sign}(e_i(t_{k,s}^i)) e_i^p(t_{k,s}^i) + \beta_i e_i(t_{k,s}^i) + \gamma_i \text{Sign}(e_i(t_{k,s}^i)) - (\alpha_i \text{Sign}(e_i(t)) e_i^p(t) + \beta_i e_i(t) + \gamma_i \text{Sign}(e_i(t))). \tag{6}$$

$\chi_i(t)$ 是第 i 节点的动态变量, 定义如下:

$$\dot{\chi}_i(t) = \begin{cases} \delta_i \left(\varrho_i (\alpha_i |e_i(t)|^p + \beta_i |e_i(t)| + \gamma_i) - |\varsigma_i(t)| \right) \\ -\kappa_1 \text{sign}(\chi_i(t)) \chi_i^p(t) - \kappa_2 \chi_i(t) - \kappa_3 \text{sign}(\chi_i(t)), & t \in [T_k, S_k), \\ 0, & t \in [S_k, T_{k+1}), \end{cases} \tag{7}$$

其中, 初始值 $\chi_i(0) > 0$, $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 和 δ_i 都为正常数。根据(5)式, 可以得到

$$|\varsigma_i(t)| \leq \frac{\chi_i(t)}{\theta_i} + \varrho_i \left(\alpha_i |e_i(t)|^p + \beta_i |e_i(t)| + \gamma_i \right). \quad (8)$$

结合(7)式和(8)式, 得到

$$\dot{\chi}_i(t) \geq - \left(\frac{\delta_i}{\theta_i} |e_i(t)| + \kappa_2 \right) \chi_i(t) - \kappa_1 \text{sign}(\chi_i(t)) \chi_i^p(t) - \kappa_3 \text{sign}(\chi_i(t)). \quad (9)$$

根据(1)和(2)式得到误差系统:

$$\dot{e}_i(t) = f_i(y_i(t), t) - f_i(x_i(t), t) + \sum_{j=1}^M a_{ij} \left(H_{ij}(y_i(t), y_j(t)) - H_{ij}(x_i(t), x_j(t)) \right) + u_i(t), i \in \mathcal{M}. \quad (10)$$

3. 主要结果

本节通过构建合适的 Lyapunov 函数, 采用非周期间歇动态事件触发控制策略, 研究复杂网络的固定时间同步问题。给出主要定理之前, 需先行引入一些定义、引理及基本假设。

定义 1 [14] 对于系统(10), 假设原点为其平衡点。当且仅当系统平衡点 $e = 0$ 满足有限时间稳定且收敛时间函数 $T(e_0) = 0$ 有界时, 称该平衡点实现固定时间同步, 即对任意初始状态 $e_0 \in \mathbb{R}^n$, 存在常数 $T^* \in \mathbb{R}^n$ 使得 $T(e_0) \leq T^*$ 。

注 1 在文献[15]中的引理 3 和引理 4 指出, 有限时间同步的收敛时间受初始值和参数的影响, 因此难以预测。然而, 对于固定时间同步, 收敛时间只与参数有关, 因此, 本文对固定时间同步的研究更具意义。

假设 1 对于任意 $t \in \mathbb{R}^+$, 存在非负常数 μ_i 和 h_{ij} , 使得函数 f_i 和 H_{ij} 满足

$$|f_i(y_i, t) - f_i(x_i, t)| \leq \mu_i |y_i - x_i|, \quad |H_{ij}(y_i, y_j) - H_{ij}(x_i, x_j)| \leq h_{ij} (|y_i - x_i| + |y_j - x_j|),$$

其中 $x_i, x_j, y_i, y_j \in \mathbb{R}^n$ 。

假设 2 [12] 对于非周期间歇控制的任意时间区间 $[\tau, t)$, 存在常数 $T_\varphi > 0$ 和

$\varphi = \sum_{k=0}^{\infty} (S_k - T_k) / \sum_{k=0}^{\infty} (T_{k+1} - T_k)$, 满足不等式 $T(t, \tau) \geq \varphi(t - \tau) - T_\varphi$, 其中, $T(t, \tau)$ 表示区间 $[\tau, t)$ 内的控制时间, φ 表示平均控制率, T_φ 称为弹性数。

引理 1 [16] 设连续函数 $U(t) \geq 0$ 满足

$$\begin{cases} \dot{U}(t) \leq -\hat{\alpha}_1 U^\phi(t) - \hat{\alpha}_2 U^\varepsilon(t) - \hat{\alpha}_3 U(t), & t \in [T_k, S_k), \\ \dot{U}(t) \leq \hat{\alpha}_4 U(t), & t \in [S_k, T_{k+1}), \end{cases}$$

其中 $\phi > 1, 0 < \varepsilon < 1$ 和 $\hat{\alpha}_\kappa (\kappa = 1, 2, 3, 4)$ 都是正常数。若存在正数 ϵ, φ 满足

$$\hat{\alpha}_3 - \epsilon(1 - \varphi) > 0, \quad \epsilon\varphi - \hat{\alpha}_4 > 0, \quad 0 < \varphi < 1,$$

则当 $t > T^*$ 时, $U(t) \equiv 0$, 且收敛时间上界为

$$T^* \leq \frac{1 + \tilde{\alpha}_1(\phi - 1)T_\varphi}{\tilde{\alpha}_1(\phi - 1)\varphi} + \frac{1 + \hat{\alpha}_2(1 - \varepsilon)T_\varphi}{\hat{\alpha}_2(1 - \varepsilon)\varphi},$$

其中 $\tilde{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_1 \exp\{(1 - \phi)\epsilon T_\varphi\}$, φ 与 T_φ 的定义见假设 2。

在陈述定理之前, 需先定义以下符号:

$$\lambda_{i1} = - \left(\beta_i (\varrho_i (\delta_i + 2) - 2) + \frac{1}{\theta_i} + 2\mu_i + 4 \sum_{j=1}^N a_{ij} h_{ij} \right), \quad \lambda_{i2} = - \left(\frac{1}{\theta_i} + \delta_i \varrho_i \beta_i - 2\kappa_2 \right),$$

$$\begin{aligned} \lambda_{i3} &= -2\alpha_i \left(\varrho_i \left(1 + \frac{p\delta_i}{p+1} \right) - n^{\frac{1-p}{2}} \right), \lambda_{i4} = - \left(\frac{2\delta_i\varrho_i\alpha_i}{p+1} - 2\kappa_1 \right), \lambda_{i5} = -2\gamma_i(\varrho_i - 1), \\ \lambda_{i6} &= -(2\gamma_i\varrho_i - 2\kappa_3), \Lambda_1 = \min_{i \in \mathcal{M}} \{ \lambda_{i1}, \lambda_{i2} \}, \Lambda_2 = (2M)^{\frac{1-p}{2}} \cdot \min_{i \in \mathcal{M}} \left\{ \lambda_{i3}c_i^{\frac{1-p}{2}}, \lambda_{i4}c_i^{\frac{1-p}{2}} \right\}, \\ \Lambda_3 &= \min_{i \in \mathcal{M}} \left\{ \lambda_{i5}c_i^{\frac{1}{2}}, \lambda_{i6}c_i^{\frac{1}{2}} \right\}, \Lambda_4 = \max_{i \in \mathcal{M}} \left\{ 2\mu_i + 4 \sum_{j=1}^N a_{ij}h_{ij} \right\}. \end{aligned}$$

下面提出主要定理。

定理 1 假设有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 是强连通的(图论相关内容详见文献[17])，且假设 1 和 2 成立。此外，下列不等式成立：

$$\begin{aligned} \frac{\Lambda_4}{\varphi} < \epsilon < \frac{\Lambda_1}{1-\varphi}, \beta_i(\varrho_i(\delta_i + 2) - 2) + \frac{1}{\theta_i} + 2\mu_i + 4 \sum_{j=1}^M a_{ij}h_{ij} < 0, \varrho_i \left(1 + \frac{p\delta_i}{p+1} \right) - n^{\frac{1-p}{2}} < 0, \\ \frac{\delta_i\varrho_i\alpha_i}{p+1} < \kappa_1, \frac{1}{\theta_i} + \delta_i\varrho_i\beta_i - 2\kappa_2 < 0, \varrho_i\gamma_i < \kappa_3, \end{aligned}$$

则在控制策略(3)作用下，系统(1)和(2)在固定时间 T^* 内实现同步，且

$$T^* \leq \frac{2 + \bar{\Lambda}_2(p-1)T_\varphi}{\bar{\Lambda}_2(p-1)\varphi} + \frac{2 + \Lambda_3T_\varphi}{\Lambda_3\varphi} \triangleq T_{\max},$$

其中 $\bar{\Lambda}_2 = \Lambda_2 \exp\{(1-p)\epsilon T_\varphi/2\}$ 。

证明：考虑 Lyapunov 函数 $V(t) = V_1(t) + V_2(t)$ ，其中 $V_1(t) = \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) e_i(t)$ ， $V_2(t) = \sum_{i=1}^M c_i \chi_i^2(t)$ ， c_i 是矩阵 $L(A) = (l_{ij})_{M \times M}$ 的第 i 对角元的代数余子式。

当 $t \in [T_k, S_k)$ ，得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2 \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) \left(f_i(y_i(t), t) - f_i(x_i(t), t) + u_i(t) \right) \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) \left(\sum_{j=1}^M a_{ij} \left(H_{ij}(y_i(t), y_j(t)) - H_{ij}(x_i(t), x_j(t)) \right) \right). \end{aligned} \tag{11}$$

根据假设 1，得到

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^M 2c_i e_i^\top(t) \left(f_i(y_i(t), t) - f_i(x_i(t), t) \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^M 2c_i \mu_i |e_i(t)| |y_i(t) - x_i(t)| = 2 \sum_{i=1}^M c_i \mu_i |e_i(t)|^2, \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M 2c_i a_{ij} e_i^\top(t) \left(H_{ij}(y_i(t), y_j(t)) - H_{ij}(x_i(t), x_j(t)) \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M 2c_i a_{ij} h_{ij} \left(|e_i(t)| |y_i(t) - x_i(t)| + |e_i(t)| |y_j(t) - x_j(t)| \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M 4c_i a_{ij} h_{ij} |e_i(t)|^2 + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M c_i a_{ij} h_{ij} \left(|e_j(t)|^2 - |e_i(t)|^2 \right). \end{aligned}$$

根据文献[17]中定理 2.3, 得到

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M 2c_i a_{ij} e_i^\top(t) (H_{ij}(y_i(t), y_j(t)) - H_{ij}(x_i(t), x_j(t))) \leq \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M 4c_i a_{ij} h_{ij} |e_i(t)|^2.$$

通过(6), 得到

$$2 \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) u_i(t) = 2 \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) (-\varsigma_i(t) - \alpha_i \text{Sign}(e_i(t)) e_i^p(t) - \beta_i e_i(t) - \gamma_i \text{Sign}(e_i(t))).$$

通过(8), 得到

$$-2 \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) \varsigma_i(t) \leq 2 \sum_{i=1}^M c_i \left(\frac{1}{\theta_i} |e_i(t)| |\chi_i(t) + \varrho_i \alpha_i |e_i(t)|^{p+1} + \varrho_i \beta_i |e_i(t)|^2 + \varrho_i \gamma_i |e_i(t)| \right).$$

根据文献[18]中引理 2.2, 有

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) (-\alpha_i \text{Sign}(e_i(t)) e_i^p(t) - \beta_i e_i(t) - \gamma_i \text{Sign}(e_i(t))) \\ & \leq -\sum_{i=1}^M 2c_i \alpha_i n^{\frac{1-p}{2}} |e_i(t)|^{p+1} - \sum_{i=1}^M 2c_i \beta_i |e_i(t)|^2 - \sum_{i=1}^M 2c_i \gamma_i |e_i(t)|. \end{aligned}$$

因此,

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^M c_i e_i^\top(t) u_i(t) & \leq \sum_{i=1}^M 2c_i \alpha_i \left(\varrho_i - n^{\frac{1-p}{2}} \right) |e_i(t)|^{p+1} + \sum_{i=1}^M c_i \left(2\beta_i (\varrho_i - 1) + \frac{1}{\theta_i} \right) |e_i(t)|^2 \\ & \quad + \sum_{i=1}^M 2c_i \gamma_i (\varrho_i - 1) |e_i(t)| + \sum_{i=1}^M \frac{c_i}{\theta_i} \chi_i^2(t). \end{aligned}$$

重写(11)式, 得

$$\begin{aligned} V_1(t) & \leq \sum_{i=1}^M c_i \left(2\beta_i (\varrho_i - 1) + \frac{1}{\theta_i} + 2\mu_i + 4 \sum_{j=1}^M a_{ij} h_{ij} \right) |e_i(t)|^2 \\ & \quad + \sum_{i=1}^M 2c_i \alpha_i \left(\varrho_i - n^{\frac{1-p}{2}} \right) |e_i(t)|^{p+1} + \sum_{i=1}^M 2c_i \gamma_i (\varrho_i - 1) |e_i(t)| + \sum_{i=1}^M \frac{c_i}{\theta_i} \chi_i^2(t). \end{aligned} \quad (12)$$

根据(7)式, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) & \leq \sum_{i=1}^M 2\chi_i(t) \left(\delta_i \left(\varrho_i \alpha_i |e_i(t)|^p + \varrho_i \beta_i |e_i(t)| + \varrho_i \gamma_i \right) - \kappa_1 \text{sign}(\chi_i(t)) \chi_i^p(t) \right. \\ & \quad \left. - \kappa_2 \chi_i(t) - \kappa_3 \text{sign}(\chi_i(t)) \right) \\ & \leq \sum_{i=1}^M 2\delta_i \varrho_i \alpha_i \chi_i(t) |e_i(t)|^p + \sum_{i=1}^M 2\delta_i \varrho_i \beta_i \chi_i(t) |e_i(t)| + \sum_{i=1}^M 2\varrho_i \gamma_i \chi_i(t) \\ & \quad - \sum_{i=1}^M 2\kappa_1 \chi_i^{p+1}(t) - \sum_{i=1}^M 2\kappa_2 \chi_i^2(t) - \sum_{i=1}^M 2\kappa_3 \chi_i(t). \end{aligned} \quad (13)$$

根据 Young 不等式, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) & \leq \sum_{i=1}^M \frac{2p\delta_i \varrho_i \alpha_i}{p+1} |e_i(t)|^{p+1} + \sum_{i=1}^M \delta_i \varrho_i \beta_i |e_i(t)|^2 + \sum_{i=1}^M (2\varrho_i \gamma_i - 2\kappa_3) \chi_i(t) \\ & \quad + \sum_{i=1}^M 2 \left(\frac{\delta_i \varrho_i \alpha_i}{p+1} - \kappa_1 \right) \chi_i^{p+1}(t) + \sum_{i=1}^M (\delta_i \varrho_i \beta_i - 2\kappa_2) \chi_i^2(t). \end{aligned}$$

因此,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\sum_{i=1}^M c_i \lambda_{i1} |e_i(t)|^2 - \sum_{i=1}^M c_i \lambda_{i2} \chi_i^2(t) - \sum_{i=1}^M c_i \lambda_{i3} |e_i(t)|^{p+1} - \sum_{i=1}^M c_i \lambda_{i4} \chi_i^{p+1}(t) \\ & - \sum_{i=1}^M c_i \lambda_{i5} |e_i(t)| - \sum_{i=1}^M c_i \lambda_{i6} \chi_i(t). \end{aligned}$$

根据文献[18]中引理 2.2, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\Lambda_1 V(t) - \min_{i \in \mathcal{M}} \left\{ \lambda_{i3} c_i^{\frac{1-p}{2}}, \lambda_{i4} c_i^{\frac{1-p}{2}} \right\} 2^{\frac{1-p}{2}} M^{\frac{1-p}{2}} \left(\sum_{i=1}^M c_i |e_i(t)|^2 + \sum_{i=1}^M c_i \chi_i^2(t) \right)^{\frac{1+p}{2}} \\ & - \min_{i \in \mathcal{M}} \left\{ \lambda_{i5} c_i^{\frac{1}{2}}, \lambda_{i6} c_i^{\frac{1}{2}} \right\} \left(\sum_{i=1}^M c_i |e_i(t)|^2 + \sum_{i=1}^M c_i \chi_i^2(t) \right)^{\frac{1}{2}} \\ = & -\Lambda_1 V(t) - \Lambda_2 V^{\frac{1+p}{2}}(t) - \Lambda_3 V^{\frac{1}{2}}(t). \end{aligned} \tag{14}$$

当 $t \in [S_k, T_{k+1})$, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^M 2\mu_i c_i |e_i(t)|^2 + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M 4c_i a_{ij} h_{ij} |e_i(t)|^2 \\ \leq & \max_{i \in \mathcal{M}} \left\{ 2\mu_i + 4 \sum_{j=1}^M a_{ij} h_{ij} \right\} V(t) \\ = & \Lambda_4 V(t). \end{aligned} \tag{15}$$

结合(14)和(15), 得到

$$\begin{cases} \dot{V}(t) \leq -\Lambda_1 V(t) - \Lambda_2 V^{\frac{1+p}{2}}(t) - \Lambda_3 V^{\frac{1}{2}}(t), & t \in [T_k, S_k), \\ \dot{V}(t) \leq \Lambda_4 V(t), & t \in [S_k, T_{k+1}). \end{cases}$$

根据引理 1, 可知系统(1)和(2)在控制策略(3)下实现固定时间同步。证毕。

芝诺行为通常是由于触发条件持续被满足, 导致控制器无法有效调整触发频率, 从而在物理执行层面变得不可行。下文将通过定理证明所设计的控制策略(3)不呈现芝诺行为。

定理 2 在满足定理 1 及控制策略(3)所需条件的情况下, 控制策略(3)不表现芝诺行为。

证明: 设 $V(t) = |e(t)|^2$ 。根据定理 1, 当 $t \geq T^*$ 时, $V(t) \equiv 0$; 而当 $t < T^*$ 时, 存在一个正常数 m 使得 $V(t) \leq m$ 。因此, 在 $t \in [0, +\infty)$ 上, 有 $V(t) \leq m$ 。

根据(6)和(10), 得到

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_i(t) = & \left(-\alpha_i p \text{diag}(e_i^{p-1}(t)) - \beta_i I_n \right) \\ & \times \left(f_i(y_i(t), t) - f_i(x_i(t), t) + \sum_{j=1}^M a_{ij} \left(H_{ij}(y_i(t), y_j(t)) - H_{ij}(x_i(t), x_j(t)) \right) + u_i(t) \right). \end{aligned}$$

根据假设 1, 可得

$$|\dot{\zeta}_i(t)| \leq \alpha \left(\mu + \left| \alpha_i \text{Sign}(e_i(t_{k,s}^i)) \right| e_i^p(t_{k,s}^i) + \beta_i e_i(t_{k,s}^i) + \gamma_i \text{Sign}(e_i(t_{k,s}^i)) \right),$$

其中 $\alpha = \max_{i \in \mathcal{M}} \left\{ \alpha_i p m^{\frac{p-1}{2}} + \beta_i \right\}$, $\mu = \max_{i \in \mathcal{M}} \left\{ \mu_i m^{\frac{1}{2}} + 2 \sum_{j=1}^M a_{ij} h_{ij} m^{\frac{1}{2}} \right\}$ 。由于 $V(t) \leq m$, 因此令

$\tau = \max_{i \in \mathcal{M}} \left| \alpha_i \text{Sign} \left(e_i \left(t_{k,s}^i \right) \right) e_i^p \left(t_{k,s}^i \right) + \beta_i e_i \left(t_{k,s}^i \right) + \gamma_i \text{Sign} \left(e_i \left(t_{k,s}^i \right) \right) \right|$, 得到

$$\left| \zeta_i \left(t_{k,s}^i \right) \right| \leq \int_{t_{k,s}^i}^{t_{k,s+1}^i} \alpha \left(\mu + \tau \right) dt.$$

根据(4)式, 有

$$\left| \dot{\zeta}_i \left(t_{k,s+1}^i \right) \right| > \varrho_i \left(\alpha_i \left| e_i \left(t_{k,s+1}^i \right) \right|^p + \beta_i \left| e_i \left(t_{k,s+1}^i \right) \right| + \gamma_i \right) \geq \varrho_i \gamma_i.$$

因此, $\alpha \left(\mu + \tau \right) \left(t_{k,s+1}^i - t_{k,s}^i \right) \geq \varrho_i \gamma_i$. 进一步得到 $t_{k,s+1}^i - t_{k,s}^i \geq \varrho_i \gamma_i / \alpha \left(\mu + \tau \right)$.

根据上式, 表明两次触发时间间隔的最小值不会趋于 0. 由此证明, 在控制策略(3)下, 系统(10)能够避免芝诺行为. 证毕.

4. 应用和数值仿真

微电网是相对小规模的电力系统. 作为微电网的一个子集, 孤岛微电网系统内部包含互连节点, 是复杂网络系统的典型示例. 鉴于此, 在本节中, 将以孤岛微电网为例进行说明.

考虑如下孤岛微电网系统:

$$a_i \ddot{\phi}_i(t) + b_i \dot{\phi}_i(t) + d_i \phi_i(t) = \Omega_i - \sum_{j=1}^M a_{ij} \sin(\phi_i(t) - \phi_j(t)), i, j \in \mathcal{M}, \quad (16)$$

其中, a_i , b_i 和 Ω_i 分别表示孤岛微电网中第 i 节点的惯性系数、阻尼系数和额定功率, d_i 是一个正常数, a_{ij} 是非负耦合权重.

设 $\dot{\phi}_i(t) = \tilde{\phi}_i(t)$, 则将(16)式改写为

$$\dot{\Phi}_i(t) = f_i(\Phi_i(t), t) + \sum_{j=1}^M a_{ij} H_{ij}(\Phi_i(t), \Phi_j(t)), i, j \in \mathcal{M}, \quad (17)$$

其中 $\Phi_i(t) = [\phi_i(t), \tilde{\phi}_i(t)]^\top$, $f_i(\Phi_i(t), t) = [\tilde{\phi}_i(t), \frac{1}{a_i}(-b_i \tilde{\phi}_i(t) - d_i \phi_i(t) + \Omega_i)]^\top$ 和

$$H_{ij}(\Phi_i(t), \Phi_j(t)) = -\frac{1}{a_{ij}} [0, \sin(\phi_i(t) - \phi_j(t))]^\top.$$

此处, 将系统(17)视为驱动系统, 类似的响应系统由下式给出:

$$\dot{Q}_i(t) = f_i(Q_i(t), t) + \sum_{j=1}^M a_{ij} H_{ij}(Q_i(t), Q_j(t)) + U_i(t), i, j \in \mathcal{M}, \quad (18)$$

其中, $Q_i(t) = [q_i(t), \tilde{q}_i(t)]^\top$, 控制策略 $U_i(t)$ 基于(3)式设计.

定义误差向量 $E_i(t) = [e_i(t), \tilde{e}_i(t)]^\top = Q_i(t) - \Phi_i(t)$. 结合(17)和(18)给出

$$\begin{aligned} \dot{E}_i(t) = & f_i(Q_i(t), t) - f_i(\Phi_i(t), t) + U_i(t) \\ & + \sum_{j=1}^M a_{ij} \left(H_{ij}(Q_i(t), Q_j(t)) - H_{ij}(\Phi_i(t), \Phi_j(t)) \right), i, j \in \mathcal{M}. \end{aligned} \quad (19)$$

接下来, 提出实现系统(17)和(18)的固定时间同步的准则.

定理 3 假设有向图 \mathcal{G} 是强连通的, 且当满足以下条件时, 系统(17)和(18)能够实现固定时间同步:

$$\frac{\Lambda_4}{\varphi} < \epsilon < \frac{\Lambda_1}{1-\varphi}, \beta_i \left(\varrho_i (\delta_i + 2) - 2 \right) + \frac{1}{\theta_i} + 2\mu_i + 4 \sum_{j=1}^M a_{ij} h_{ij} < 0, \varrho_i \left(1 + \frac{p\delta_i}{p+1} \right) - n^{\frac{1-p}{2}} < 0,$$

$$\frac{\delta_i \varrho_i \alpha_i}{p+1} - \kappa_1 < 0, \frac{1}{\theta_i} + \delta_i \varrho_i \beta_i - 2\kappa_2 < 0, \varrho_i \gamma_i - \kappa_3 < 0,$$

其中 $\mu_i = \max_{i \in \mathcal{M}} \left\{ 1 + \frac{2b_i^2}{a_i^2}, \frac{2d_i^2}{a_i^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$ 。

证明：不难计算

$$\left| f_i(\mathbf{Q}_i(t), t) - f_i(\Phi_i(t), t) \right|^2 \leq \max_{i \in \mathcal{M}} \left\{ 1 + \frac{2b_i^2}{a_i^2}, \frac{2d_i^2}{a_i^2} \right\} \left| \mathbf{Q}_i(t) - \Phi_i(t) \right|^2,$$

因此， $\left| f_i(\mathbf{Q}_i(t), t) - f_i(\Phi_i(t), t) \right| \leq \mu_i \left| \mathbf{Q}_i(t) - \Phi_i(t) \right|$ ，假设 1 成立。根据定理 1，系统(17)和(18)实现固定时间同步。证毕。

现在，对一个包含 $M = 6$ 个节点的孤岛微电网进行数值模拟。给出矩阵 A 的元素如下：

$a_{13} = 2.5 \times 10^{-2}$, $a_{14} = 1.5 \times 10^{-2}$, $a_{23} = a_{52} = a_{64} = 1 \times 10^{-2}$, $a_{26} = 3.5 \times 10^{-2}$, $a_{35} = 2.2 \times 10^{-2}$, $a_{36} = 1.4 \times 10^{-2}$, $a_{42} = 1.75 \times 10^{-2}$, $a_{45} = 1.2 \times 10^{-2}$, $a_{51} = 3.2 \times 10^{-2}$, $a_{61} = 2 \times 10^{-2}$ ，其余元素为 0。显然，有向图 \mathcal{G} 是强连通的，符合定理 1 中强连通条件。

控制器的控制时段为 $[2l, 2l+0.6) \cup [2l+1.25, 2l+1.65)$, $l \in \mathbb{N}$ ，计算出 $\varphi = 0.5$, $T_\varphi = 0.325$ 。接着，令 $a_i = 1$, $b_i = 0.02$, $d_i = 0.8$ 和 $\Omega_i = 2.2$ 。得到 $\mu_i = 1.1314$ 和 $h_{ij} = 1$ 。对于控制器相关的参数，选择 $p = 2$, $\theta_i = 0.85$, $\kappa_1 = 0.12$, $\kappa_2 = 3.2$, $\kappa_3 = 0.2$ 。其余参数在表 1 中给出。

此外，通过设定 $\epsilon = 5$ ，并且推导出 $\Lambda_4/\varphi = 4.8855$ 和 $\Lambda_1/(1-\varphi) = 5.9565$ ，这表明 $\Lambda_4/\varphi < \epsilon < \Lambda_1/(1-\varphi)$ 。对于 $i \in \{1, 2, \dots, 6\}$ ，其它计算结果如表 2 所示。显而易见的是：

$$T_1 = \beta_i (\varrho_i (\delta_i + 2) - 2) + \frac{1}{\theta_i} + 2\mu_i + 4 \sum_{j=1}^M a_{ij} h_{ij} < 0, T_2 = \varrho_i \left(1 + \frac{p\delta_i}{p+1} \right) - n^{\frac{1-p}{2}} < 0,$$

$$T_3 = \frac{\delta_i \varrho_i \alpha_i}{p+1} - \kappa_1 < 0, T_4 = \frac{1}{\theta_i} + \delta_i \varrho_i \beta_i - 2\kappa_2 < 0, T_5 = \varrho_i \gamma_i - \kappa_3 < 0.$$

Table 1. Assigning values to other parameters

表 1. 其余参数的赋值

No.	α_i	β_i	γ_i	ϱ_i	δ_i
1	0.50	7.70	0.30	0.43	0.90
2	0.75	7.00	0.50	0.38	1.20
3	0.60	6.50	0.30	0.45	0.60
4	1.00	9.00	0.20	0.58	1.30
5	1.25	6.50	0.30	0.40	0.60
6	0.80	5.70	0.50	0.36	0.90

Table 2. Some of the computational results

表 2. 一些计算结果

No.	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
1	-2.1989	-0.0191	-0.0555	-2.4236	-0.0710
2	-1.8688	-0.0231	-0.0060	-2.0315	-0.0100

续表

3	-1.8118	-0.0771	-0.0660	-3.4685	-0.0650
4	-2.4368	-0.0111	-0.0620	-3.6575	-0.0840
5	-2.6328	-0.1471	-0.0200	-3.6635	-0.0800
6	-1.8900	-0.1311	-0.0336	-3.3767	-0.0200

至此, 定理 3 中的条件均已满足。令系统(17), (18)以及动态参数 $\chi_i(t)$ 的初始值分别为 $\Phi_i(0) = [-2.5, 7.5]^\top + (-1)^{i+1} i [1.8, 3.6]^\top$, $\mathbf{Q}_i(0) = [2, -1]^\top + (-1)^i i [1.2, 2.4]^\top$ 和 $\chi_i(0) = 32 - 2i$ 。

根据参数赋值, 图 1 展示了无控制输入时系统(17)与(18)的同步误差轨迹。结果显示, 当无外部控制时, 同步误差无法收敛至零。图 2 加入控制输入后的误差轨迹: 在控制器作用下, 所有同步误差最终趋于稳定。此外, 图 3 展示了事件触发机制的时间间隔分布, 表明控制信号的更新频率随误差动态调整。

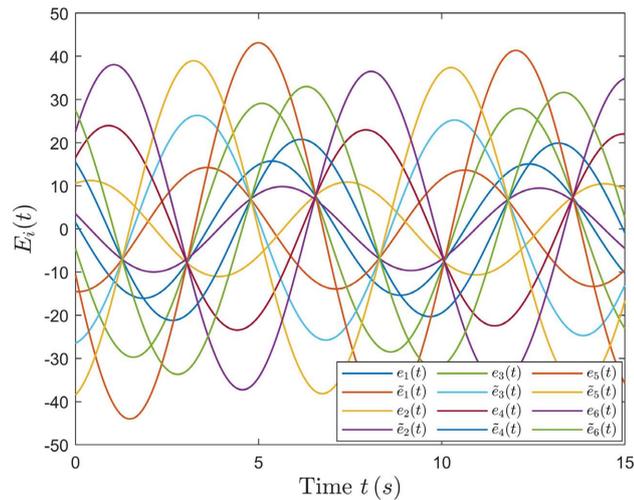


Figure 1. The trajectory of synchronization error without control
图 1. 无控制的误差系统随时间的演变

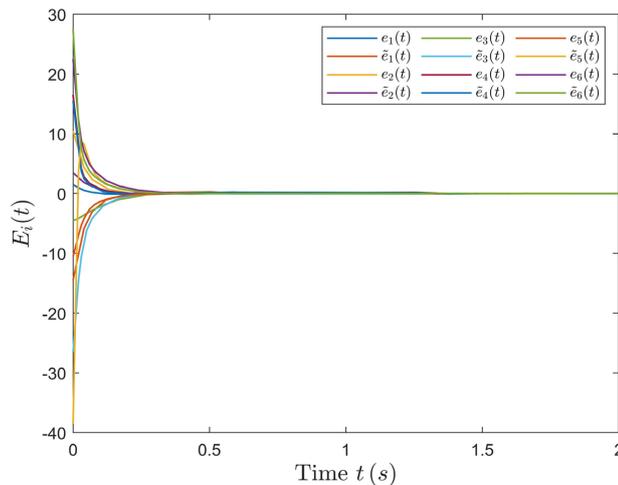


Figure 2. The trajectory of synchronization error with control
图 2. 带有控制的误差系统随时间的演变

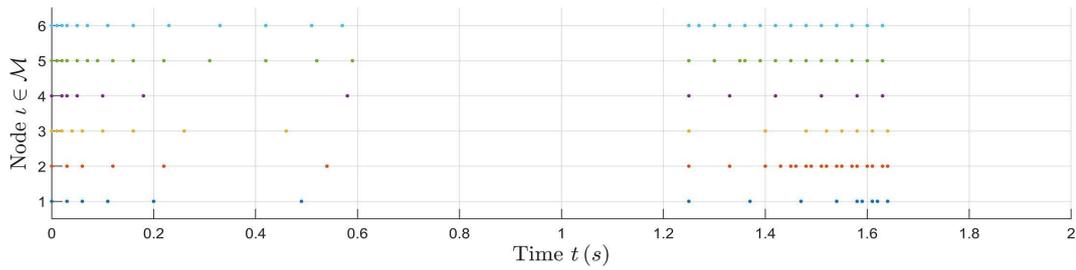


Figure 3. The time interval of the dynamic event-triggered mechanism
图 3. 动态事件触发机制的时间间隔

改变动态参数 $\chi_i(t)$ 的值, 使其始终为 0, 即非周期间歇动态事件触发控制退化为非周期间歇静态事件触发控制, 给出下面图 4 以及表 3。对比时间 $t \in [0, 2]$, 动态事件触发机制相对于静态事件触发机制的触发次数有所降低。对于控制器(3), 动态事件触发控制触发次数相对较少, 需要计算更新控制器的次数较少。因此, 本文采用的动态事件触发机制有效降低了计算量。

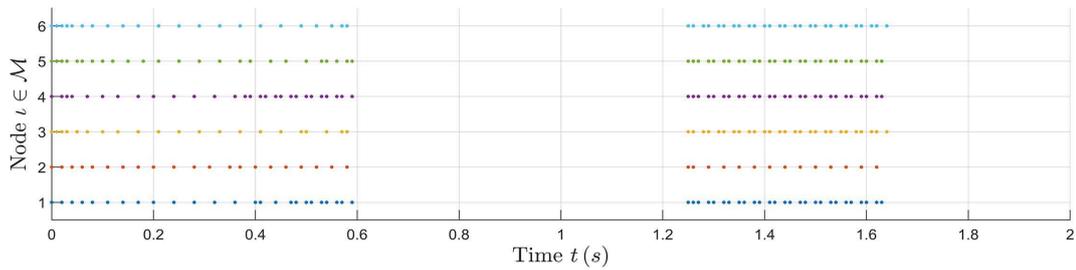


Figure 4. The time interval of the static event-triggered mechanism
图 4. 静态事件触发的时间间隔

Table 3. Comparison of the number of triggers between the two triggering mechanisms
表 3. 两种触发机制的触发次数比较

	节点 1	节点 2	节点 3	节点 4	节点 5	节点 6	总计次数
动态次数	15	24	17	13	27	27	123
静态次数	52	35	48	55	52	49	291

结合控制器(3), 图 5 中的每个节点的控制强度在该节点的两个触发时刻内是一个常值, 即在此期间只需要计算一次控制强度。在图 6 中, 是工作区间控制强度为 $-\alpha_i \text{Sign}(e_i(t))e_i^p(t) - \beta_i e_i(t) - \gamma_i \text{Sign}(e_i(t))$ 的控制器, 可以看出在工作区间, 控制器在时刻更新计算控制强度。因此, 具有事件触发机制的非周期间歇控制比传统的非周期间歇控制在计算开销上占有优势, 从而降低了在计算上消耗的能源。

在定理 1 中, 当 $t \geq T^*$ 时, 驱动系统和响应系统实现固定时间同步时间, 即在 $t \geq T_{\max}$ 上两系统已经实现固定时间同步。我们对 T_{\max} 梯度进行计算:

$$\begin{aligned} \nabla T_{\max} &= \left[\frac{\partial T_{\max}}{\partial T_{\varphi}}, \frac{\partial T_{\max}}{\partial \varphi}, \frac{\partial T_{\max}}{\partial p}, \frac{\partial T_{\max}}{\partial \Lambda_2}, \frac{\partial T_{\max}}{\partial \Lambda_3} \right]^T \\ &= \left[\frac{2}{\varphi} + \frac{\epsilon}{\Lambda_2 \varphi}, -\frac{T_{\max}}{\varphi}, \frac{\epsilon T_{\varphi} (p-1) - 2}{\Lambda_2 (p-1)^2 \varphi}, -\frac{2}{\Lambda_2 \Lambda_2 (p-1) \varphi}, -\frac{2}{\Lambda_3^2 \varphi} \right]^T, \end{aligned}$$

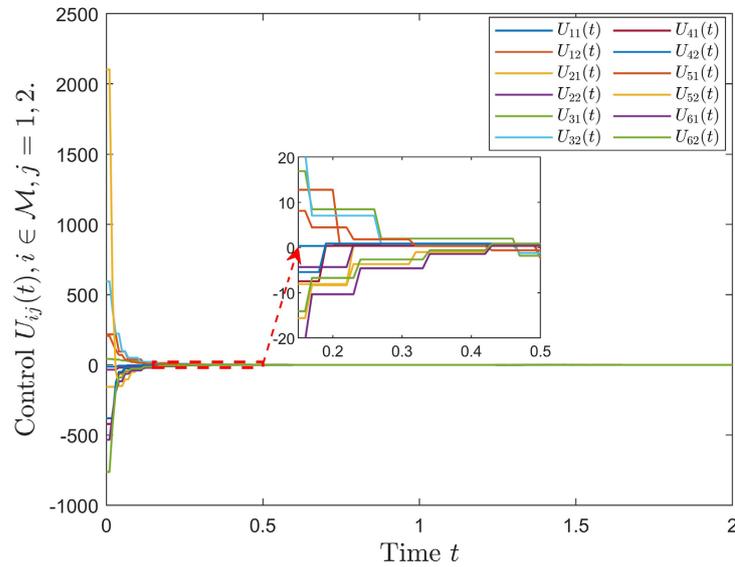


Figure 5. The aperiodic intermittent dynamic event-triggered control

图 5. 非周期间歇动态事件触发控制

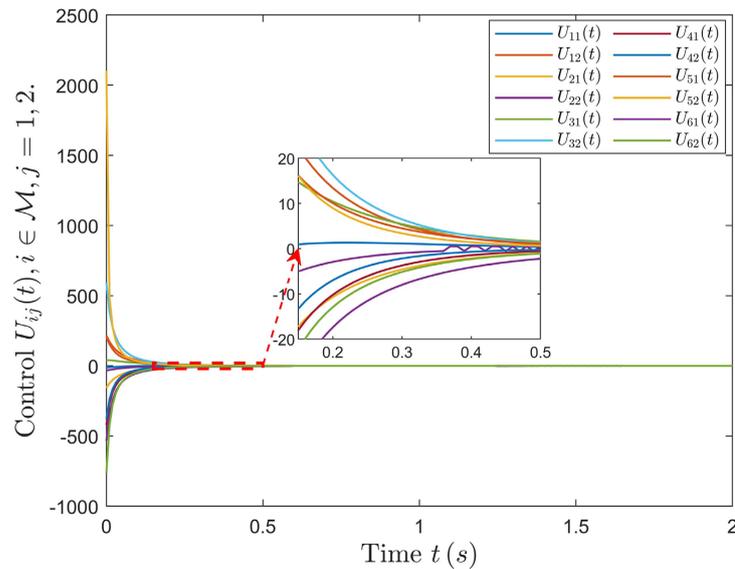


Figure 6. The traditional aperiodic intermittent control

图 6. 传统非周期间歇控制

其中 $\tilde{\Lambda}_2$ 在定理 1 中被定义。显然, T_{\max} 对 T_φ 严格单调递增, 对 φ , Λ_2 和 Λ_3 严格单调递减, 对 p 有一个临界值 $p_0 = 1 + 2/(\epsilon T_\varphi)$, 当 $p < p_0$ 时, 呈递减关系; 当 $p > p_0$ 时, 呈递增关系。由于 Λ_2, Λ_3 与设计控制器的参数相关, 导致 α_i, β_i 等参数的不同会使 Λ_2, Λ_3 不同, 因此图 7 展示了同一传感器但不同控制参数的情况, 当 p 为 1.25, 2 和 3 时, 可以看出在 p 值恒定时, 较大的 Λ_2 和 Λ_3 会有一个小的 T_{\max} 。图 8 展示的是不同传感器的工作时间不一致 (即 T_φ 与 φ 不同), $\Lambda_2 = 0.433$, $\Lambda_3 = 0.0015$ 时, 对 T_{\max} 的仿真, 能够看出较大的控制率 φ 和较小的弹性数 T_φ , 有一个较小的 T_{\max} 。并且在图 7 和图 8 中, 我们标出了本节数值例子的 $T_{\max} = 2688.78$ s。 T_{\max} 的意义在于在 $t \geq T_{\max}$ 可以确定两系统实现固定时间同步, 即在 $t \leq T_{\max}$ 实现固定时间同步。

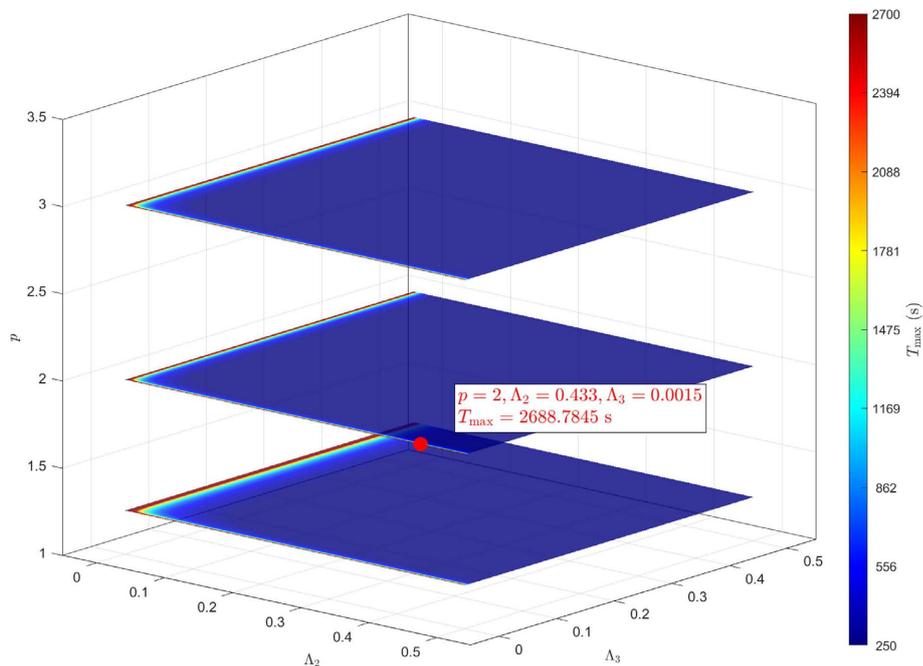


Figure 7. The values of T_{\max} when p is 1.25, 2, and 3, respectively

图 7. p 的值分别为 1.25, 2 和 3 时, T_{\max} 的取值情况

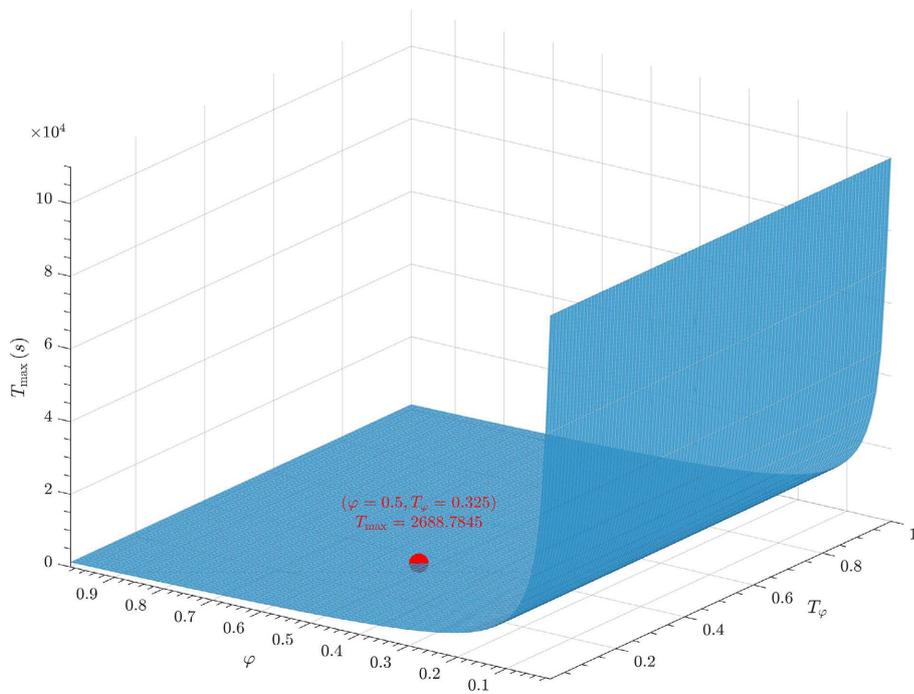


Figure 8. The values of T_{\max} when $\Lambda_2 = 0.433$ and $\Lambda_3 = 0.0015$, respectively

图 8. $\Lambda_2 = 0.433$, $\Lambda_3 = 0.0015$ 时, T_{\max} 的取值情况

5. 结论

本文研究了基于非周期间歇动态事件触发控制下的复杂网络的固定时间同步性。通过结合 Lyapunov

方法和图论,推导出固定时间同步的判定条件。并设计了一种非周期间歇动态事件触发控制策略,实现了复杂网络固定时间同步。最后,将这些研究成果应用于孤岛微电网系统,验证了其有效性。此外,考虑到现实生活中的耦合通常表现为多链路和时变链接,未来我们将探索利用非周期间歇动态事件触发控制和动态事件触发机制,进一步研究具有多链路和时变耦合的复杂网络系统。

基金项目

本研究得到国家自然科学基金(项目编号:62503357)、中国山东省自然科学基金(项目编号:ZR2021MA065)的支持。

参考文献

- [1] Fu, Y., Liang, D. and Xu, Z. (2024) Higher-Order Interaction of Stability Simplicial Complex Driven Group Consensus Reaching in Social Network. *Information Fusion*, **103**, Article ID: 102095. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2023.102095>
- [2] 王霞,刘燕,土哈,等.南京关联新冠肺炎疫情及外溢风险的网络模型分析[J].应用数学学报,2022,45(4):521-532.
- [3] Hu, J., Wang, Z., Liu, G. and Zhang, H. (2020) Variance-Constrained Recursive State Estimation for Time-Varying Complex Networks with Quantized Measurements and Uncertain Inner Coupling. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **31**, 1955-1967. <https://doi.org/10.1109/tnnls.2019.2927554>
- [4] Wu, Y., Zhuang, S. and Li, W. (2019) Periodically Intermittent Discrete Observation Control for Synchronization of the General Stochastic Complex Network. *Automatica*, **110**, Article ID: 108591. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108591>
- [5] Guo, W., Zhang, Y. and Li, W. (2023) Synchronization for the Coupled Stochastic Strict-Feedback Nonlinear Systems with Delays under Pinning Control. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, **48**, Article ID: 101326. <https://doi.org/10.1016/j.nahs.2022.101326>
- [6] Bullmore, E. and Sporns, O. (2012) The Economy of Brain Network Organization. *Nature Reviews Neuroscience*, **13**, 336-349. <https://doi.org/10.1038/nrn3214>
- [7] Dahlem, M., Rode, S., May, A., Fujiwara, N., Hirata, Y., Aihara, K., et al. (2013) Towards Dynamical Network Biomarkers in Neuromodulation of Episodic Migraine. *Translational Neuroscience*, **4**, 282-294. <https://doi.org/10.2478/s13380-013-0127-0>
- [8] Polyakov, A., Efimov, D. and Perruquetti, W. (2015) Finite-Time and Fixed-Time Stabilization: Implicit Lyapunov Function Approach. *Automatica*, **51**, 332-340. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2014.10.082>
- [9] Mi, L., Chen, C., Qiu, B., Xu, L. and Zhang, L. (2020) Fixed-Time Synchronization Analysis for Complex-Valued Neural Networks via a New Fixed-Time Stability Theorem. *IEEE Access*, **8**, 172799-172807. <https://doi.org/10.1109/access.2020.3025373>
- [10] Wu, Y., Hu, S. and Li, W. (2022) Exponential Stability of Stochastic Takagi-Sugeno Fuzzy Systems under Intermittent Dynamic Event-Triggered Control. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **30**, 1648-1659. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2021.3063813>
- [11] Yang, N., Gu, X. and Su, H. (2024) Event-triggered Delayed Impulsive Control for Functional Differential Systems on Networks. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **131**, Article ID: 107850. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2024.107850>
- [12] Wu, Y., Guo, Z., Xue, L., Ahn, C.K. and Liu, J. (2024) Stabilization of Complex Networks under Asynchronously Intermittent Event-Triggered Control. *Automatica*, **161**, Article ID: 111493. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.111493>
- [13] Wu, Y., Wang, Y., Liu, J. and Xu, Y. (2021) Exponential Synchronization of Complex Networks: An Intermittent Adaptive Event-Triggered Control Strategy. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, **68**, 4735-4745. <https://doi.org/10.1109/tcsi.2021.3109454>
- [14] Wu, D., Du, H., Wen, G. and Lu, J. (2019) Fixed-Time Synchronization Control for a Class of Master-Slave Systems Based on Homogeneous Method. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, **66**, 1547-1551. <https://doi.org/10.1109/tcsii.2018.2886574>
- [15] Xu, Y., Wu, X., Mao, B. and Xie, C. (2021) A Unified Finite-/Fixed-Time Synchronization Approach to Multi-Layer Networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, **68**, 311-315. <https://doi.org/10.1109/tcsii.2020.2994546>

- [16] Wu, Y., Sun, Z., Ran, G. and Xue, L. (2023) Intermittent Control for Fixed-Time Synchronization of Coupled Networks. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, **10**, 1488-1490. <https://doi.org/10.1109/jas.2023.123363>
- [17] Li, M.Y. and Shuai, Z. (2010) Global-Stability Problem for Coupled Systems of Differential Equations on Networks. *Journal of Differential Equations*, **248**, 1-20. <https://doi.org/10.1016/j.jde.2009.09.003>
- [18] 肖峰, 甘勤涛, 黄欣. 具有多重权值的时滞复杂网络固定时间同步问题研究[J]. 系统科学与数学, 2020, 40(1): 15-28.