

基于共识均衡与深度神经网络的相位恢复

祝忍, 刘菁

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首

收稿日期: 2026年4月19日; 录用日期: 2026年5月13日; 发布日期: 2026年5月20日

摘要

相位恢复是计算成像中典型非线性非凸逆问题, 旨在从幅值测量中恢复信号相位, 噪声会显著降低重构精度与成像质量。共识均衡通过平衡方程统一数据拟合与正则化约束, 可将正则化反演的最大后验估计转化为方程求解。本文提出适用于数据驱动模型的通用多映射融合框架, 并从理论上推导共识平衡方程, 证明其解在特定条件下为标准最大后验估计的扩展, 为框架提供理论依据。同时设计对应求解算法, 将共识平衡思想与深度学习结合, 提出兼具可解释性与数据驱动优势的去噪相位恢复方法。

关键词

相位恢复, 共识均衡, 深度神经网络, 图像去噪

Phase Retrieval Based on Consensus Equilibrium and Deep Neural Networks

Ren Zhu, Jing Liu

School of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan

Received: April 19, 2026; accepted: May 13, 2026; published: May 20, 2026

Abstract

Phase retrieval is a typical nonlinear non-convex inverse problem in computational imaging, aiming to recover signal phase from intensity measurements, where noise significantly degrades reconstruction accuracy and imaging quality. Consensus balance unifies data fitting and regularization constraints through balance equations, enabling the transformation of maximum a posteriori estimation of regularized inversion into equation solving. This paper proposes a general multi-mapping fusion framework for data-driven models, theoretically derives the consensus balance equation, and proves that its solution is an extension of the standard maximum a posteriori estimation under specific conditions. A corresponding solving algorithm is designed, and by integrating consensus balance with deep

learning, a denoising phase retrieval method with both interpretability and data-driven advantages is proposed.

Keywords

Phase Retrieval, Consensus Equilibrium, Deep Neural Networks, Imaging Denoising

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

相位恢复[1]是从信号强度测量中反演相位信息的经典计算逆问题,也是计算成像领域典型的非线性非凸逆问题,其核心源于波动测量中相位丢失的现实困境。实际成像中,光学传感器仅能捕获信号振幅,相位信息易受噪声、失真等干扰而损坏,导致信号传输处理失真。相位恢复技术[2]通过利用信号特性或先验知识推测受损相位,依托信号统计、周期性等信息构建求解框架,可有效提升信号质量,为精准信号分析与提取奠定基础。

作为图像重建核心问题,深度学习方法[3]虽能通过数据训练实现良好重构与去噪性能,但观测模型或噪声强度变化时需重新训练,存在明显局限。即插即用(PnP)模型[4]-[7]将去噪算子引入正则化项,其衍生的 PnP-ADMM [6] [8]-[10]、PnP-LADMM [11] [12]等算法提升了去噪鲁棒性,却仍存在重构不足问题;Romano 等人的 RED [13]方法虽具显式表达式且不依赖 ADMM 迭代,仍有优化空间。CE [14] [15]通过共识均衡提升了重建效果,但现有算法在复杂噪声场景、模型泛化性上仍有欠缺,且噪声会严重降低重构精度。

本文提出适用于数据驱动模型的多映射融合框架,推导共识平衡方程并证明其解可作为 MAP 估计拓展形式,设计对应求解算法,结合共识均衡与深度学习,提出兼具可解释性与数据驱动特性的去噪相位恢复算法 prCE-deep-Net。

2. 即插即用

相位恢复问题往往是不适定的,仅利用强度信息求解往往得不到唯一解。因此,通常加入某些先验信息来保证信号的唯一性恢复。即插即用是一种模块化的迭代优化框架,用于解决逆问题。在相位恢复模型中,从最大后验概率的角度出发,在已知测量值 \mathbf{b} ,未知原始信号 \mathbf{x} 的情况下,估计原始信号的过程可以表示为:

$$\mathbf{x} = \arg \max_{\mathbf{x}} p(\mathbf{x} | \mathbf{b}) = \arg \max_{\mathbf{x}} \frac{p(\mathbf{b} | \mathbf{x}) p(\mathbf{x})}{p(\mathbf{b})}, \quad (1)$$

由于测量值 \mathbf{b} 已知,因此将上式转化为 $\hat{\mathbf{x}} = \arg \max_{\mathbf{x}} p(\mathbf{b} | \mathbf{x}) p(\mathbf{x})$,引入负的对数函数求解,将目标函数转化为 $\arg \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \gamma g(\mathbf{x})$,引入分离变量,将公式转变为

$$\mathbf{x} = \arg \min_{\mathbf{x}, \mathbf{v}} f(\mathbf{x}) + \gamma g(\mathbf{v}), \text{ s.t. } \mathbf{x} = \mathbf{v}, \quad (2)$$

引入拉格朗日函数,并进一步优化求解方式,其中数据保真项定义为 $f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{y}\|_2^2$,去噪正则项 $g(\mathbf{x})$ 无明确数学表达式,采用去噪器替代,即更新 \mathbf{v} 的过程通过去噪算子替代近端算法求解。更新 \mathbf{x} 的

过程应用于不动点迭代, 将上述问题转化为如下求解形式:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \frac{1}{1+\rho} \left(\rho \mathbf{A}^H \left(\frac{\mathbf{A}\mathbf{x}^k}{|\mathbf{A}\mathbf{x}^k| + \varepsilon} \odot \mathbf{y} \right) + \mathbf{v}^k \right). \quad (3)$$

其中, $D(\cdot)$ 表示去噪算子。

3. 提出的去噪共识均衡相位恢复

共识均衡是一种突破传统优化框架限制、面向逆问题求解的多映射算子协同平衡理论与方法。旨在通过设计迭代求解算法, 让多个不同的算子达到相互平衡的稳定状态。其解决方案最突出的特点, 就是实现相位恢复算子与去噪算子之间的平衡, 最终的求解结果由多个算子相互作用、达到平衡后产生的共识向量给出, 这些算子中可包含各类图像处理相关的操作。在共识算法迭代与深度学习模块深度融合, 适用于相位恢复、图像重建等逆问题求解。DNCNN 去噪器 [16], 通过深度卷积网络学习噪声残差实现端到端去噪; CBAM 注意力, 通过通道注意力和空间注意力增强关键特征, 抑制噪声; 残差块模块对输入做实部 FFT 变换, 分离实部虚部等(见图 1)。本研究将优化算子或去噪器嵌入其中, 每个算子都对应一个平衡向量, 从而允许多个算子共同参与平衡过程。

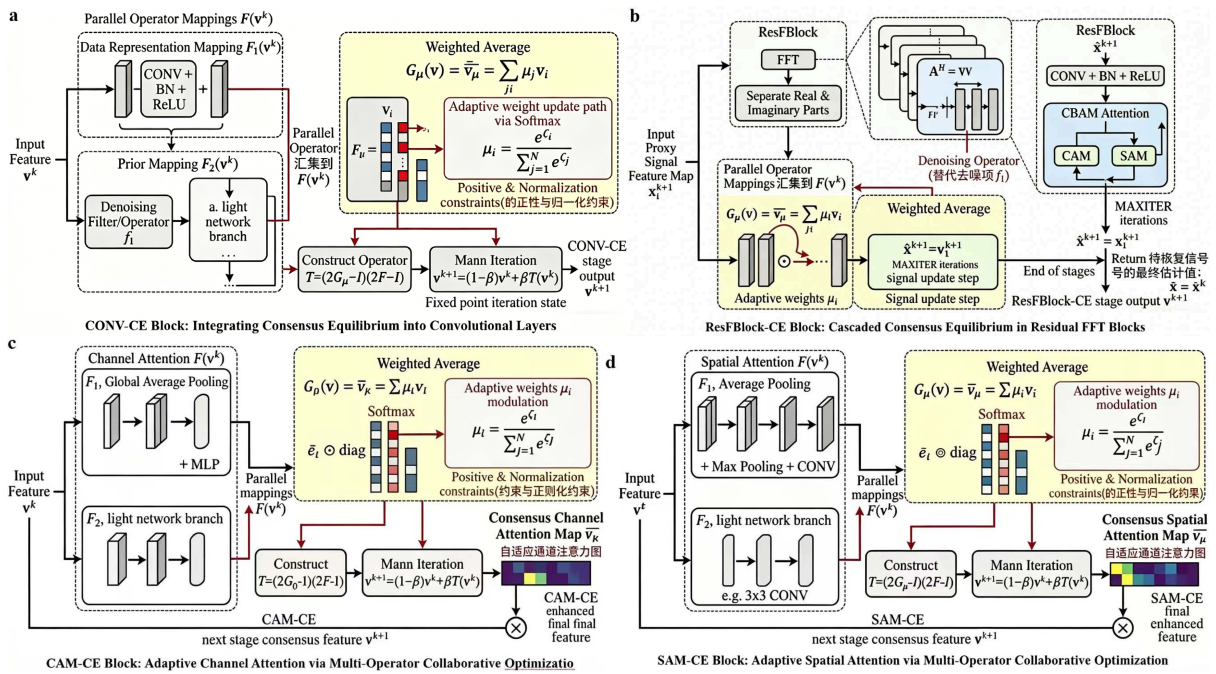


Figure 1. Architecture of consensus equilibrium-based deep neural network for phase retrieval

图 1. 基于共识均衡的相位恢复深度神经网络架构

结合含噪声的相位恢复模型, 我们用线性方程 $y = |\mathbf{A}\mathbf{x}| + \omega$ 来描述该问题(其中 y 为观测值, A 为测量矩阵, \mathbf{x} 为待恢复信号, ω 为噪声)。为了进一步优化求解效果, 我们结合即插即用(Plug-and-Play)方法, 引入多个去噪正则项, 将原目标函数转化为带约束的优化问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mu_1 f_1(\mathbf{x}_1) + \sum_{i=2}^N \mu_i f_i(\mathbf{x}_i), \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{x}_i = \mathbf{x}_1, \quad i = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $f_1(\mathbf{x}_1) = \|\mathbf{A}\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}\|_2^2$ 是数据保真项, $\mu_i > 0$ 为各分项的权重系数, 满足正性与归一化约束 $\sum_{i=1}^N \mu_i = 1$; $f_i(\mathbf{x}_i)$ ($i = 2, \dots, N$) 无明确的数学表达式, 由不同配置的 DnCNN 去噪器实现。同时引入权重 μ_i 对次梯度步长进行调制, 使数据保真项的贡献随权重自适应调整, 优化公式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^k &= \mathbf{x}^{k-1} - \mu_1 \eta^k \mathbf{A}^H \left(\mathbf{A} \mathbf{x}^{k-1} - \mathbf{y} \circ \frac{\mathbf{A} \mathbf{x}^{k-1}}{\left| \mathbf{A} \mathbf{x}^{k-1} \right|} \right), \\ \mathbf{x}_1^k &= \text{PPM}(\mathbf{r}_1^k, \theta^k, \tilde{\mathcal{F}}^k, \mathcal{F}^k), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \mathbf{r}_1^k 为 SGD 模块的输出, μ_i 为数据保真项的权重, 实现步长的自适应调制; $\text{PPM}(\cdot)$ 为近端映射模块, θ^k 为阈值, \mathcal{F}^k 与 $\tilde{\mathcal{F}}^k$ 为非线性变换与逆变换; \mathbf{x}_1^k 为个体优化中间值。

在共识优化框架中, 原始代价函数的最小化问题, 被重新转化为多个辅助函数之和的最小化问题。我们将 $f_1(\mathbf{x}_1)$ 与先验项 $g(\mathbf{x})$ 合并为新的 $f_1(\mathbf{x}_1)$, 此时 $f_1(\mathbf{x}_1)$ 仍为数据保真项, $f_i(\mathbf{x}_i)$ ($i = 2, \dots, N$) 则为去噪正则项, 目标函数可进一步简化为:

$$\min \sum_{i=1}^N \mu_i f_i(\mathbf{x}_i), \quad \mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

对于 $\mu_i, i = 1, \dots, N$, \mathbf{x}_i^k 由 DnCNN 模块优化, 利用 DnCNN 的残差去噪能力实现局部正则化, 同时引入权重 $\mu_i, i = 1, \dots, N$ 对去噪残差进行调制, 平衡去噪强度与图像保真度, 优化公式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i^k &= \text{DnCNN}(\mathbf{x}_i^{k-1}; \omega_i), \\ \mathbf{x}_i^k &= \mathbf{x}_i^{k-1} - \mu_i \mathbf{v}_i^k, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\text{DnCNN}(\cdot; \omega_i)$ 为第 i 个配置的 DnCNN 模块, ω_i 为其卷积核; \mathbf{v}_i^k 为 DnCNN 预测的噪声残差; μ_i 为去噪正则项的权重, 调制残差的幅度, 实现去噪强度的自适应调整; \mathbf{x}_i^k 为个体优化中间值。引入无约束的原始参数 $\zeta_i \in \mathbb{R}^N$, 通过 Softmax 函数将其映射为满足正性与归一化约束的权重 μ_i , 映射公式为:

$$\mu_i = \frac{e^{\zeta_i}}{\sum_{j=1}^N e^{\zeta_j}} \quad (8)$$

基于 Softmax 的权重参数化策略, 将无约束原始参数 ω_i 转化为满足 $\mu_i > 0$, $\sum_{i=1}^N \mu_i = 1$ 的权重 μ_i , 该映射可微, 支持端到端梯度下降训练; μ_i 随测量噪声高低、DnCNN 去噪器效果自适应调整, 解决直接训练难以满足约束的问题。

为了将共识优化框架推广到共识均衡, 我们做出如下假设: 设 $f_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ 为闭凸函数, 定义 N 个向量值映射 $F_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ($i = 1, \dots, N$), 其中每个 F_i 均为近端映射, 其定义为:

$$F_i(\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ f_i(\mathbf{x}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|_2^2 \right\}, \quad (9)$$

针对上述优化问题, 我们构造对应的拉格朗日函数, 随后令 $\boldsymbol{\mu}_i = \rho^{-1} \boldsymbol{\lambda}$, 对拉格朗日函数进行整理, 可得:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i, \boldsymbol{\mu}_2, \dots, \boldsymbol{\mu}_i) = \sum_{i=1}^N \left(\mu_i f_i(\mathbf{x}_i) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_i + \boldsymbol{\mu}_i\|_2^2 \right), \quad (10)$$

该式的推导过程与即插即用方法中的公式一致。我们通过求解拉格朗日函数的 KKT 条件, 得到优化问题的最优解 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\boldsymbol{\mu}})$, 进而得到共识均衡(CE)方程:

$$F(\hat{\mathbf{x}}) + \hat{\boldsymbol{\mu}} = \hat{\mathbf{x}} \quad \text{and} \quad G_{\boldsymbol{\mu}}(\hat{\boldsymbol{\mu}}) = 0, \quad (11)$$

为了求解该 CE 方程, 我们首先定义如下概念:

$$F(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} F_1(\mathbf{v}_1) \\ F_2(\mathbf{v}_2) \\ \vdots \\ F_i(\mathbf{v}_i) \end{pmatrix} \text{ and } G_\mu(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} \overline{v_\mu} \\ \overline{v_\mu} \\ \vdots \\ \overline{v_\mu} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

其中, $G_\mu(\mathbf{v})$ 表示对向量各分量进行重新分配后的加权平均值, 向量 $\overline{v_\mu} = \sum_{i=1}^N \mu_i v_i$ 给出了每个输出分量的加权结果。利用 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\boldsymbol{\mu}})$ 为最优解这一性质, 可推导出 CE 方程的解满足: $(2G_\mu - I)(2F - I)\mathbf{v} = \mathbf{v}$ (其中 I 为单位矩阵)。当 F 为近端映射时, $2F - I$ 被称为反射算子, 此处的反射算子是并行执行的, 之后取加权平均, 而非标准的顺序执行形式。

我们定义算子 $T = (2G_\mu - I)(2F - I)$, 求解 CE 方程的核心就是找到 T 的一个不动点(即满足 $T(\mathbf{v}) = \mathbf{v}$ 的 \mathbf{v})。采用非扩张算子的 Mann 迭代方法, 可得到 CE 方程的迭代公式:

$$\mathbf{v}^{k+1} = (1 - \beta)\mathbf{v}^k + \beta T(\mathbf{v}^k), \quad (13)$$

根据近端映射的定义, $F_1(\mathbf{x})$ (对应数据保真项)的近端映射可表示为:

$$F_1(\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2} \|y - A\mathbf{x}\|_2^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{v}_1\|_2^2 \right\}, \quad (14)$$

为了求解 $F_1(\mathbf{x})$ 的数值解, 代入不动点迭代过程, 可转化为如下数值求解形式(其中 A^* 为 A 的共轭转置):

$$F_1(\mathbf{u}) = 1/(1 + \rho) (\rho A^H (A\mathbf{x}/|A\mathbf{x}| \odot \mathbf{y}) + \mathbf{v}_1^k), \quad (15)$$

而 $F_i(\mathbf{v}_i)$ ($i = 2, \dots, N$, 对应去噪正则项)的近端映射为:

$$F_i(\mathbf{v}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ f_i(\mathbf{x}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{v}_i\|_2^2 \right\}, \quad i = 2, \dots, N. \quad (16)$$

如前所述, $f_i(\mathbf{v}_i)$ ($i = 2, \dots, N$) 代表 $N-1$ 个代理项, 可用去噪器替代, 因此可简写为: $F_i(\mathbf{v}_i) = D_{\sigma_i}(\mathbf{v}_i)$, 其中 σ_i 为不同去噪器对应的去噪强度, 用于适配不同的噪声水平。

算法 1: 基于共识均衡的去噪相位恢复

输入: $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{v}^0 = [\mathbf{v}_1^0, \dots, \mathbf{v}_N^0]$, $k = 1, 2, 3, \dots, \text{MAXITER}$, $\mathbf{v}^0 = [\mathbf{v}_1^0, \dots, \mathbf{v}_N^0]$

输出: \mathbf{x}^K

1: 计算各近端映射(即去噪/数据保真映射):

$$F(\mathbf{v}^k) = \begin{pmatrix} F_1(\mathbf{v}_1^k) \\ F_2(\mathbf{v}_2^k) \\ \vdots \\ F_N(\mathbf{v}_N^k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/(1 + \rho) (\rho A^H (A\mathbf{x}/|A\mathbf{x}| \odot \mathbf{y}) + \mathbf{v}_1^k) \\ D_{\sigma_2}(\mathbf{v}_2^k) \\ \vdots \\ D_{\sigma_N}(\mathbf{v}_N^k) \end{pmatrix}$$

2: 计算加权平均算子: $G_\mu(\mathbf{v}^k) = \begin{pmatrix} \overline{v_\mu}^k \\ \overline{v_\mu}^k \\ \vdots \\ \overline{v_\mu}^k \end{pmatrix}$ 。

续表

- 3: 构造算子: $T = (2G_\mu - I)(2F - I)$;
- 4: 执行 Mann 迭代更新: $\mathbf{v}^{k+1} = (1 - \beta)\mathbf{v}^k + \beta T(\mathbf{v}^k)$;
- 5: 同步更新待恢复信号估计值: $\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \mathbf{v}_1^{k+1}$;
- 6: End for
- 7: Return 待恢复信号的最终估计值: $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^K$

4. 数值实验

在本章中, 我们将展示基于共识均衡理论与深度神经网络权重学习的去噪相位恢复数值实验结果, 详细介绍实验设置, 并对比不同方法的相位恢复效果, 包括直观的视觉重建效果与量化评价数值。

4.1. 参数选择和初始化

在本章中我们处理 CDP 测量的相位恢复问题, 用纯相位 SLM 对四个测量的捕获进行建模, 测试集使用的是 128×128 的灰度图像。我们应用 Pytorch 和 Adam 优化器以及 DnCNN 去噪器实现我们的网络模型, 其中学习率为我们设置学习率为 3×10^{-4} , batchsize 为 10, 初始迭代输入 $\mathbf{x}^0 = 1$ 。为了实现端到端的网络训练, 并提供清晰的监督信号以利于后续研究复现, 我们的模型采用了重构图像与真实图像之间的均方误差(MSE, 即 L2 损失)作为基础数据保真损失, 并结合了结构相似性(SSIM)损失以更好地约束图像的感知质量与边缘纹理。最终的损失函数定义为 $\mathcal{L} = \|\hat{x} - x\|_2^2 + \lambda(1 - \text{SSIM}(\hat{x}, x))$, 其中 \hat{x} 为网络输出的相位重构估计值, x 为真实高清图像, λ 为平衡系数。我们的算法迭代 200 次。所有的数值实验及其对比试验代码均在配备了 Nvidia Geforce RTX A5000 GPU 的笔记本电脑上使用 pytorch 进行测试。

4.2. 实验结果与分析

我们进行了五种算法在 Set12 数据集(见图 2)上的数值实验, 我们分别实验了它们在不同泊松噪声的噪声水平和不同测试图像上的相位恢复效果。为了验证模型的可解释性以及针对不同观测模型的适应能力, 我们对不同噪声强度下网络学习到的算子权重进行了深度可视化与量化分析。

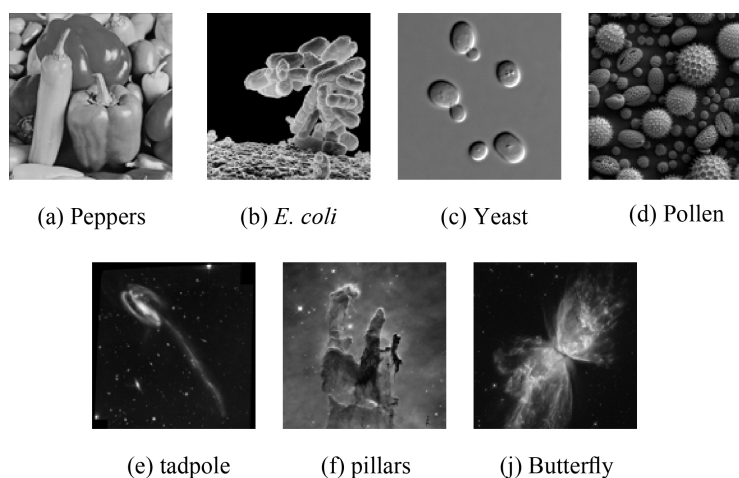


Figure 2. Test images: natural images and unnatural images

图 2. 测试图像: 自然图像与非自然图像

4.2.1. 量化结果分析

表 1 呈现了各方法在噪声水平分别为 9、27、81 时, 在 128×128 测试集上, 在不同噪声等级对各方法进行定量对比。表 1 给出了每种方法的平均 PSNR 与 SSIM, 最优结果分别以加粗标出。可以看出, 在不同噪声等级下, 本文方法均优于另外 4 种方法。

Table 1. Performance comparison of various methods on images under different noise levels

表 1. 不同噪声值各类方法在图像上的性能对比

Method	$\alpha = 9$		$\alpha = 27$		$\alpha = 81$	
	Unnatural	Natural	Unnatural	Natural	Unnatural	Natural
DeepMMSE	40.26/0.98	39.45/0.98	33.03/0.94	32.32/0.93	25.41/0.78	22.64/0.81
USP	41.59/0.98	40.19/0.99	34.95/0.94	33.32/0.94	29.62/0.86	27.20/0.82
PRComplex	41.11/0.98	39.78/0.98	34.64/0.93	33.50/0.94	28.35/0.84	26.55/0.82
PRISTA-Net	41.46/0.98	40.08/0.99	34.90/0.94	33.26/0.94	29.39/0.85	27.04/0.82
PRCE-Net	41.93/0.98	40.44/0.99	35.20/0.95	33.55/0.95	29.71/0.86	27.37/0.83

表 2 在噪声等级为 9 的低噪声条件下, 在 Yeast 图像中, PRCE-Net 的 PSNR 达到最优, 显著高于次优的 PRISTA-Net。在 cameraman 图像上, PRCE-Net 的重构性能相比其他方法在结构保真度上更优。所有方法的 SSIM 均保持在 0.97 以上, 说明低噪声下各算法均能较好保留图像结构, PRCE-Net 在保持高 PSNR 的同时结构保真度未出现明显下降。

Table 2. Performance comparison of different methods on test images with noise level 9

表 2. 噪声为 9 时, 不同方法在测试图像上的性能对比

	<i>E. coli</i>	Pollen	Yeast	peppers	bridge	cameraman
DeepMMSE	39.91/0.99	37.97/0.99	42.9/0.99	40.33/0.99	37.24/0.98	40.18/0.98
UPR	40.64/0.99	38.63/0.99	45.46/0.99	41.06/0.99	38.17/0.99	41.49/0.98
PRComplex	39.80/0.99	38.41/0.99	43.95/0.98	40.20/0.99	38.46/0.98	41.08/0.98
PRISTA-Net	39.90/0.99	38.40/0.99	45.55/0.99	40.97/0.99	37.96/0.98	41.32/0.98
PRCE-Net	40.96/0.99	38.90/0.99	45.90/0.97	41.25/0.99	38.46/0.99	41.60/0.99

表 3 在噪声等级提升至 27 时, 各方法性能普遍下降, 但相对趋势与低噪声场景保持一致。在 Yeast 图像上, PRCE-Net 的 PSNR 相比次优的 PRISTA-Net 提升约 0.8 dB, 优势进一步扩大。在 Pollen 图像上, PRCE-Net 的 PSNR 虽略高于 UPR, 但 SSIM 保持在与其他方法相当, 说明其在噪声增强时仍能平衡细节与结构。PRCE-Net 整体表现仍在全部 6 张图像上取得最高 PSNR, 成为唯一在所有测试样本上均领先的方法, 展现出更强的抗噪声鲁棒性。相比噪声等级 9, 各方法 PSNR 平均下降约 8~10 dB, 其中 DeepMMSE 衰减最显著, 而 PRCE-Net 的衰减幅度最小, 体现了对中高噪声的适应性。

表 4 在噪声等级为 81 的强噪声条件下, PRCE-Net 仍在 cameraman、*E. coli*、Yeast、peppers、Pollen 图像上取得最高重构结果, 强噪声下各方法 SSIM 普遍降至 0.75~0.96, PRCE-Net 的 SSIM 波动最小, 且 PSNR 领先幅度稳定, 证明其在极端噪声下仍能保持可靠的重建质量。

Table 3. Performance comparison of different methods on test images with noise level 27**表 3.** 噪声为 27 时, 不同方法在测试图像上的性能对比

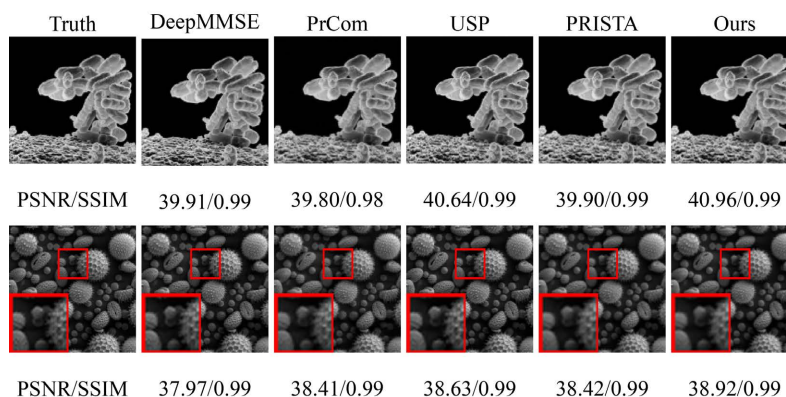
	<i>E. coli</i>	Pollen	Yeast	peppers	bridge	cameraman
DeepMMSE	31.02/0.97	29.83/0.92	37.06/0.98	33.27/0.95	29.91/0.90	33.24/0.92
UPR	32.15/0.97	30.70/0.94	39.71/0.98	34.48/0.96	30.82/0.92	34.84/0.95
PRComplex	32.35/0.91	31.21/0.93	38.36/0.96	34.23/0.95	31.44/0.92	34.66/0.94
PRISTA-Net	32.23/0.97	30.82/0.94	39.44/0.92	34.30/0.95	30.73/0.92	34.77/0.95
PRCE-Net	32.49/0.97	31.02/0.94	40.24/0.98	34.59/0.96	30.90/0.93	34.92/0.95

Table 4. Performance comparison of different methods on test images with noise level 81**表 4.** 噪声为 81 时, 不同方法在测试图像上的性能对比

	<i>E. coli</i>	Pollen	Yeast	peppers	bridge	cameraman
DeepMMSE	23.49/0.85	24.14/0.75	27.52/0.90	25.61/0.83	24.00/0.71	26.10/0.82
UPR	25.44/0.89	25.51/0.80	33.68/0.96	27.78/0.87	25.30/0.74	28.68/0.88
PRComplex	25.21/0.79	25.56/0.81	29.41/0.92	26.79/0.87	25.27/0.76	27.75/0.88
PRISTA-Net	25.38/0.86	25.24/0.79	32.92/0.95	27.48/0.86	25.22/0.74	28.68/0.88
PRCE-Net	25.65/0.87	25.48/0.80	33.71/0.96	27.90/0.87	25.41/0.75	28.98/0.88

4.2.2. 自适应权重与可视化分析

图 3~5 给出 128×128 测试图像在不同噪声等级下的重构可视化对比, 实验结果表明, 权重分配策略随着观测图像的噪声分布呈现出显著且符合物理直觉的动态变化: 低噪声场景下的权重分配, 在泊松噪声水平较低时, 观测数据本身包含较多可靠的真实物理信息。此时, 网络自适应地为数据保真项分配了主导性的高权重 (μ_1) 显著偏大, 而各去噪算子的权重相应降低, 从而最大程度地保留了图像的原始高频纹理与微小细节, 避免了过度平滑。高噪声场景下的权重分配, 当噪声水平显著提升为 81 时, 观测信号被严重污染, 信噪比极低。此时, 自适应机制动态下调了数据保真项的权重 μ_1 , 并大幅增加了去噪算子的权重 ($\sum_{i=2}^N \mu_i$) 的比例显著上升, 以强力介入并抑制严重的噪声伪影。多去噪算子间的协同均衡: 进一步的分析显示, 共识均衡框架内的多个 DnCNN 去噪器在训练后各自收敛到了不同的权重区间, 呈现出有意义的差异化特征。这表明这些并行算子并未同质化, 而是形成了功能互补——例如部分算子权重偏向于平滑均质背景区域, 而另一部分算子的权重则更倾向于锐化物体边缘。上述量化分析展示了 prCE-deep-Net 算法在复杂且多变的噪声场景下强大的自适应调整能力, 证明了在分布式优化思想下融合共识均衡机制与深度神经网络数据驱动模型的优越性与可解释性。



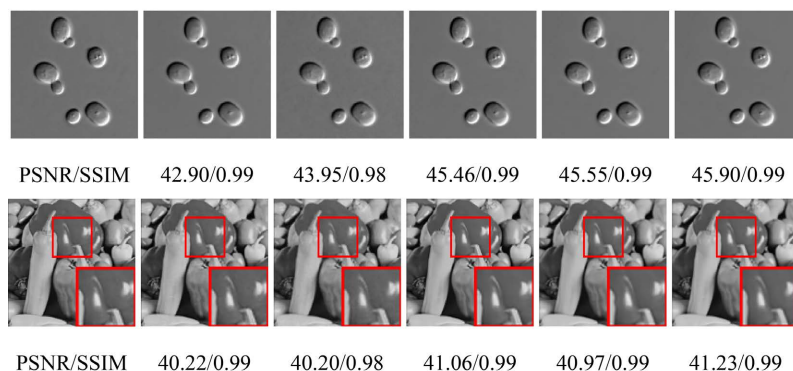


Figure 3. Reconstruction comparison of 128×128 test images at noise level 9
图 3. 128×128 的测试图像在噪声为 9 时的重构比较

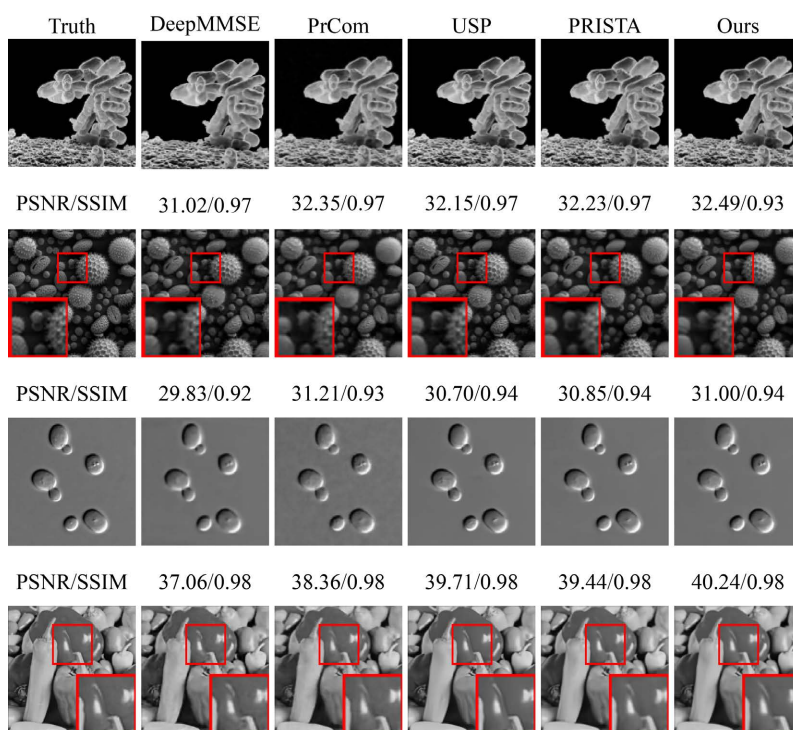
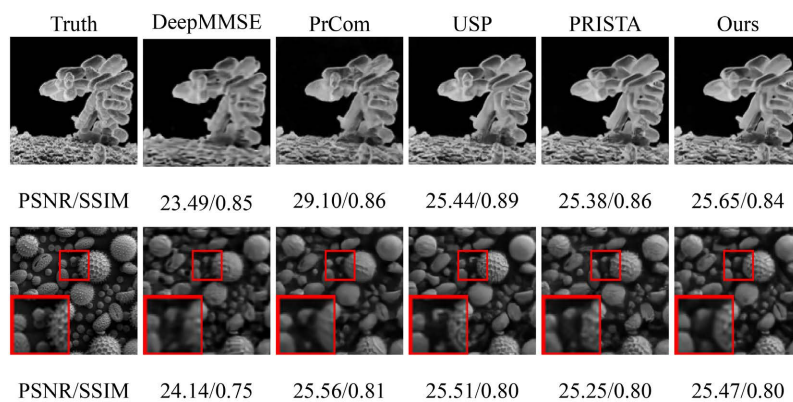


Figure 4. Reconstruction comparison of 128×128 test images at noise level 27
图 4. 128×128 的测试图像在噪声为 27 时的重构比较



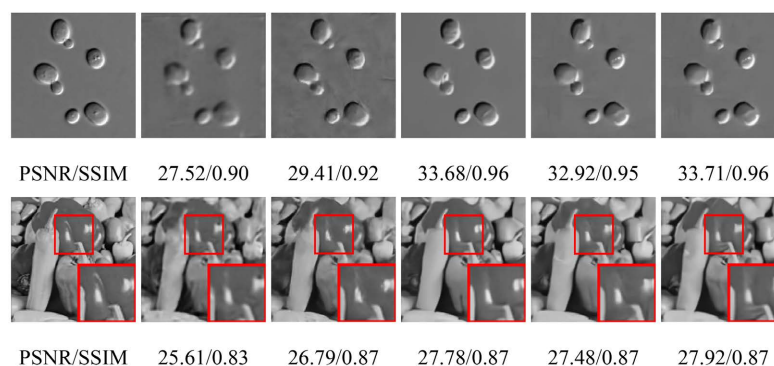


Figure 5. Reconstruction comparison of 128×128 test images at noise level 81

图 5. 128×128 的测试图像在噪声为 81 时的重构比较

5. 小结

本文提出了共识均衡(CE)与深度学习的去噪相位恢复方法展开研究, 针对含噪声相位恢复逆问题的求解难点, 将共识均衡多算子协同平衡理论与深度学习强大的特征学习、去噪能力相结合, 构建了 CE-deep-Net 核心算法, 完成了理论推导、以 DnCNN 作为去噪正则项的核心实现载体, 结合 CBAM 注意力模块与残差块模块提升特征提取与去噪性能, 将权重参数纳入端到端训练, 实现各参数的协同优化。本文所提方法突破了传统优化框架的限制, 通过多算子协同平衡与自适应权重调整。

参考文献

- [1] Gerchberg, R.W. and Saxton, W.O. (1972) A Practical Algorithm for the Determination of Phase from Image and Diffraction Plane Pictures. *Optik*, **35**, 237-250.
- [2] Shechtman, Y., Eldar, Y.C., Cohen, O., Chapman, H.N., Miao, J. and Segev, M. (2015) Phase Retrieval with Application to Optical Imaging: A Contemporary Overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, **32**, 87-109. <https://doi.org/10.1109/msp.2014.2352673>
- [3] Manekar, R., Zhuang, Z., Tayal, K., Kumar, V. and Sun, J. (2020) Deep Learning Initialized Phase Retrieval. *34th Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2020)*, Vancouver, 6-12 December 2020. <https://openreview.net/forum?id=gV415fJHP>
- [4] Chan, S.H., et al. (2017) Plug-and-Play ADMM for Image Restoration: Fixed-Point Convergence and Applications. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, **3**, 84-98.
- [5] He, J., Yang, Y., Wang, Y., Zeng, D., Bian, Z., Zhang, H., et al. (2019) Optimizing a Parameterized Plug-and-Play ADMM for Iterative Low-Dose CT Reconstruction. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **38**, 371-382. <https://doi.org/10.1109/tmi.2018.2865202>
- [6] Pendu, M.L. and Guillemot, C. (2023) Preconditioned Plug-and-Play ADMM with Locally Adjustable Denoiser for Image Restoration. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, **16**, 393-422. <https://doi.org/10.1137/22m1504809>
- [7] Ryu, E.K., Liu, J.L., Wang, S.C., Chen, X.H., Wang, Z.Y. and Yin, W.T. (2019) Plug-and-Play Methods Provably Converge with Properly Trained Denoisers. *Proceedings of the 36th International Conference on Machine Learning*, Long Beach, 9-15 June 2019, 5546-5557.
- [8] Lin, T.Y., Ma, S.Q. and Zhang, S.Z. (2015) On the Global Linear Convergence of the ADMM with Multiblock Variables. *SIAM Journal on Optimization*, **25**, 1478-1497.
- [9] Cai, X.J., Gu, G.Y., He, B.S. and Yuan, X.M. (2013) A Proximal Point Algorithm Revisit on the Alternating Direction Method of Multipliers. *Science China Mathematics*, **56**, 2179-2186.
- [10] Tang, J.Q. and Davies, M. (2020) A Fast Stochastic Plug-and-Play ADMM for Imaging Inverse Problems.
- [11] MacWilliam, K., Dietzen, T. and van Waterschoot, T. (2025) Tracking of Spatially Dynamic Room Impulse Responses along Locally Linearized Trajectories. *Proceedings of the 11th Convention of the European Acoustics Association Forum Acusticum/EuroNoise 2025*, Málaga, 23-26 June 2025, 4103-4110. <https://doi.org/10.61782/fa.2025.0913>
- [12] He, B., Ma, F. and Yuan, X. (2020) Optimally Linearizing the Alternating Direction Method of Multipliers for Convex

- Programming. *Computational Optimization and Applications*, **75**, 361-388.
<https://doi.org/10.1007/s10589-019-00152-3>
- [13] Romano, Y., Elad, M. and Milanfar, P. (2017) The Little Engine That Could: Regularization by Denoising (Red). *SIAM Journal on Imaging Sciences*, **10**, 1804-1844. <https://doi.org/10.1137/16m1102884>
- [14] Wang, X., Juang, J. and Chan, S.H. (2020) Automatic Foreground Extraction from Imperfect Backgrounds Using Multi-Agent Consensus Equilibrium. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, **72**, Article ID: 102907. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2020.102907>
- [15] Buzzard, G.T., Chan, S.H., Sreehari, S. and Bouman, C.A. (2018) Plug-and-Play Unplugged: Optimization-Free Reconstruction Using Consensus Equilibrium. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, **11**, 2001-2020. <https://doi.org/10.1137/17m1122451>
- [16] Zhang, K., Zuo, W., Chen, Y., Meng, D. and Zhang, L. (2017) Beyond a Gaussian Denoiser: Residual Learning of Deep CNN for Image Denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, **26**, 3142-3155. <https://doi.org/10.1109/tip.2017.2662206>