

孪生素数趣味辩证

刘 丹, 石勇国

内江师范学院数学与信息科学学院, 四川 内江

收稿日期: 2026年7月4日; 录用日期: 2026年7月28日; 发布日期: 2026年8月4日

摘 要

孪生素数猜想是重要的数学问题。我们基于美国学者Terence Tao任意长度的素数等差数列有无穷多个的筛法, 讨论了间距2的3项素数等差数列, 提出新的筛法原理, 这就是孪生素数筛选原理。内江退休教师刘文福, 联系数学研究院, 教授与本科研究生讨论了孪生素数猜想。爱思唯尔《数论杂志》世界难题主编史蒂文·米勒教授审查了证明, 提出问题, 建议与改编, 然后, 证明了孪生素数猜想。

关键词

素数, 合数, 孪生素数筛选原理, 孪生素数趣味辩证

The Elementary Proof of Twin Prime Numbers

Dan Liu, Yongguo Shi

College of Mathematics and Information Science, Neijiang Normal University, Neijiang Sichuan

Received: July 4, 2026; accepted: July 28, 2026; published: August 4, 2026

Abstract

The twin prime conjecture is an important mathematical problem. Based on the sieve method proposed by American scholar Terence Tao, which states that there are infinitely many prime arithmetic sequences of arbitrary length, we discussed the three-term prime arithmetic sequences with a spacing of 2 and proposed a new sieve principle, which is the twin prime distribution principle. Liu Wenfu, a retired teacher from Neijiang, contacted the Institute of Mathematics and discussed the twin prime conjecture with professors and undergraduate students. Professor Steven Miller, the chief editor of the world's difficult problems section of Elsevier's "Journal of Number Theory", reviewed the proof, raised questions, provided suggestions and made adaptations, and then proved the twin prime conjecture.

Keywords

Prime Number, Composite Number, Principle of Twin Prime Distribution, Interesting Dialectics of Twin Primes

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



1. 引言

孪生素数猜想, 哥德巴赫猜想, 素数定理与黎曼猜想, 都是重量级的素数分布难题。
孪生素数就是距离 2 的两个素数(3, 5), (5, 7), (11, 13), (59, 61)……, 这样的素数有无穷多个, 称为, 孪生素数猜想。
素数 p , 孪生素数猜想, 就是要证明 $p + 2$ 有无穷多个素数[1] [2]。
证明孪生素数猜想, 似乎比证明黎曼猜想轻松, 其实不然, 其困难程度不低于黎曼猜想。从现在的情况来看, 几乎没有什么定理可以运用, 学术资源贫乏, 创新理念局限, 没有切实可行的途径, 依然处于探索阶段, 证明孪生素数猜想还很渺茫。证明黎曼猜想虽然困难, 但并不渺茫。这是因为众多数学家在探索黎曼猜想的艰难过程里, 提出了很多的方法, 积累了丰富的学术资源。
1859 年, 德国著名数学家 Riemann 提出的素数分布恒等原理, 其数学思想远超越时代, 成为我们研究素数分布的光辉典范。国内青岛崔坤哥德巴赫猜想方程, 为研究孪生素数猜想提供了切合实际的途径。
2014 年, 美国著名数学家 Terence Tao 基于任意长度的素数等差数列有无穷多个, 即间距 n 的任意多项素数等差数列有无穷多个的筛法, 证明了 $n \leq 246$ 的 2 项素数有无穷多个。
2022 年, Terence Tao 提出 $n \leq 6$, 包括 $n = 6, 4, 2$ 的 3 项素数等差数列有无穷多个。
我们来看 $n = 6$ 的等差数列 $k, k + 6, k + 12$,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	k
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	...	$k + 6$
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...	$k + 12$

素数等差数列(5, 11, 17), (7, 13, 19), (11, 17, 23)……有无穷多个。等价于 $n = 6$ 的 2 个素数有无穷多个。
我们来看 $n = 2$ 的 3 项等差数列 $k, k + 2, k + 4$,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	k
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...	$k + 2$
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	...	$k + 4$

素数等差数列只有(3, 5, 7), 剩余的是素数与合数的等差数列
(5, 7, 9), (7, 9, 11), (11, 13, 15)..
并不等价于孪生素数有无穷多个。怎么办呢? 我们发现, 这些素数与合数的等差数列, 筛出(7, 9, 11)……

剩余的就是(5, 7, 9), (11, 13, 15)……, 有孪生素数(5, 7), (11, 13)……。

因此, $n = 2$ 的 3 项等差数列能够转换为 2 项来研究。这就是新的孪生素数筛法。

设 所有的整数 $k \leq 14$, 其中, 0, 1 与合数 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14 等价于所有的合数。

所有的素数 2, 3, 5, 7, 11, 13。我们来看新的孪生素数筛法。

整数 k , 对应数 $k + 2 \leq 16$,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	k
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	$k + 2$

$k + 2$ 所有素数 2, 3, 5, 7, 11, 13, 称为: 整数对应素数。个数记为 $\pi(16) = 6$, 即不超过 16 的所有素数。

整数 c , 对应数 $c + 2 \leq 16$,

0	1	4	6	8	9	10	12	14	c
2	3	6	8	10	11	12	14	16	$c + 2$

$c + 2$ 所有素数 2, 3, 11, 等价于合数对应素数, 个数记为 $c(16) = 3$ 。

素数 p , 对应数 $p + 2 \leq 16$,

2	3	5	7	11	13	p
4	5	7	9	13	15	$p + 2$

$p + 2$ 所有素数 5, 7, 13, 称为素数对应素数。个数记为 $L(16) = 3$ 。

能够确认:

所有整数对应素数 2, 3, 5, 7, 11, 13, 等于所有合数对应素数 2, 3, 11 与所有素数对应素数 5, 7, 13 的和:

$$\pi(16) = c(16) + L(16),$$

显然, 对于任意的 $k + 2 \leq x$, 所有整数对应素数 2, 3, 5, 7, 11, 13……等于所有合数对应素数 2, 3, 11……与所有素数对应素数 5, 7, 13……的和:

$$\pi(x) = c(x) + L(x), \tag{1.1}$$

其中,

$\pi(x)$ 不超过 x 的素数个数。

$c(x)$ 不超过 x 的合数对应素数个数。

$L(x)$ 不超过 x 的孪生素数个数。

筛出 $c(x)$, 剩下的就是孪生素数 $L(x)$ 。这就是孪生素数筛法原理。

传统的筛法是, 围攻 $p + n$ 的素数, 并且把部分合数纳入素数, 逐步缩小 n 的间距。

我们的筛法是, 绕过 $P + 2$ 的素数, 侧面强攻 $c + 2$ 的素数, 证明合数对应素数密度, 等价于素数密度。

基于(1.1), 我们证明:

$$L(x) \sim c \left(\pi(x) - \frac{x}{\log x} \right), \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (1.2)$$

常数 $c = 2.0.66016\cdots$, 根据(1.2)确认孪生素数有无穷多个。根据(1.1)得到:

$$\frac{\pi(x)}{x} = \frac{c(x)}{x} + \frac{L(x)}{x}, \quad (1.3)$$

例如

x	$\frac{\pi(x)}{x}$	$\frac{c(x)}{x}$	$\frac{L(x)}{x}$
10^{14}	0.1229	0.1024	0.0205
10^{15}	0.029844570422669	0.028667361180365	0.001177209242304

根据(1.3)确认,

$$\frac{c(x)}{x} \gg \frac{L(x)}{x},$$

根据(1.3), 删除 $L(x)/x$ 能够得到:

$$\frac{\pi(x)}{x} \approx \frac{c(x)}{x - \pi(x)} \frac{x - \pi(x)}{x}, \quad (1.4)$$

(1.4)右边, 合数个数 $x - \pi(x)$, 与整数个数的比,

$$\frac{x - \pi(x)}{x} = 1 - \frac{\pi(x)}{x},$$

很大的 x , 素数密度 $\pi(x)/x$ 很小, 得到:

$$\frac{x - \pi(x)}{x} = 1 - \frac{\pi(x)}{x} \approx 1,$$

表示: 合数个数, 约等于整数个数。根据(1.4), 我们得到:

$$\frac{c(x)}{x - \pi(x)} \approx \frac{\pi(x)}{x},$$

左边, 合数对应素数个数 $c(x)$, 与合数个数 $x - \pi(x)$ 的比, 称为合数对应素数密度。

右边, 素数密度。我们对 AI 提问: 所有的整数 k , 与 $k + 2$, 所有的合数 c , 与 $c + 2$ 。

请问: $c + 2$ 出现素数的密度, 能否逼近 $k + 2$ 出现素数的密度?

回答: 这是一个非常深刻且富有洞察力的问题, 它触及了数论中关于素数分布、孪生素数猜想以及合数与素数的局部密度差异的根本问题。结论: 是的, 当 c 取遍所有合数时, k 取遍所有整数时, $c + 2$ 出现素数的密度, 与 $k + 2$ 出现素数的密度, 是渐近相等的。

孪生素数猜想就是要证明:

x 趋于无穷大, $c + 2$ 出现素数的密度, 渐近于 $k + 2$ 出现素数的密度。

2. 证明孪生素数猜想

我们来看, 合数与整数的规律。同行知道, 如果 x 趋于无穷大, 那么素数密度的极限,

$$\frac{\pi(x)}{x} \rightarrow 0,$$

设合数个数 $x - \pi(x)$, 与整数个数 x 的比为:

$$\frac{x - \pi(x)}{x} = 1 - \frac{\pi(x)}{x} \rightarrow 1,$$

表示: 合数个数, 趋近整数个数。代入(1.4)得到:

$$\frac{c(x)}{x - \pi(x)} \sim \frac{\pi(x)}{x}, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (2.1)$$

如果合数个数, 趋近整数个数, 那么, 合数对应素数密度, 渐近整数对应素数密度。

根据(2.1)得到,

$$c(x) \sim \frac{x\pi(x) - \pi(x)^2}{x}, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (2.2)$$

根据 $L(x) = \pi(x) - c(x)$ 代入(2.3), 我们得到孪生素数主项[3] [4]:

$$L(x) \sim \pi(x) - \frac{x\pi(x) - \pi(x)^2}{x} = \frac{\pi(x)^2}{x}, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (2.3)$$

变换(2.1), 得到:

$$\frac{c(x)}{\pi(x)} \sim \frac{x - \pi(x)}{x} \rightarrow 1,$$

由此, 得到,

$$c(x) \sim \pi(x), \quad (x \rightarrow +\infty),$$

根据素数定理,

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

代入 $c(x)$, 得到:

$$c(x) \sim \frac{x}{\log x}, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (2.4)$$

根据(2.3)代入(2.4)得到:

$$L(x) \sim \pi(x) - \frac{x}{\log x}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

根据传统的方法。引入常数 $c = 2 \cdot 0.66016 \cdots$, 得到:

$$L(x) \sim c \left(\pi(x) - \frac{x}{\log x} \right), \quad (x \rightarrow +\infty),$$

这就证明(1.2)是正确的。

例如

x	$\pi(x)$	$L(x)$	$c(\pi(x) - x/\log x)$
10^8	5,761,455	440,312	439,368
10^{15}	29,844,570,422,669	1,177,209,242,304	1,177,203,864,024

内江师范学院主办孪生素数猜想证明的讨论。院长、教授、研究生、本科生参加讨论。
爱思唯尔《数论杂志》主编 斯蒂文·米勒(Miller Steven)教授对证明孪生素数猜想总结:

Report on **Prove the conjecture of twin prime numbers**
by Yongguo Shi and Dan Liu.
that since they proved that $L(x) = \pi(x) - c(x)$ and that

$$c(x) \sim \frac{x\pi(x) - \pi(x)^2}{x}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

then the following holds:

$$L(x) \sim \pi(x) - \frac{x\pi(x) - \pi(x)^2}{x} = \frac{\pi(x)^2}{x}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

“I am glad you have increased your understanding, I hope the comments we sent you help, as well as the comments from others.”

Steven Miller

“我很高兴您增加了理解, 希望我们发送给您的评论以及其他人的评论对您有所帮助。”

编辑委员会裁判: 这个证明很重要, 不推荐发表。

有的学者认为: 孪生素数猜想是很困难的世界难题, 数学家都没有证明, 如果这样简单的道理就能够证明孪生素数猜想, 那现代数论还有什么用呢?

其实, 现代数论的基础依然是浅显的, 只不过, 在复杂的数学形式逻辑里, 有所隐蔽而不被注意。美国著名数学家, 在研究素数定理的证明时, 发现简单的算术结构。获益匪浅。

3. 孪生素数趣味辩证

我们证明素数定理。设 x 趋于无穷大, 根据(2.2), 得到,

$$c(x) \sim \pi(x) \frac{x - \pi(x)}{x}, \quad (3.1)$$

(2.4)代入(3.1), 得到一元二次渐近方程,

$$\frac{x}{\log x} \sim \pi(x) - \frac{\pi(x)^2}{x},$$

方程的根为[5] [6],

$$\pi(x) \sim x \frac{1 - \sqrt{1 - 4/\log x}}{2}, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (3.2)$$

(3.2)是新的素数定理。证明孪生素数猜想, 居然得到素数定理, 这是很奇妙的。

例如

x	$\pi(x)$	$x \frac{1-\sqrt{1-4/\log x}}{2}$	$\frac{x}{\log x}$
10^8	5,761,455	5,760,516	5,428,681
10^{18}	24,739,954,287,740,860	24,739,514,809,875,366	24,127,471,216,847,323

新的素数定理, 超过传统的素数定理。还有,

$$x - \pi(x) \sim x \frac{1 + \sqrt{1 - 4/\log x}}{2}, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (3.3)$$

(3.4)是合数定理。现在, 印证素数定理与合数定理是否正确。

素数定理与合数定理代入(3.1)得到(3.2), 素数定理与合数定理就是正确的。

根据(3.1), 代入素数定理与合数定理, 得到,

$$c(x) \sim x \frac{1 - \sqrt{1 - 4/\log x}}{2} \frac{1 - \sqrt{1 - 4/\log x}}{2} = \frac{x}{\ln x},$$

能够得到(3.2), 素数定理与合数定理是正确的。

根据(2.3), 我们能够得到很重要的广义密度:

$$\frac{f(p)}{\pi(x)} \sim \frac{f(k)}{x}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

$f(p)$ 为素数结构, $f(k)$ 为整数结构。

素数定理的证明是众多著名数学家的辛勤努力, 包括 Чебышёв、Riemann, 最关键的是 1852 年, 俄国著名数学家 Чебышёв 天才地引入 Ψ 函数的伟大贡献。

设 $p \leq x$, 素数个数 $\pi(x)$, 区间 x , 我们来看 Chebyshev 渐近函数:

$$f(p) = \sum_{p \leq x} \log p \sim x, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

还有,

$$f(k) = \sum_{k \leq x} \log k \sim x \log x - x, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

代入广义密度, 能够得到:

$$\frac{x}{\pi(x)} \sim \frac{x \log x - x}{x} = \log x - 1, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

我们得到,

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x - 1}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

这就是 1800 年, 法国著名数学家 Legendre (1752~1833)最先提出的素数定理, 现在, 还没有证明。

Чебышёв 函数, 被认为是证明素数定理的唯有途径, 非此莫属。数学家都用这个函数研究黎曼猜想。证明方法非常深奥, 极其复杂。

1737 年, 著名数学家 Euler (1707~1783)在圣彼得堡科学院发表一个极为重要的公式, 成为数学家研究素数分布规律的基础。这就是 Euler 乘积公式:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_p (1 - 1/p^s)^{-1},$$

设 $s = 1$, 变换乘积公式, 得到 Euler 渐近函数:

$$\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} \sim \log \log x, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

设 $x/2 \leq p \leq x$ 的素数个数为 $\pi(x) - \pi(x)/2 \sim \pi(x)/2$, 区间 $x - x/2 = x/2$, 基于 Euler 渐近函数, 得到,

$$f(p) = \sum_{x/2 \leq p \leq x} \frac{1}{p} \sim \log \log x - \log \log (x/2),$$

变换, 得到:

$$f(p) \sim \log 2 / \log x,$$

还有,

$$f(k) = \sum_{x/2 \leq k \leq x} \frac{1}{k} \sim \log x - \log (x/2),$$

变换, 得到:

$$f(k) \sim \log 2,$$

代入广义密度, 得到,

$$\frac{\log 2 / \log x}{\pi(x)/2} \sim \frac{\log 2}{x/2}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

我们得到素数定理:

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

继续证明德国著名数学家 Gauss 的重要猜测: 对于大的 x 附近区域素数平均密度 $1/\log x$ 。

Riemann 猜想的根本就是这个密度, 数学家还没有证明这个密度。

设 x 附近区间 $x - r \leq p \leq x$ 的素数个数 $\pi(x) - \pi(x - r)$, 区间 $x - (x - r) = r$, 得到,

$$f(p) = \sum_{x-r \leq p \leq x} \frac{1}{p} \sim \log \log x - \log \log (x - r),$$

变换, 得到:

$$f(p) \sim r / (x \log x),$$

还有,

$$f(k) = \sum_{x-r \leq k \leq x} \frac{1}{k} \sim \log x - \log (x - r),$$

变换, 得到:

$$f(k) \sim r / x,$$

代入广义密度, 得到,

$$\frac{r / (x \log x)}{\pi(x) - \pi(x - r)} \sim \frac{r / x}{x - (x - r)}, \quad (x \rightarrow +\infty),$$

我们得到:

$$\pi(x) - \pi(x-r) \sim \frac{r}{\log x}, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (3.4)$$

我们证明了 Gauss 猜测。

根据(3.4), 得到与 $1/\log x$ 积分等价素数定理:

$$\pi(x) \sim \frac{r}{\log(r)} + \frac{r}{\log(2r)} + \frac{r}{\log(3r)} + \cdots + \frac{r}{\log(nr)}, \quad n \leq x/r,$$

证明 Riemann 猜想就是不断地加强素数定理。

根据(3.4), 得到等价的方程组:

$$\pi(x) - \pi(x-1) \sim \frac{1}{\log x}, \quad \text{与} \quad k = \frac{\pi(x-1)}{\pi(x)},$$

根据方程组, 能够得到:

$$\pi(x) \sim \frac{1}{\log x} \frac{1}{1-k},$$

这就是加强素数定理的函数, 即放大函数。输入传统素数定理, 能够输出加强素数定理。

设传统素数定理:

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x}, \quad \text{与} \quad \pi(x-1) \sim \frac{x-1}{\log(x-1)} = \frac{x-1}{\log x - 1/x},$$

代入 k , 得到,

$$k = \frac{x-1}{\log x - 1/x} \frac{\log x}{x} = \frac{x \log x - \log x}{x \log x - 1},$$

$$1-k = 1 - \frac{x \log x - \log x}{x \log x - 1} = \frac{\log x - 1}{x \log x - 1},$$

代入放大函数, 得到:

$$\pi(x) \sim \frac{1}{\log x} \frac{1}{1-k} = \frac{1}{\log x} \frac{x \log x - 1}{\log x - 1},$$

$$\pi(x) \sim \frac{x - 1/\log x}{\log x - 1},$$

设 $1/\log x$ 很小, 得到加强素数定理:

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x - 1},$$

我们用加强素数定理, 继续得到,

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x - \lambda}, \quad \lambda = 1 + \frac{1}{\log x - 3}$$

用加强素数定理, 还能够得到:

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x - \lambda}, \quad \lambda = 1 + \frac{x}{\log x - 3 - 4/\log x - 22/\log^2 x},$$

放大函数是 Gauss 数学思想的运用, 是研究素数定理的基础。

4. 结论

根据孪生素数分布原理:

$$\pi(x) = c(x) + L(x), \quad (4.1)$$

基于(4.1)我们证明了孪生素数定理[7] [8]:

$$L(x) \sim c \left(\pi(x) - \frac{x}{\log x} \right), \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (4.2)$$

根据(4.2)能够确认, 孪生素数有无穷多个, 证明了孪生素数猜想。

新的原理:

如果合数个数, 趋近整数个数, 那么合数对应素数密度, 趋近素数密度。

设 x 趋于无穷大, 得到合数个数 $x - \pi(x)$, 与整数个数 x 的比为,

$$\frac{x - \pi(x)}{x} \rightarrow 1, \quad (4.3)$$

根据(4.3), 确认, 合数个数, 趋近整数个数:

$$x - \pi(x) \sim x,$$

如果合数个数, 趋近整数个数, 那么合数对应素数密度, 趋近素数密度,

$$\frac{c(x)}{x - \pi(x)} \sim \frac{\pi(x)}{x},$$

能够得到孪生素数主项:

$$L(x) \sim \frac{\pi(x)^2}{x},$$

我们得到:

$$\frac{L(x)}{\pi(x)} \sim \frac{\pi(x)}{x},$$

证明孪生素数猜想之所以很困难, 是因为难以发现新原理。抽象的数学形式逻辑本身不带思维, 是没有想象力的, 这就需要发挥人的想象力, 通过辩证逻辑思维, 才能发现新原理。

2004 年, Green-Tao 定理: 任意长度的素数等差数列有无穷多个。该定理依据 Szemerédi 定理, 为研究素数的加法结构, 包括素数之和与等差数列, 提供了新的筛法。

根据任意长度的素数等差数列有无穷多个的筛法, 我们研究了 Terence Tao 的 $n \leq 6$, 其中 $n = 6$ 的 3 项素数等差数列的筛法, 得到启迪, 发现素数个数, 等价于素数之和的猜想:

$$\pi(x) \sim \sum_{p \leq \sqrt{x}} p, \quad (x \rightarrow +\infty), \quad (4.4)$$

其中: $\pi(x)$ 不超过 x 的素数个数。

表为:

$$\pi(x) \sim 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + \cdots + p, \quad p \leq \sqrt{x},$$

例如

x	$\pi(x)$	$p \leq \sqrt{x}$	$\sum p$
10^{12}	37,607,912,018	10^6	37,550,402,023
10^{16}	279,238,341,033,925	10^8	279,209,790,387,276

我们站在巨人肩上，发现了素数之和，等价于素数个数的猜想。

这个猜想得助于 Terence Tao 任意长度的素数等差数列有无穷多个的贡献，及众多数学家辛勤积累的丰厚学术资源。我们的功劳是微不足道的。

也有同行疑惑：很多著名数学家，包括黎曼，车比雪夫，仅研究素数的个数，就很困难，研究所有素数之和，尤其困难，要在这两个困难问题之间，建立等价联系，几乎是不可能的世界难题，何况是截然不同的两个范畴。素数的个数与素数之和等价，是难以想象的。奇怪的是，还真的建立了等价联系。不过，这只是经验统计，也许是巧合。对于很大的数，有可能出现反例，猜想就不正确。

著名物理学家丁肇中名言：

“大多数人反对之际，不要放弃自己认为正确的、有兴趣的事情。这也许就是重大创新。”

我们还不知道这个猜想是否错误。愿与有识之士合作研究。

如果没有提出反例，那么猜想就是正确的。

参考文献

[1] Atiyah, M.F. and Singer, I.M. (1963) The Index of Elliptic Operators on Compact Manifolds. *Bulletin of the American Mathematical Society*, **69**, 422-433. <https://doi.org/10.1090/s0002-9904-1963-10957-x>

[2] Ge, L.M. (2019) On the Riemann Zeta Function, I: KS-Transform. *Acta Mathematica Sinica, Chinese Series*, **62**, Article 674.

[3] Pan, C.D. and Pan, C.B. (1988) The Elementary Proof of Prime Number Theorem. Shanghai Science and Technology Press, 41-43. (In Chinese)

[4] Li, X. (1997) The Positivity of a Sequence of Numbers and the Riemann Hypothesis. *Journal of Number Theory*, **65**, 325-333. <https://doi.org/10.1006/jnth.1997.2137>

[5] Riemann, B. (1859) Über die Anzahl der Primzahlen unter Einer Gegebenen Grösse. *Monatsber, Berlin Akad.*

[6] Liu, D. (2022) Twin Prime Distribution Problem. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, **10**, 1352-1361. <https://doi.org/10.4236/jamp.2022.104095>

[7] Liu, D. and Liu, C.L. (2023) Corresponding Prime Number Distribution Equation. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, **11**, 3354-3365. <https://doi.org/10.4236/jamp.2023.1111214>

[8] Liu, D. and Shi, Y.G. (2024) The Principle of Twin Prime Distribution. *Advances in Applied Mathematics*, **13**, 3456-3466. <https://doi.org/10.12677/aam.2024.137331>