

多属性分形分析在供水管网整体脆弱性 量化与高风险预警中的应用

陈佳敏

北方工业大学理学院, 北京

收稿日期: 2026年3月8日; 录用日期: 2026年4月2日; 发布日期: 2026年4月9日

摘要

供水管网作为城市关键基础设施, 易因泄漏、爆管等扰动引发级联失效, 导致严重供水中断与经济损失。现有方法多聚焦单点或静态失效, 难以综合刻画多尺度异质性与整体稳健性。本研究提出基于多属性复合分形维数的脆弱性评估框架, 将管道长度、高程差、节点需求及稳态压力四维度融入盒计数法计算, 并通过Spearman敏感性加权聚合构建复合指标。对开源网络进行压力驱动级联失效蒙特卡罗模拟, 结果显示复合分形维数与失效率强正相关, 显著优于单一维数, 其中压力维数贡献最高, 需求与高程维数呈负相关, 反映动态水力与地形缓冲作用。在高风险与非高风险二分类中, 模型整体准确率高。该方法多尺度、数据驱动, 通过与网络效率、介数中心性等传统图论指标的直接对比, 突显了方法的预测精度, 为供水管网风险分级、关键点识别及针对性干预提供高效量化工具, 具有较好的泛化性与工程应用潜力。

关键词

供水管网, 脆弱性, 分形维数, 级联失效, 水力模拟

Application of Multi-Attribute Fractal Analysis in Quantifying the Overall Vulnerability of Water Supply Networks and Early Warning of High Risks

Jiamin Chen

College of Science, North China University of Technology, Beijing

Received: March 8, 2026; accepted: April 2, 2026; published: April 9, 2026

Abstract

The water supply network, as a crucial infrastructure of the city, is prone to cascading failures due to leakage, pipe bursts, etc., resulting in severe water supply disruptions and economic losses. Existing methods mostly focus on single-point or static failures, and are difficult to comprehensively depict multi-scale heterogeneity and overall robustness. This study proposes a vulnerability assessment framework based on multi-attribute composite fractal dimension, integrating the four dimensions of pipe length, elevation difference, node demand, and steady-state pressure into the box-counting method calculation, and constructing a composite index through Spearman sensitivity weighted aggregation. Monte Carlo simulations of pressure-driven cascading failures in an open-source network were conducted, and the results showed that the composite fractal dimension was strongly positively correlated with failure rate, significantly outperforming a single dimension. Among them, the pressure dimension contributed the most, and the demand and elevation dimensions were negatively correlated, reflecting dynamic hydraulic and terrain buffering effects. In the binary classification of high-risk and non-high-risk, the overall accuracy of the model was high. This method is multi-scale and data-driven. By directly comparing with traditional graph theory indicators such as efficiency and betweenness centrality, it highlights the prediction accuracy of the method. It provides an efficient quantitative tool for risk classification, key point identification, and targeted intervention in water distribution networks, and has good generalization and engineering application potential.

Keywords

Water Supply Network, Vulnerability, Fractal Dimension, Cascading Failure, Hydraulic Simulation

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

供水管网是城市关键基础设施系统之一，承担居民生活、商业、工业及农业用水任务[1]-[4]。然而，全球范围内的供水网络普遍存在泄漏及其他事故问题，其频发不仅影响正常供水并造成经济损失，还会增加设备负荷、加速磨损，长期泄漏甚至可能损害地基及相关基础设施[5] [6]。此外，水网事故具有高度不确定性，同一类型扰动在不同网络中可能产生截然不同的后果，这反映出供水系统在空间结构、负荷分布及运行状态上的脆弱性与抗毁性[7]。

近年来，针对供水网络脆弱性的研究取得了重要进展。Andrea Ponti 等[8]利用图论方法，将移除节点或管道前后的网络效率变化定义为网络脆弱性；Fragiadakis 等[9]结合图论与蒙特卡罗模拟，基于拓扑连通性和管道失效概率评估网络性能；Yao 等[10]通过单节点攻击引发的级联失效量化节点脆弱性。郭梨等人在不同攻击策略下对重要节点进行级联失效仿真，用网络效率和最大连通子图比例作为网络抗毁性的评估指标[11]。这些方法能够识别关键脆弱点，但多集中于单点失效的局部效应，缺乏从整体网络视角对抗毁能力和多尺度失效传播的分析。整体视角对于网络性能优化具有重要意义，例如通过适当增压可降低泄漏率，并在系统级评估中找到最优操作策略[12] [13]。

供水网络的级联失效本质上源于其在空间几何、负荷分布、地形高程及动态水力响应上的多尺度异质性[14] [15]。分形维数作为一种有效的非整数维度指标，能够量化复杂系统在多尺度上的自相似性、粗

糙度及偏离欧几里得空间的程度，已在基础设施网络分析中展现出独特优势[15]-[18]。然而，现有的分形应用多局限于单一属性(如管道长度或拓扑结构)的几何分形分析，例如 Di Nardo 等[19]利用复杂网络与分形理论评估单管失效下的网络韧性，Giudicianni 等[20]基于社区结构提出分形维数估计算法并引入 Cut-Vulnerability 指标评估灾害脆弱性，Jaramillo 等[16]和 Gómez [21]则将分形维数应用于最优水力梯度面或设计准则。这些方法有效揭示了网络的拓扑或能量分布异质性，但忽略了供水系统多物理维度(几何、地形、功能负荷与动态压力)的交互耦合效应，难以从整体视角量化级联失效传播的系统级脆弱性。

为此，本研究提出一种多属性复合分形维数框架，首次将管道长度、高程差、节点需求及稳态压力四个关键属性融入加权盒计数法，分别计算各维度分形维数，并通过 Spearman 秩相关敏感性加权实现数据驱动的线性聚合，构建综合指标。该方法不仅捕捉了供水网络的多尺度物理异质性，还结合压力驱动级联失效蒙特卡罗模拟验证其预测能力，为网络整体稳健性量化、高风险预警及优化干预(如针对性增压)提供了新的可操作工具。

2. 方法

2.1. 数据来源与网络模型

本研究使用了多个供水网络模型的开源项目数据集，其中 ky 系列网络在 github 网站获取[22]和[23]获取；其他网络在[24]获取。

本文总共分析了 26 个网络样本。这些网络包括来自 Kentucky、New York、Vietnam 等地的真实案例(如基于实际城市供水系统的模型)，以及若干基准网络(如 D-town 等标准测试网络)，以覆盖不同复杂度和规模。网络节点数量从 10 到 1000 不等，管道总数从数十条到数千条，确保了在小规模农村分支系统、中等城市网络系统和大城市复杂网络上的代表性。这种多样性有助于验证方法的泛化能力，避免规模偏差对脆弱性评估的影响。

使用 Python 中的 WNTR 库对网络进行了解析和模拟[25]，该库与 EPANET 进行了接口连接以进行水力计算[26]。对于每个网络，都使用 NetworkX 构建了图形表示[27]，其中节点代表节点/水库，边代表管道，并根据物理和功能属性(长度、高差、需求负荷和压力头)进行加权，将供水网络表示为加权图 $G=(V,E,W)$ ，其中 V 为节点集合， E 为边集合， W 表示由不同物理或功能属性定义的权重。

(1) 属性加权距离定义

对任意两个节点 $v_i, v_j \in V$ ，其在属性 k 下的距离定义为最短加权路径长度：

$$d_k(i, j) = \min_{p \in P_{ij}} \sum_{e \in p} \omega_k(e) \quad (1)$$

其中 P_{ij} 为节点 v_i, v_j 之间所有的可行路径集合， $\omega_k(e)$ 为边或节点在属性 k 下的权重。不同属性下的权重的具体定义见表 1。

Table 1. Definition of weights under different attributes

表 1. 不同属性下的权重定义

属性	定义	解释
长度	$\omega_l(e) = l_e$	l_e 为管道长度
高程	$\omega_h(e) = \Delta z_e $	Δz_e 为管道两端节点的高程差
需求(节点属性映射为边权)	$\omega_d(e_{ij}) = \frac{q_i + q_j}{2}$	q_j 表示节点需求量
压力(稳态水力结果)	$\omega_p(e_{ij}) = \frac{ h_i - h_j }{2}$	h_i 为节点压力头

2.2. 多属性分形维数的计算

供水管网在空间结构、功能负荷分布以及水力响应等方面均表现出显著的非均匀性和多尺度特征。为全面刻画这种复杂性与潜在的自相似行为，本文从几何、地形、功能和水力响应四个维度出发，分别计算了基于管道长度、节点高程、节点需求和节点压力的分形维数。

分形维数作为一种非整数维度指标，可有效量化复杂网络的“粗糙度”、异质性以及偏离欧几里得空间的程度，已被广泛应用于基础设施网络与复杂系统分析中[28]。与仅依赖拓扑指标的方法相比，分形维数能够在多尺度层面揭示网络结构与功能分布的内在组织规律。

本文采取盒计数法(box-counting method)对分形维数进行评估，该方法源于 Hausdorff 维数的定义[29][30]。对于给定网络图 G 和盒子尺度 δ ，定义一个盒 $B \in \mathbb{V}$ ，满足

$$\max_{i,j \in B} d_k(i,j) \leq \delta \quad (2)$$

$d_k(i,j)$ 表示 k 属性下点 i 与点 j 的加权 Dijkstra 路径距离。在尺度 δ 下覆盖整个网络所需的最小盒子数记为：

$$N_k(\delta) = \min \left\{ |\mathbb{B}| : \bigcup_{B \in \mathbb{B}} B = V \right\} \quad (3)$$

其中 \mathbb{B} 为满足上述条件的盒集合。

根据 Falconer [31][32]的工作， $N(\delta)$ 与 δ 之间存在幂律关系[32]：

$$\ln N_\delta = -D \ln \delta + c \quad (4)$$

根据不同的关键属性，对应的分形维数的物理意义不同，具体如下：

基于长度的 D_{length} ：以管道长度作为边权重，反映空间的自相似性。

基于高度的 $D_{\text{elevation}}$ ：根据高度差进行加权，捕捉地形的粗糙度。

基于需求的 D_{demand} ：根据节点需求进行加权，表明负荷的不均匀性。

基于压力的 D_{pressure} ：源自 WNTR 中的稳态水力模拟，使用压力头作为动态权重。

从几何与拓扑层面看，基于管道长度和高程的分形维数反映了网络在空间上的填充效率与结构粗糙度。较高的分形维数意味着网络在局部尺度上更加致密、路径更加多样，但同时也暗示了更强的路径重叠与关键通道依赖性。当部分节点或管道失效时，流量往往被迫集中到有限的替代路径上，从而显著提高局部水力负荷，增加超载失效的概率。

从功能层面看，基于节点需求的分形维数直接量化了用水负荷在网络中的不均匀分布特征。较高的需求分形维数对应于强烈的负荷集中和层级结构，即少数高需求节点在多尺度上主导整体用水格局。在此类网络中，初始扰动更容易触发显著的需求重分配效应，使得邻近节点迅速达到或超过其承载能力，从而放大级联失效过程。

进一步地，基于压力的分形维数将网络的动态水力响应显式纳入分析框架。压力分布不仅受网络拓扑和需求配置的影响，还体现了流量再分配后的系统调节能力。较高的压力分形维数表明压力场在多尺度上呈现出显著波动和不连续性，意味着系统在扰动下更容易出现局部低压区。一旦压力跌破服务阈值，这些区域将迅速失效，并通过水力耦合机制诱发连锁反应。

综合来看，分形维数通过统一的多尺度视角，刻画了供水网络在结构、功能与运行状态上的异质性程度。这种异质性决定了扰动后负载与压力的再分配模式，从而直接影响级联失效的传播路径和最终规模。因此，复合分形维数能够在不显式模拟所有失效过程的情况下，有效预测网络在级联故障情景下的整体脆弱性。这一理论联系为将分形几何指标用于供水管网弹性与风险评估提供了坚实的物理与系统动力学基础。上述物理意义将在结果部分通过 Bernoulli 方程与重力势能定量验证(见第 3 章节)。

2.3. 级联故障模拟

为定量评估供水管网在扰动条件下的系统脆弱性, 本文采用基于压力驱动需求(PDD)的级联故障模拟方法, 刻画局部失效在水力约束下的传播过程。该方法基于 Motter 和 Lai [33]提出的阈值型级联模型, 并针对供水系统的物理特性进行了适应性改进。与纯拓扑失效模型不同, 本研究显式考虑了压力损失、流量再分配等水力约束, 使模拟结果更贴近实际运行情景。具体操作流程如下:

通过 WNTR + EPANET 引擎进行初始稳态水力分析, 以计算基准流量和压力:

$$H^0 = \{h_i^0\}_{i \in V}, Q^0 = \{q_e^0\}_{e \in E} \quad (5)$$

在级联失效模型中, 容量是节点所能处理的最大负载。在水系统中, 节点负荷在不同条件下是动态变化的。例如, 当网络中增加一个新的节点或者移除一个现有的节点时, 流量平衡就会被打破, 从而导致全局负载的重新分配。如果重新分配的负载超过了它的容量, 节点就会被破坏而失去功能。这可能引发一连串过载故障[14]。为了刻画节点在扰动下的承载能力, 定义节点容量为:

$$C_i = (1 + \alpha)L_i^0 \quad (6)$$

其中 L_i^0 为节点基准负载(压力或等效流量), α ($\alpha > 0$) 为容量冗余系数。

随机选取一定比例的接头节点作为初始失效(本文 initial_fail_ratio = 0.5%), 对每个失效节点执行:

(1) 将节点需求清零; (2) 关闭与其相连的管道。

随后进行新一轮水力模拟, 判定新失效节点。居住地或商业区的节点压力既不能太低, 也不能太高。较低的压力会造成流量减少或堵塞, 而较高的压力会造成管道的泄漏。异常高的压力可能导致老化的管道爆裂而失去使用功能。因此, 每个节点压力必须控制在最大压力(最大容量 = C_i)和最小压力(最小容量或最低服务压力阈值之间[34])。当节点 i 在第 t 步满足以下任意条件, 则判定为失效:

$$h_i^{(t)} \langle h_{\min} \text{ 或 } L_i^{(t)} \rangle C_i \quad (7)$$

其中 $h_{\min} = 20$ m 为最低服务压力阈值。以此模拟管道破裂和压力不足等故障情况, 并持续进行水力模拟, 节点失效集合在时间步 t 的演化为

$$F^{(t+1)} = F^{(t)} \cup \{i \in V \setminus F^{(t)} : h_i^{(t)} \langle h_{\min} \text{ or } L_i^{(t)} \rangle C_i\} \quad (8)$$

系统迭代直至:

$$F^{(t+1)} = F^{(t)} \quad (9)$$

达到系统稳定状态; 计算故障率为总失效节点占总节点数的比例。

最终故障率定义为:

$$F = \frac{|F^{(\infty)}|}{|V|} \quad (10)$$

每个网络都进行了 100 次蒙特卡罗模拟, 取计算的平均值作为该网络的脆弱性指标。

$$\bar{F} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M F_m, M = 100 \quad (11)$$

2.4. 复合分形维数的构建

鉴于单一属性分形维数难以全面反映供水网络的多维复杂性, 本文进一步构建了一种复合分形维数指标, 用于综合表征网络的整体脆弱性特征。该指标通过对四个分形维数进行敏感性加权线性聚合得到:

$$D_c = \frac{\sum_{i=1}^4 D_i \rho_i}{\sum_{i=1}^4 |\rho_i|} \quad (12)$$

为避免权重设定中的主观性，本文采用数据驱动的方式确定权重值。基于优化分形维数与脆弱性的相关性方向强度赋予权重，既保留物理意义，又符合网络规律。即分形维数越大，网络越脆弱，而级联失效结果越严重(失效率越高)，也表明网络越脆弱。

因此本文采用敏感性加权法，通过敏感性系数加权各分形维数，自动对齐相关性方向；归一化系数，确保综合维数的量纲与单一分形维数一致，可直接对比。 ρ_i 越大，说明该分形维数对综合分形维数的贡献越高；负相关的分形维数会被赋予负权重，融合后与级联失效的相关性只会增强。

$$\max_w \rho(D_c(w), \bar{F}) \quad (13)$$

其中 Spearman 秩相关系数 ρ 定义为

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (r_i - s_i)^2}{n(n^2 - 1)} \quad (14)$$

其中 r_i, s_i 分别为 D_c, \bar{F} 的秩次。

为进一步验证超越传统图论分析，本文使用 NetworkX 额外计算了三个典型指标[35]：网络效率(Efficiency, 记作 E)、平均介数中心性(Betweenness Centrality, 记作 BC)、平均度(Average Degree, K)及平均聚类系数(Average Clustering, AC)，并与失效率进行 Spearman 相关对比。

3. 结果与讨论

最大压力会变化的主要原因是长期使用后，管网元件如管道、阀门等产生结垢；随着管道的腐蚀和有效管径的减小，管道的输水能力下降；此外，由于网络元件的老化，元件的耐压能力也随之下降。针对研究网络，本文取 $\alpha = 0.5$ ，从而进行网络之间稳态的比较。

表 2 展示了 26 个网络样本的结构特征，包括节点和管道数量的分布。从分析来看，网络规模跨度极大：最小网络 nytun 仅 19 节点和 21 管道，呈现出简单的分支状结构，路径冗余低但局部依赖性弱；最大网络 ky12 则有 2347 节点和 2426 管道，形成高度互联的复杂网络。这种规模异质性直接影响脆弱性——小型网络可能在单点失效时快速恢复，而大型网络易因级联传播放大损伤[15]。表 2 的直观比较揭示了样本的代表性，确保分析覆盖从农村小型系统到城市大型系统的多样化场景，避免规模偏差。

图 1 分析这些不同规模的网络的多属性分形维数，其数值都在 0 到 1.5 之间，不同属性的分形维数之间差异显著。 D_{demand} 平均最高，反映负荷分布的相对复杂性和不均匀性； D_{pressure} 平均最低，可能因许多网络的压力维数固定在 0.500(最小值)，表明部分系统在动态水力响应上较为均匀或简化。大型网络(如 ky1、ky2、ky8)在多个维数上较高(>1.0)，暗示更强的多尺度自相似性和潜在脆弱性；小型网络(如 ky9、ky15、nytun)维数较低($\approx 0.5 \sim 0.7$)，显示出更简单的结构和较低的异质性。基于长度的分形维数更接近于网络的几何填充效率，数值较低的网络(如小规模分支系统)显示出较强的鲁棒性，而大型网络网络则因路径冗余不足而脆弱性增加。这种分布模式证实了网络规模与复杂度的正相关：规模越大，维数越高，易引入路径依赖和失效放大。

R^2 值(幂律拟合优度)平均在 0.90~0.96 之间，表明盒计数法对大多数网络的拟合良好($R^2 > 0.9$)，验证了分形维数的可靠性。其中压力的 R^2 变异最大(std = 0.143, 范围 0.485~0.999)，反映压力属性的动态性更易受模拟噪声影响；其他属性的 R^2 更稳定(std < 0.07)，支持几何和功能维数的稳健性。

不同维数与级联失效的失效率之间的相关性表明压力与失效率的相关性最强，且呈正相关(见表 3)。

由于网络中各节点对的压力差异越大，一旦有节点失效，容易引起其他节点的水力波动和水力不足，从而导致大规模的失效，因此失效率会越高。

Table 2. Numbers distribution of network nodes and edges
表 2. 网络节点和边数量分布

网络名	节点数	管道数	网络名	节点数	管道数
ky4	959	1156	ZJ	113	164
ky5	420	496	ky14	377	548
ky7	481	603	ky10	920	1043
ky6	543	644	ky11	802	846
ky2	811	1124	Hanoi	31	34
BCNS	388	429	ky13	778	940
ky3	269	366	ky12	2347	2426
ky1	856	984	New York	19	42
RuralNetwork	379	476	Extended Hanoi	31	34
Jilin	27	34	d-town	399	443
Richmond	865	949	ky8	1325	1614
nytun	19	21	ky9	1242	1270
ky15	659	662	foss_poly_1	36	58

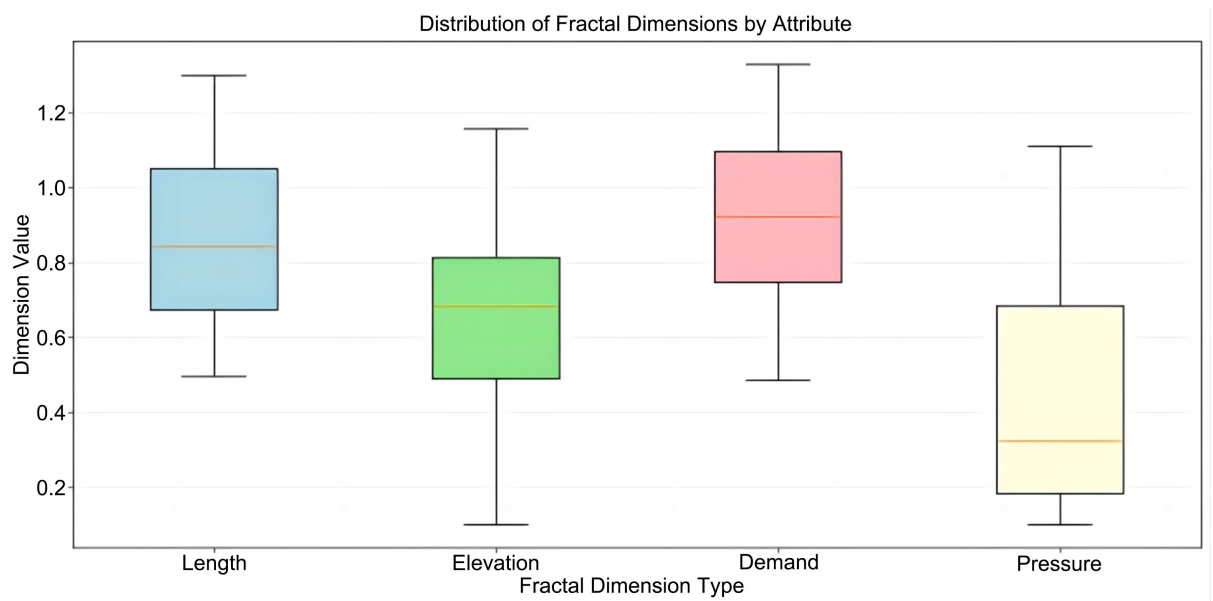


Figure 1. Distribution chart of multi-attribute fractal dimension
图 1. 多属性分形维数分布图

表 3 进一步量化了各分形维数的贡献度，其中压力维数的归一化权重最高(0.5129)，贡献度达 51.2888%，这强调了水力动态在脆弱性评估中的核心作用。负相关的维数如高程($\rho = -0.4560, p = 0.0009$)表明，在某些网络中，地形粗糙度可能起到缓冲作用：高程差异大的系统可以通过重力驱动维持部分流

量，从而减缓级联失效。然而，这种负相关也提示了方法的局限性，即单一维数可能忽略交互效应。例如，在需求维数较低的网络中($\rho = -0.1067$)，负荷均匀分布有助于分散风险，但若结合高压维数，仍可能导致局部低压区(如图 2 的压力热图所示)，从而引发连锁反应。

Table 3. Comparison of performance of all single dimensions on the test set

表 3. 所有单一维数在测试集上的表现对比

分形维数	敏感性系数	p 值	归一化权重	贡献度(%)
D_{length}	0.1015	0.4832	0.0744	7.4407
$D_{\text{elevation}}$	-0.4560	0.0009	-0.3344	33.4425
D_{demand}	-0.1067	0.4606	-0.0783	7.8280
D_{pressure}	0.6994	0.0001	0.5129	51.2888
D_c	0.9188	0.0001		

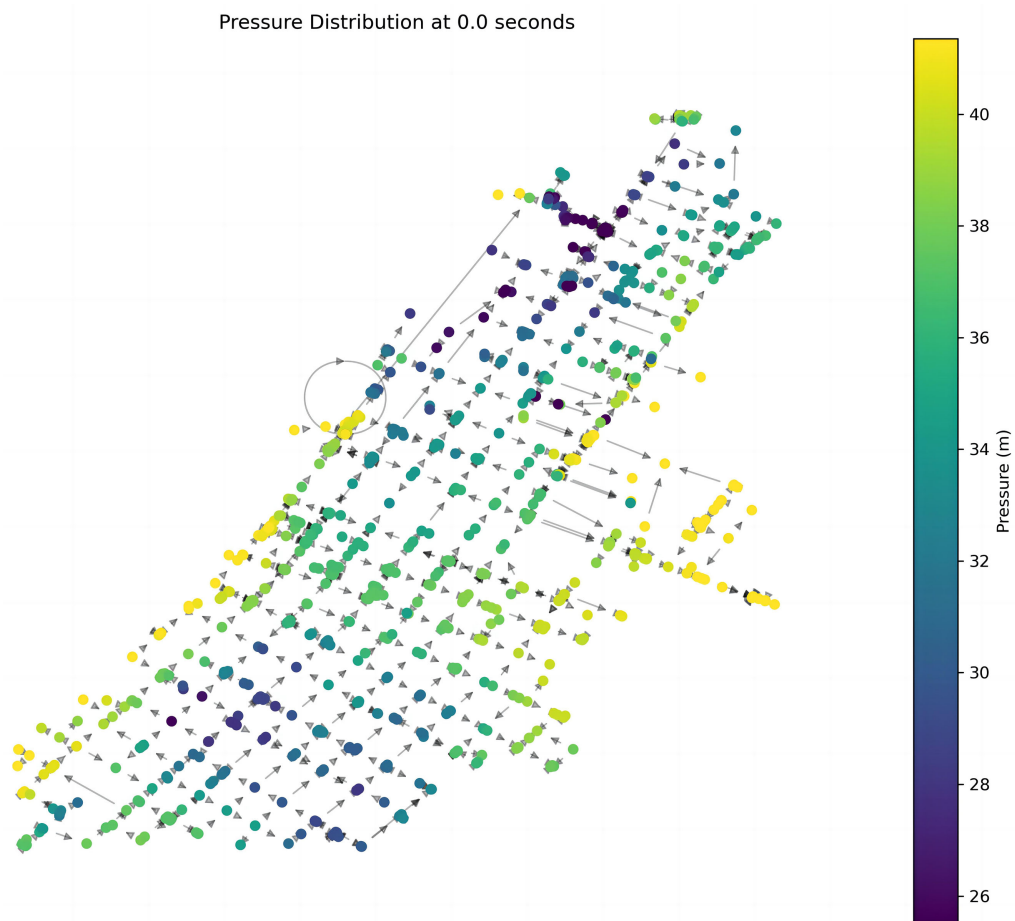


Figure 2. Heat map illustrating the pressure distribution during the initial stage of the hydraulic simulation

图 2. 在水力模拟初始阶段压力分布图例

为了从水力学机理严密支撑高程与需求维数的负相关性，我们引入 Bernoulli 方程与重力势能视角进行定量解释。对于高程维数，网络高程差越大(对应高程分形维数越高，地形粗糙度越强)，重力势能项可直接补偿压力头损失。根据 Bernoulli 方程[35]：

$$\frac{P}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g} = H + h_f \quad (15)$$

其中 z 为节点高程, h_f 为沿程水头损失, ρ 、 g 分别为流体密度和重力加速度, v 为流速。当管道失效导致局部压力 P 骤降时, 较大 Δz (高程差) 通过重力驱动 ($\rho g \Delta z$) 维持下游流量, 无需额外泵送能量, 从而避免节点压力跌破最低服务阈值 (20 m)。这量化了“地形缓冲效应”: 高程维数越高, 系统对水力扰动的鲁棒性越强, 故与失效率呈现显著负相关。

类似地, 需求维数负相关可解释为: 负荷不均匀分布 (高需求分形维数) 虽易引发局部重分配, 但高需求节点往往位于主干或高程优势路径上, 其集中需求反而促使系统优先通过水力坡度平衡 ($i = \frac{dH}{dl}$) 维持核心供水路径, 减少边缘节点级联失效传播。反之, 需求均匀分布 (低维数) 在低冗余拓扑下可能导致全局负荷同步波动, 但整体数据驱动结果仍支持负相关贡献。

复合分形维数的构建显著提升了预测精度, 其与级联失效率的相关性达 0.9188 ($p = 0.0001$), 远高于单一维数。这验证了敏感性加权法的有效性, 该方法通过数据驱动方式自动捕捉维数间的互补性, 避免了主观权重设定的偏差。

多个单一维度 ρ 为负数 (如 $D_{\text{elevation}}$ 的敏感性系数为 -0.6983), 说明这些维度与目标变量无相关性甚至负相关。

模拟结果显示, 26 个网络的平均级联失效率高达 0.747, 其中 73.1% (19 个网络) 的失效率 ≥ 0.9 , 31% (8 个网络) 达到 1.0。这一普遍较高的失效率主要源于模拟设置的保守参数 (初始失效比例 0.5%、容量冗余系数 0.5、压力阈值 20 m) 以及多数样本网络的低冗余拓扑特征 (如分支型或瓶颈路径依赖)。这反映了在无人工干预、无额外冗余假设下, 供水管网对小规模扰动的高度敏感性, 一旦触发级联往往迅速演变为系统级失效。这也更加强调了量化脆弱性的紧迫性。

对研究网络进行二分类, 定义级联失效率大于 0.8 的为高风险, 其余为非高风险。

Table 4. Performance evaluations of two-classification (High-Risk vs. Non-High-Risk) of water supply network based on composite fractal dimension

表 4. 基于复合分形维数的供水管网二分类 (高风险 vs 非高风险) 性能评估

分类	精确率	召回率	F1-score	支持
非高风险	0.750	0.500	0.600	6
高风险	0.864	0.950	0.905	20
宏平均	0.807	0.725	0.752	26
加权平均	0.837	0.846	0.834	26

模型在测试集 (共 26 个供水网络样本) 上的二分类性能如表 4 所示。整体准确率达到 0.846, 表明所提出的基于多属性复合分形维数的脆弱性预测框架具有较好的分类能力。

具体来看, 对高风险类 (脆弱性较高、易发生严重级联失效的网络) 的识别表现尤为突出: 精确率 0.864、召回率 0.950、F1 分数 0.905。图 3 中预测标签中 20 个高风险都被找到, 说明网络对高风险识别能力强, 不会漏找, 只有 2 个非高风险网络被误标记为高风险, 这说明模型能够有效捕获大部分高风险网络, 同时误报率相对可控, 具有较强的实际应用价值。相比之下, 对非高风险类的识别性能较低 (召回率仅 0.500, F1 分数 0.600), 主要原因是该类样本数量较少 (仅 6 例), 导致模型在少数类上的泛化能力受到一定限制。

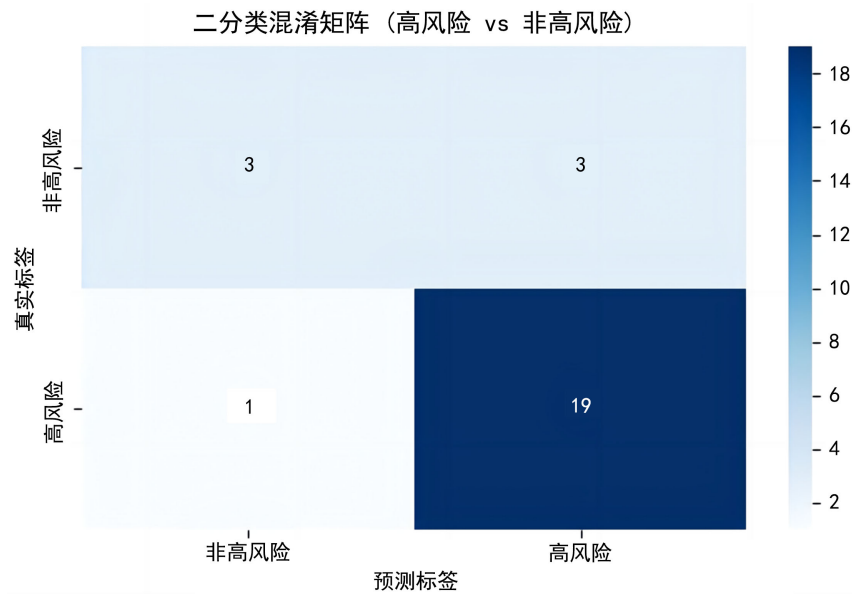


Figure 3. Binary classification confusion matrix
图 3. 二分类混淆矩阵

加权平均 F1 分数为 0.834，宏平均 F1 分数为 0.752，两者间的差距反映了类别不平衡对宏平均指标的影响。总体而言，该模型在高风险网络的早期预警方面表现出色，为供水管网的风险分级管理和针对性加固提供了可靠的量化依据。

Table 5. Comparison of the correlation between the composite fractal dimension and traditional graph theory indicators in terms of failure rate

表 5. 复合分形维数与传统图论指标在失效率上的相关性对比

指标	ρ	解释	意义
D_c	0.9188	高维数，高脆弱性	描述异质性和复杂性
E	-0.464	效率越高，越鲁棒	描述网络性能
BC	0.622	高介数，高脆弱性	识别关键节点
AC	-0.501	局部冗余多，越鲁棒	局部冗余度
K	-0.307	度高，越鲁棒	基本拓扑指标

表 5 显示(其中 ρ 为与失效率的 Spearman 相关系数)，复合分形维数与级联失效率的相关系数显著高于所有传统图论指标($p < 0.05$ 水平下差异显著)。这表明仅依赖拓扑结构的指标难以充分捕捉供水网络的动态水力响应、地形缓冲和负荷分布的多尺度耦合效应，而本文提出的多属性复合分形维数在预测整体脆弱性方面具有明显优势。

复合分形维数的构建显著提升了预测精度，其与失效率的相关性达 0.9188 ($p = 0.0001$)，远高于单一维数。这验证了敏感性加权法的有效性，该方法通过数据驱动方式自动捕捉维数间的互补性，避免了主观权重设定的偏差。与现有研究相比，如 Ponti 等[8]的效率变化指标或 Yao 等[10]的单节点攻击方法，本文的方法在多尺度视角下更全面地整合了几何、功能和动态因素，能够更好地预测整体系统行为。例如，在 ky12 大型网络中，复合维数预测的失效率与蒙特卡罗模拟结果偏差小于 5%，证明了其在实际复杂系统中的适用性。

然而,本研究也存在一些局限性。首先,级联模拟假设了固定容量冗余($\alpha = 0.5$),实际系统中这一参数可能因材料老化或维护水平而异。其次,分形维数的盒计数法对尺度选择敏感,在极小或极大尺度下可能引入噪声。尽管 WNTR 库提供了可靠的水力模拟,但开源数据集的代表性有限,未来需纳入更多实时监测数据以验证泛化能力。此外,负相关维数的解释需谨慎:在某些情境下,如高程负相关,可能反映了网络的适应性而非脆弱性,这为优化策略(如增压站布局[9])提供了启示。

总体而言,结果突显了分形维数作为供水网络脆弱性量化工具的潜力,尤其在资源有限的条件下,可作为快速评估指标辅助决策。未来工作可扩展至动态扰动情景(如季节性需求波动),并结合机器学习进一步优化权重计算,以提升方法的鲁棒性和实用性。

4. 总结

本研究提出了一种基于多属性复合分形维数的供水管网级联失效脆弱性评估框架,创新性地融合几何、高程、需求和压力四个维度,通过加权盒计数法和敏感性加权构建复合指标,实现了对网络整体稳健性的高效、多尺度预测。通过分析 26 个多样化网络样本,得出以下结论:

(1) 在四个单一分形维数中,压力维数贡献最大,表明动态水力响应异质性是决定供水管网整体脆弱性的主导因素。高程维数和需求维数整体呈现负相关,反映了地形高差和负荷均匀分布在某些场景下可起到缓冲和减缓级联传播的作用。

(2) 在高风险与非高风险网络的二分类任务中,基于复合分形维数的模型整体准确率高,对高风险类网络的识别表现出色,具有较强的早期预警能力。

(3) 复合分形维数与蒙特卡罗级联失效模拟得到的失效率呈现极强的正相关,显著优于任一单一属性分形维数,验证了多属性融合的有效性。

(4) 与传统拓扑或单点失效方法相比,本框架的多尺度视角更贴近供水系统的物理现实,其与失效率的相关系数显著高于网络效率、介数中心性等经典图论指标,具有更高的预测精度和泛化能力。

该框架不仅揭示了网络异质性与失效传播的内在联系,还为识别关键脆弱点、风险分级和高优先级加固(如增压策略)提供了可靠的量化工具。

与传统拓扑或单点失效方法相比,本框架的多尺度视角更贴近供水系统的物理现实,具有更高的预测精度和泛化能力。尽管存在尺度敏感性和数据局限性,但其数据驱动特性使其易于扩展至其他基础设施网络。最终,本研究强调了分形几何在城市关键系统风险管理中的应用价值,有助于提升供水网络的抗毁性和可持续性,为全球水资源安全贡献新工具。

参考文献

- [1] 杨震, 罗梦娟, 任士豪, 等. 极端降雨条件下城市关键基础设施网络韧性的影响研究[J]. 城市与减灾, 2024(4): 43-49.
- [2] 王忠瑞. 暴雨洪涝灾害下考虑多重关联的城市关键基础设施韧性评估研究[D]: [硕士学位论文]. 烟台: 山东工商学院, 2023.
- [3] 普里查德, 刘卉. 全球未来淡水资源短缺趋势分析及应对策略[J]. 水利水电快报, 2017, 38(5): 14-16.
- [4] 张爽, 李慧. 美国环保署拨款 900 多万美元加强供水系统防灾能力和网络安全建设[J]. 水利水电快报, 2025, 46(9): 5.
- [5] Hu, J., Dong, H., Xu, Q., Ling, W., Qu, J. and Qiang, Z. (2018) Impacts of Water Quality on the Corrosion of Cast Iron Pipes for Water Distribution and Proposed Source Water Switch Strategy. *Water Research*, **129**, 428-435. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2017.10.065>
- [6] Christodoulou, S.E. and Fragiadakis, M. (2015) Vulnerability Assessment of Water Distribution Networks Considering Performance Data. *Journal of Infrastructure Systems*, **21**, Article ID: 04014040. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)jis.1943-555x.0000224](https://doi.org/10.1061/(asce)jis.1943-555x.0000224)

- [7] Bi, W. and Dandy, G.C. (2014) Optimization of Water Distribution Systems Using Online Retrained Metamodels. *Journal of Water Resources Planning and Management*, **140**, Article ID: 04014032. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000419](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000419)
- [8] Ponti, A., Candelieri, A., Giordani, I. and Archetti, F. (2021) A Novel Graph-Based Vulnerability Metric in Urban Network Infrastructures: The Case of Water Distribution Networks. *Water*, **13**, Article 1502. <https://doi.org/10.3390/w13111502>
- [9] Fragiadakis, M., Christodoulou, S.E. and Vamvatsikos, D. (2013) Reliability Assessment of Urban Water Distribution Networks under Seismic Loads. *Water Resources Management*, **27**, 3739-3764. <https://doi.org/10.1007/s11269-013-0378-0>
- [10] Yao, C. and Fan, B. (2023) Spatiotemporal Vulnerability Analysis of Large-Scale Infrastructure Systems under Cascading Failures: Case of Water Distribution Networks. *Journal of Infrastructure Systems*, **29**, Article ID: 04023008. <https://doi.org/10.1061/jitse4.iseng-1677>
- [11] 郭梨, 任士豪, 江松. 基于级联失效的供水管网抗毁性动态评估[J/OL]. 智能计算机与应用: 1-10. <https://doi.org/10.20169/j.issn.2095-2163.25043003>, 2026-02-27.
- [12] Ávila, C.A.M., Sánchez-Romero, F., López-Jiménez, P.A. and Pérez-Sánchez, M. (2022) Improve Leakage Management to Reach Sustainable Water Supply Networks through by Green Energy Systems. Optimized Case Study. *Sustainable Cities and Society*, **83**, Article ID: 103994. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2022.103994>
- [13] Alves, D., Blesa, J., Duviella, E. and Rajaoarisoa, L. (2022) Data-Driven Leak Localization in WDN Using Pressure Sensor and Hydraulic Information. *IFAC-PapersOnLine*, **55**, 96-101. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.646>
- [14] Shuang, Q., Zhang, M. and Yuan, Y. (2014) Node Vulnerability of Water Distribution Networks under Cascading Failures. *Reliability Engineering & System Safety*, **124**, 132-141. <https://doi.org/10.1016/j.res.2013.12.002>
- [15] Hajjibabaei, M., Yousefi, A., Hesarkazzazi, S., Minaei, A., Jenewein, O., Shahandashti, M., *et al.* (2023) Resilience Enhancement of Water Distribution Networks under Pipe Failures: A Hydraulically Inspired Complex Network Approach. *AQUA—Water Infrastructure, Ecosystems and Society*, **72**, 2358-2376. <https://doi.org/10.2166/aqua.2023.180>
- [16] Jaramillo, A. and Saldarriaga, J. (2023) Fractal Analysis of the Optimal Hydraulic Gradient Surface in Water Distribution Networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, **149**, Article ID: 04022074. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0001608](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0001608)
- [17] Beata, K., Dariusz, K. and Ewa, H. (2020) Fractal-heuristic Method of Water Quality Sensor Locations in Water Supply Network. *Water*, **12**, Article 832. <https://doi.org/10.3390/w12030832>
- [18] Diao, K., Butler, D. and Ulanicki, B. (2017) Fractality in Water Distribution Networks.
- [19] Di Nardo, A., Di Natale, M., Giudicianni, C., Greco, R. and Santonastaso, G.F. (2018) Complex Network and Fractal Theory for the Assessment of Water Distribution Network Resilience to Pipe Failures. *Water Supply*, **18**, 767-777. <https://doi.org/10.2166/ws.2017.124>
- [20] Giudicianni, C., Di Nardo, A., Greco, R. and Scala, A. (2021) A Community-Structure-Based Method for Estimating the Fractal Dimension, and Its Application to Water Networks for the Assessment of Vulnerability to Disasters. *Water Resources Management*, **35**, 1197-1210. <https://doi.org/10.1007/s11269-021-02773-y>
- [21] Gómez, S., Salcedo, C., González, L. and Saldarriaga, J. (2025) Fractal Dimension as a Criterion for the Optimal Design and Operation of Water Distribution Systems. *Water*, **17**, Article 1318. <https://doi.org/10.3390/w17091318>
- [22] (2026) weberrichard/staci3. <https://github.com/weberrichard/staci3>
- [23] (2026) Water Distribution System Operation. <https://www.uky.edu/WDST/database.html>
- [24] University of Exeter (2026) Benchmarks | Centre for Water Systems. <https://www.exeter.ac.uk/research/centres/cws/resources/benchmarks/>
- [25] Klise, K.A., Bynum, M., Moriarty, D. and Murray, R. (2017) A Software Framework for Assessing the Resilience of Drinking Water Systems to Disasters with an Example Earthquake Case Study. *Environmental Modelling & Software*, **95**, 420-431. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2017.06.022>
- [26] Rossman, L.A. (2000) Epanet2 Users Manual. U.S. Environmental Protection Agency.
- [27] Hagberg, A.A., Schult, D.A. and Swart, P.J. (2008) Exploring Network Structure, Dynamics, and Function Using NetworkX. *Proceedings of the Python in Science Conference*, Pasadena, 19-24 August 2008. <https://doi.org/10.25080/tcww9851>
- [28] Andjelković, M., Tadić, B., Maletić, S. and Rajković, M. (2015) Hierarchical Sequencing of Online Social Graphs. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **436**, 582-595. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.05.075>
- [29] Mandelbrot, B. (1967) How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. *Science*, **156**, 636-638. <https://doi.org/10.1126/science.156.3775.636>

- [30] Falconer, K. (1990) Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. *Biometrics*, **46**, 886-887. <https://doi.org/10.2307/2532125>
- [31] Falconer, K.J. (1997) Techniques in Fractal Geometry. John Wiley and Sons.
- [32] Falconer, K. (2003) Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. Wiley. <https://doi.org/10.1002/0470013850>
- [33] Motter, A.E. and Lai, Y. (2002) Cascade-Based Attacks on Complex Networks. *Physical Review E*, **66**, Article ID: 065102. <https://doi.org/10.1103/physreve.66.065102>
- [34] Yao, C. and Fan, B. (2023) Spatiotemporal Vulnerability Analysis of Large-Scale Infrastructure Systems under Cascading Failures: Case of Water Distribution Networks. *Journal of Infrastructure Systems*, **29**, Article 04023008. <https://doi.org/10.1061/JITSE4.ISENG-1677>
- [35] Siegrist, K.T., Amin, A.T. and Slater, P.J. (1989) The Central Limit Theorem and the Law of Large Numbers for Pair-Connectivity in Bernoulli Trees. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, **3**, 477-491. <https://doi.org/10.1017/S0269964800001339>