

面向乘客需求实时响应的定制公交线路优化

高梦娜¹, 姚琛^{2*}, 翟金刚¹

¹鲁东大学数学与统计科学学院, 山东 烟台

²鲁东大学交通学院, 山东 烟台

收稿日期: 2026年4月27日; 录用日期: 2026年5月22日; 发布日期: 2026年5月28日

摘要

针对定制公交运营阶段新增乘客请求实时、随机到达, 传统静态线路方案难以及时响应的问题, 研究基于乘客动态需求响应的定制公交线路优化方法。在静态线路规划结果基础上, 采用滚动时域策略, 将动态调度过程划分为若干连续决策周期; 结合可行插入判定, 构建以系统综合成本最小为目标的乘客-车辆加权二部图匹配模型, 并通过引入虚拟节点与权值转换, 利用KM算法求解各周期最优匹配方案。以济南市主城区早高峰通勤场景为例进行验证, 所提方法能够在保证既有乘客服务质量的前提下, 提高新增请求响应能力, 降低系统综合成本, 可为定制公交动态调度提供理论参考和方法支持。

关键词

定制公交, 动态需求响应, 加权二部图, KM算法

Optimization of Customized Bus Routes Based on Passengers' Dynamic Demand

Mengna Gao¹, Chen Yao^{2*}, Jingang Zhai¹

¹School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai Shandong

²School of Transportation, Ludong University, Yantai Shandong

Received: April 27, 2026; accepted: May 22, 2026; published: May 28, 2026

Abstract

Aiming at the problem that the traditional static route scheme cannot respond timely to the real-time and random arrival of new passenger requests during the operation of customized buses, this paper studies a customized bus route optimization method based on passengers' dynamic demand

*通讯作者。

文章引用: 高梦娜, 姚琛, 翟金刚. 面向乘客需求实时响应的定制公交线路优化[J]. 应用数学进展, 2026, 15(5): 523-536. DOI: 10.12677/aam.2026.155248

response. On the basis of the static route planning results, a rolling horizon strategy is adopted to divide the dynamic scheduling process into several consecutive decision cycles. Combined with feasible insertion judgment, a passenger-vehicle weighted bipartite graph matching model is constructed with the goal of minimizing the comprehensive system cost. By introducing virtual nodes and weight transformation, the KM algorithm is used to solve the optimal matching scheme for each cycle. Taking the morning peak commuting scenario in the main urban area of Jinan City as an example for verification, the proposed method can improve the response ability to new requests and reduce the comprehensive system cost on the premise of ensuring the service quality of existing passengers, which can provide theoretical reference and method support for the dynamic scheduling of customized buses.

Keywords

Customized Bus, Dynamic Demand Response, Weighted Bipartite Graph, KM Algorithm

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

定制公交是一种新兴的基于乘客需求响应的公交(Demand Responsive Transport, DRT)运营模式,是常规公共交通体系的重要补充。其核心特征是基于预约机制,突破传统公交固定站点、线路及时刻表的限制[1],提供主动、正向、精准的公交服务,在企业运营成本、乘车出行时间(含等待时间)等多重约束下,实现供需精准适配。因此,定制公交线网优化设计一直是该领域研究的热点和焦点。

在定制公交服务早期,运营商主要依赖问卷调查、电话预约等传统方式获取乘客信息,并据此进行经验式线路布设。而随着移动通信与大数据技术的快速发展,学者们广泛采用公交 IC 卡数据、移动终端定位、车辆 GPS 轨迹等大数据技术对 OD 客流进行识别分析,提取潜在出行需求,作为线网设计的基础。Qing Yu 等人[2]利用视频监控数据提取私家车轨迹,通过匹配相似路线生成定制公交线路并将客流热点设为站点。Wang 等[3]利用出租车订单数据识别定制公交的潜在需求场景,从乘客流量的稳定性和高频率方面进行分析,确定乘客需求信息,为线路规划提供依据;Tong 等人[4]综合考虑时空维度,将同一服务时间窗内乘坐同一车辆的乘客归类以划分站点,实现线路与站点的协同优化。Lyu 等人[5]建立了 CB-Planner 模型,以停站次数最少和乘客步行距离最短为目标,采用考虑线网密度的启发式算法开展线路设计;Li 等[6]将识别潜在的定制公交乘客视为基于轨迹二元分类问题,提出了一种继承深度学习和迁移学习的新的数据挖掘方法。

随着通信信息技术发展,乘客乘车需求提交的方式更加实时、多元。定制公交优化技术逐渐从静态规划向动态调度、协同优化及异构车队调度等方向发展。靳文舟等人[7]针对低密度区域需求,提出了大循环小循环混合运营模式,并设计遗传蚁群算法进行求解。Sun J Y 等人[8]针对柔性公交乘客需求波动大、实时性差的难点,构建了动态需求响应优化模型。李欣等人[9]针对多车协调的需求响应公交系统,考虑乘客的出行时间和偏好等约束条件构建优化模型,并设计改进邻域搜索算法以避免局部最优的同时实现系统总成本最小化。Zhan 等[10]考虑了多种运营模式,建立了多个起点和终点的定制公交线路规划模型。Cai 等[11]通过考虑乘客的弹性需求构建线路规划模型,解决了具有弹性需求的定制公交线路设计问题。Wu 等[12]提出了一种基于多智能体深度强化学习的实时规划方法,用于解决多条定制公交线路规

划问题。陈程等[13]针对大城市居民多样化的出行需求,研究了实时出行需求下的定制公交调度问题,建立了在线理论模型并设计了在线算法进行求解。

综合而言,在线路优化与调度模型方面,现有成果多聚焦于基于预约模式的静态车辆路径问题,通常假设所有需求在发车前已知且固定,针对运营阶段突发性实时需求的动态调度研究相对较少。而动态策略多采用简单的“插入法”或“局部重规划”,往往忽略了系统响应速度与全局最优性的平衡。在求解算法方面,针对具有 NP-hard 特性的路径规划问题,虽然遗传算法、蚁群算法等元启发式算法被广泛应用,但在处理实时性要求极高的动态调度场景时,单一算法容易陷入局部最优或计算耗时过长,难以调度响应需求。因此,如何设计兼顾求解质量与计算效率的混合算法,是实现定制公交实时动态调度的关键。本文将面向乘客动态出行需求的实时响应构建为一个动态加权二部图指派问题,其目标函数为最小化所有潜在“乘客-车辆”匹配的系统总成本之和。为实现该目标,综合考虑车辆运营成本和等待时间来量化车辆成本,构造综合成本函数用于量化匹配乘客和车辆所产生的综合成本;在求解时,为保证既有乘客的服务质量,模型首先对每一个可能的匹配进行可行性判断;对于所有可行的匹配,计算其综合成本,最终在满足乘客匹配和车辆容量等约束的前提下,采用 KM 算法进行求解,得到当前状态下总成本最低的“乘客-车辆”匹配方案。

2. 模型假设

为在动态变化的过程中兼顾响应速度与计算效率,采用滚动时域策略,将连续的运营时间划分为一系列连续且等长的决策周期 ΔT 。在当前决策周期 $[t, t + \Delta T]$ 内到达的所有新乘客请求,不立即进行逐一匹配,而是暂存入动态需求池;当到达决策时刻 $t + \Delta T$ 时,综合考虑该周期内的全部乘客请求与当前路网中所有在线车辆的实时状态,统一进行乘客-车辆匹配,输出最优指派方案并更新车辆路径;在当前周期未被匹配的乘客请求,可保留至下一周期继续参与匹配,或在等待时间超过阈值后判定为拒载,随后进入下一个决策周期 $[t + \Delta T, t + 2\Delta T]$ 。

本文构建的动态调度模型是在静态规划模型基础上构建的。因此,除车辆同质化、路网行驶速度恒定、站点服务时间固定等基础假设之外,为合理描述定制化公交调度过程,补充基本假设如下:

假设 1 运营商能够在每个决策时刻实时获取所有在线车辆的位置、当前剩余座位数以及车上既有乘客对应的后续站点序列信息;

假设 2 为保证服务的公平性,新乘客的加入不得导致车上既有乘客的实际到达时间超出预设的最大允许延误阈值;

假设 3 在每一个决策时刻,将所有在线车辆的实时位置视为其在本决策周期内的虚拟起始节点,车辆从该位置出发执行后续任务;

假设 4 一名乘客必须由同一辆车完成全程服务,中途不得换乘;新乘客的上下车站点插入到车辆既有任务序列中时,不得改变车上既有乘客的相对访问顺序;

假设 5 在单个滚动决策周期内,每辆在线车辆至多接受一个新增乘客请求。若当前决策周期内某乘客未被服务,则该乘客可根据等待时间阈值进入下一周期继续参与匹配,或被判定为拒载。

3. 模型构建

3.1. 符号定义

在第 k 个决策周期内,构建乘客集合与在线车辆集合之间的加权二部图 $G = (P', K', E)$ 。其中,主要各集合、参数及变量定义如表 1、表 2 所示:

Table 1. Constant
表 1. 常量

符号	含义
P'	当前决策周期内新到达且待分配的乘客集合, $p \in P'$
K'	当前路网中所有处于服务状态且具备接单能力的车辆集合, $k \in K'$
E	$E \subseteq P' \times K'$, 可行匹配边集
q_k^{curr}	决策时刻车辆 k 当前已载客人数
Q	车辆额定载客容量
l_k^{curr}	决策时刻车辆 k 当前剩余既定路径长度
Δd_{pk}	将乘客 p 插入车辆 k 当前任务序列后引起的新增行驶里程
Δt_{pk}^{wait}	乘客 p 被车辆 k 接载时的等待时间
Δt_{pk}^{delay}	车辆 k 服务乘客 p 后对既有乘客造成的总延误时间
T_{pk}^{pick}	车辆 k 实际接到乘客 p 的时刻
F_{base}	基础起步价
γ	单位里程费用
d_p	乘客 p 的起讫点直线距离
$C_1(p, k)$	乘客 p 由车辆 k 服务时产生的票价收益
$C_2(p, k)$	乘客 p 由车辆 k 服务时的等待时间成本
$C_3(p, k)$	车辆 k 服务乘客 p 对既有乘客造成的延误成本
$C_4(p, k)$	车辆 k 服务乘客 p 带来的新增行驶成本
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$	权重系数
β	未服务乘客惩罚系数, 取足够大的正值, 用于表示当前周期内未响应乘客请求带来的损失

Table 2. Variable
表 2. 变量

符号	含义
$x(p, k)$	0-1 决策变量。若乘客 p 指派给车辆 k , 则 $x(p, k)=1$, 否则为 0
z_p	0-1 决策变量。若乘客 p 在当前决策周期内未被服务, 则 $z_p=1$, 否则为 0

3.2. 目标函数

为实现当前决策周期内系统全局最优, 并兼顾新增乘客、既有乘客与运营商三方面利益, 定义边 (p, k) 的权重 $H(p, k)$ 为乘客 p 与车辆 k 匹配的综合成本, 由票价收益、乘客等待时间成本、既有乘客延误时间成本以及车辆新增行驶成本加权构成。

定义乘客 p 由车辆 k 服务时的票价收益为:

$$C_1(p, k) = F_{base} + \gamma d_p \quad (1)$$

其中, F_{base} 为基础起步价, γ 为单位里程费用, d_p 为乘客 p 的起讫点直线距离。同时定义:

$$\begin{cases} C_2(p, k) = \Delta t_{pk}^{wait} \\ C_3(p, k) = \Delta t_{pk}^{delay} \\ C_4(p, k) = \Delta d_{pk} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $C_1(p, k)$ 为票价收益; $C_2(p, k)$ 为乘客等待时间成本; $C_3(p, k)$ 为车辆 k 因服务乘客 p 产生的综合延误时间成本; $C_4(p, k)$ 为车辆新增行驶成本。

为统一量纲, 对各项指标进行归一化处理。记:

$$\begin{cases} \overline{C_1(p, k)} = \frac{C_1(p, k)}{\max_{(p, k) \in E} C_1(p, k)} \\ \overline{C_2(p, k)} = \frac{C_2(p, k)}{\max_{(p, k) \in E} C_2(p, k)} \\ \overline{C_3(p, k)} = \frac{C_3(p, k)}{\max_{(p, k) \in E} C_3(p, k)} \\ \overline{C_4(p, k)} = \frac{C_4(p, k)}{\max_{(p, k) \in E} C_4(p, k)} \end{cases} \quad (3)$$

综上, 边 (p, k) 的权重 $H(p, k)$ 可以表示为:

$$H(p, k) = -\alpha_1 \overline{C_1(p, k)} + \alpha_2 \overline{C_2(p, k)} + \alpha_3 \overline{C_3(p, k)} + \alpha_4 \overline{C_4(p, k)}, (p, k) \in E \quad (4)$$

其中, α_1 、 α_2 、 α_3 和 α_4 为权重系数, 用于权衡票价收益、乘客等待时间、既有乘客延误和车辆新增行驶成本在系统综合成本, 且满足 $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, $\alpha_3 + \alpha_4 = 1$ 。

以最小化当前决策周期内系统的总成本为目标, 构建如下目标函数:

$$\min C = \sum_{(p, k) \in E} H(p, k) \cdot x(p, k) + \beta \sum_{p \in P'} z_p \quad (5)$$

其中, $x(p, k)$ 为 0-1 决策变量。若乘客 p 指派给车辆 k , 则 $x(p, k) = 1$, 否则为 0; z_p 为 0-1 决策变量。若乘客 p 在当前决策周期内未被服务, 则 $z_p = 1$, 否则为 0; β 为未服务惩罚系数, 用于刻画乘客在当前决策周期内未被服务所带来的系统损失, 从而保证模型在存在可行服务方案时优先响应新增乘客需求。

3.3. 约束条件

综上, 整合模型目标函数为 $\min C$, 其中, 乘客最大等待时间与既有乘客最大允许延误约束已在可行插入检验阶段前置判断。同时, 模型还需满足如下约束条件:

乘客匹配唯一性约束:

$$\sum_{k \in K'} x(p, k) + z_p = 1, \forall p \in P', \quad (6)$$

车辆接单能力约束:

$$\sum_{p \in P'} x(p, k) \leq 1, \forall k \in K', \quad (7)$$

车辆容量约束:

$$q_k^{curr} + x(p, k) \leq Q, \forall p \in P', \forall k \in K', \quad (8)$$

路线长度约束:

$$l_{\min} \leq L_k^{curr} + \sum_{p \in P'} \Delta d_{pk} \cdot x(p,k) \leq l_{\max}, \forall k \in K', \quad (9)$$

二元约束:

$$\begin{aligned} x(p,k) &\in \{0,1\}, \forall p \in P', \forall k \in K', \\ z_p &\in \{0,1\}, \forall p \in P'. \end{aligned} \quad (10)$$

其中, (6)式表示每个新乘客在当前决策周期内有且仅有两种状态: 被一辆在线车辆服务或在当前决策周期内未被服务, $x(p,k)$ 为 0-1 决策变量, 若乘客 p 指派给车辆 k , 则 $x(p,k)=1$, 否则为 0; z_p 为 0-1 决策变量, 若乘客 p 在当前决策周期内未被服务, 则 $z_p=1$, 否则为 0; (7)式表示为保证实时调度的计算效率与车辆运行的稳定性, 假设在单个决策周期 ΔT 内, 每辆车最多服务一个新订单; (8)式表示车辆 k 在服务乘客 p 后的总载客量不得超过其额定容量 Q , 其中 q_k^{curr} 为车辆当前时刻的实载人数; (9)式表示车辆 k 在服务乘客 p 后的总行驶里程仍满足 $[l_{\min}, l_{\max}]$ 的限制范围, 其中 L_k^{curr} 为车辆当前时刻的行驶里程, Δd_{pk} 为将乘客 p 插入车辆 k 当前任务序列后引起的新增行驶里程。

4. 优化算法

由于本文在单个决策周期内假设每辆在线车辆至多接受一个新增乘客请求, 因此当前周期内的原问题可抽象为加权二部图上的一对一匹配问题。因而, 结合可行插入预处理与权值转换, 本文采用 KM 算法(Kuhn-Munkres Algorithm)求解当前决策周期内的最优乘客-车辆匹配方案。

4.1. 基于 KM 算法的最优匹配

对当前决策周期内所有新增乘客请求与在线车辆的匹配进行可行性检验, 若存在满足约束的可行插入方案, 则保留该乘客-车辆匹配, 并计算其最优插入方案对应权重。

对于当前决策周期内任意乘客 $p \in P'$ 和在线车辆 $k \in K'$, 记车辆 k 在当前决策周期的既有任务序列为 $\pi_k = (v_1, v_2, \dots, v_r)$, 其中, v_1 表示当前决策周期车辆 k 的虚拟起始节点, v_1, v_2, \dots, v_r 表示车辆尚未完成的后续访问节点序列。设乘客 p 的出行请求为 (i_p, j_p, s_p, t_p) , 其中 i_p 和 j_p 分别表示乘客 p 的上车节点和下车节点, s_p 和 t_p 分别表示乘客 p 的期望上车时间和下车时间。若在车辆 k 当前任务序列 π_k 中存在两个插入位置 a 和 b , 满足 $1 \leq a \leq b \leq r+1$, 则可将乘客 p 的上车节点 i_p 插入位置 a , 下车节点 j_p 插入位置 b , 从而形成新的任务序列 $\pi_k(a,b)$ 。

对于任意候选插入方案 $\pi_k(a,b)$, 分别检验如下条件: 检查是否满足容量约束, 插入后车辆在任意访问节点处的载客人数不超过车辆额定容量; 检查是否满足等待时间约束, 乘客 p 的接载时刻与其请求时刻之差不超过系统允许的最大等待时间; 检查是否满足延误约束, 插入乘客 p 后, 车内既有乘客的实际到达时间不超过各自的最大允许延误阈值; 检查是否满足里程约束, 更新后的车辆运行里程不超过当前调度阶段允许的最大里程上限。若存在至少一组插入位置 (a,b) 使上述条件同时成立, 则认为乘客 p 与车辆 k 在当前周期内可匹配, 即 $(p,k) \in E$ 。反之, 若对所有可能的插入位置均无法满足上述约束, 则 $(p,k) \notin E$ 。

对于任意可行边 $(p,k) \in E$, 由于不同插入位置会带来不同的综合增量成本, 因而需进一步在所有可行插入方案中选择最优方案。设 $\Omega(p,k)$ 表示乘客 p 插入车辆 k 的全部可行插入方案集合, 则边 (p,k) 的权重定义为

$$H(p,k) = \min_{(a,b) \in \Omega(p,k)} H(a,b) \quad (11)$$

相应地, 记最优插入位置为

$$(a^*, b^*) = \arg \min_{(a,b) \in \Omega(p,k)} H(a,b) \quad (12)$$

由此, 经过可行插入预处理后, 可得到的当前决策周期内的可行边集 E 、边权 $H(p,k)$ 及每条可行边对应的最优插入位置 (a^*, b^*) 。

由此, 原问题可进一步抽象为加权二部图 $G=(P', K', E)$, 其中, 左侧顶点集合为新增乘客集合 P' , 右侧顶点集合为在线车辆集合 K' , 边集 E 中每条边的权重为对应的乘客-车辆匹配的综合增量成本 $H(p,k)$ 。由于 KM 算法用于求解加权二部图最大权完备匹配问题, 而当前模型为最小成本匹配问题, 因此需对模型进行转化处理。

首先, 为刻画决策周期内的乘客与车辆的不同匹配状态, 在原二部图的基础上引入虚拟节点。在车辆侧引入虚拟车辆节点集合 K^0 , 用于表示新增乘客在当前决策周期未被服务。假设当前周期内新增乘客数为 $m=|P'|$, 在线车辆数为 $n=|K'|$ 。进一步, 为满足 KM 算法对等规模完备匹配的要求, 根据左右两侧顶点数量差额补充必要虚拟节点。定义扩展后的乘客节点集合为 \tilde{P} , 扩展后的车辆节点集合为 \tilde{K} , 并令

$$N = \max\{m, n\} \quad (13)$$

当 $m > n$ 时, 在车辆侧补充 $m-n$ 个虚拟车辆节点; 当 $m < n$ 时, 在乘客侧补充 $n-m$ 个虚拟乘客节点; 当 $m = n$ 时, 无需补点。

对于任意虚拟车辆节点 $k^0 \in K^0$, 定义其与真实乘客 p 的匹配成本为

$$H(p, k^0) = \beta \quad (14)$$

其中, β 为未服务惩罚系数。

对于虚拟乘客节点 p^0 , 其与任意真实车辆或虚拟车辆节点的匹配成本定义为

$$H(p^0, k) = 0 \quad (15)$$

在此基础上, 构造扩展成本矩阵 $C=(c_{pk})_{N \times N}$, 其中, 若 p 为真实乘客节点、 k 为真实车辆节点, 且 $(p,k) \in E$, 则 $c_{pk} = H(p,k)$; 若 p 为真实乘客节点、 k 为真实车辆节点, 且 $(p,k) \notin E$, 则赋予足够大的正数 M , 即 $c_{pk} = M$; 若 k 为虚拟车辆节点, 则 $c_{pk} = H(p, k^0) = \beta$; 若 p 为虚拟乘客节点, 则 $c_{pk} = H(p^0, k) = 0$ 。其中, M 为不可行匹配边的惩罚成本, 满足 $M > \beta$, 以保证在不存在可行匹配时, 模型优先将乘客匹配至虚拟车辆节点, 而不会选择不可行匹配边。

由于 KM 算法主要用于求解最大权匹配问题, 而原目标为最小成本匹配问题, 因此需要进行权值转换。取常数 L , 满足

$$L > \max_{p,k} c_{pk} \quad (16)$$

并定义新的权重为

$$w_{pk} = L - c_{pk} \quad (17)$$

对于任一完备匹配 Z , 均有

$$\sum_{(p,k) \in Z} w_{pk} = \sum_{(p,k) \in Z} (L - c_{pk}) = NL - \sum_{(p,k) \in Z} c_{pk} \quad (18)$$

其中, NL 为常数, 因此最大化匹配总权重与最小化匹配总成本是等价的。原问题可转化为如下加权二部图最大权完备匹配模型:

$$\max C = \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N w_{pk} y(p,k) \quad (19)$$

满足

$$\sum_{k=1}^N y(p, k) = 1, p = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

$$\sum_{p=1}^N y(p, k) = 1, k = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

$$y(p, k) \in \{0, 1\}, p, k = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

其中 $y(p, k) = 1$ 表示扩展二部图中第 p 个乘客节点与第 k 个车辆节点匹配，反之为 0。

在完成扩展二部图构建及权值转换后，可利用 KM 算法求解加权二部图上的最大权完备匹配问题。KM 算法的核心思想是：通过维护左右两侧顶点的标号函数，构造相等子图，并在相等子图上不断搜索增广路，直至得到完备匹配。

设扩展后的加权二部图为 $G' = (\tilde{P}, \tilde{K}, \tilde{E})$ ，其边权为 w_{pk} 。在 KM 算法中，为每个左侧顶点 $p \in \tilde{P}$ 和右侧顶点 $k \in \tilde{K}$ 分别赋予标号 $l_x(p)$ ， $l_y(k)$ ，并满足

$$l_x(p) + l_y(k) \geq w_{pk}, \forall p \in \tilde{P}, \forall k \in \tilde{K} \quad (23)$$

据此可构造相等子图

$$G'_E = \{(p, k) | l_x(p) + l_y(k) = w_{pk}\} \quad (24)$$

KM 算法的具体求解过程如下：

首先，对每个左侧顶点初始化标号

$$l_x(p) = \max_k w_{pk}, l_y(k) = 0 \quad (25)$$

此时不等式(23)显然成立。进而，从某个尚未匹配的左侧顶点出发，在当前相等子图中搜索增广路。若能够找到一条连接未匹配右侧顶点的增广路，则沿该增广路更新当前匹配关系；若当前相等子图中无法找到增广路，则根据当前搜索过程中形成的已访问顶点集合，计算最小松弛量

$$\delta = \min_{p \in \bar{P}, k \in \bar{K}} \{l_x(p) + l_y(k) - w_{pk}\} \quad (26)$$

其中， \bar{P} 和 \bar{K} 分别表示搜索过程中已访问的左侧顶点集合和右侧顶点集合。

更新顶点标号函数：

$$l_x(p) = l_x(p) - \delta, \forall p \in \bar{P} \quad (27)$$

$$l_y(k) = l_y(k) + \delta, \forall k \in \bar{K} \quad (28)$$

对未访问的顶点，其标号保持不变。通过上述调整，可扩展相等子图中的边集，从而继续搜索新的增广路。重复上述过程，直至所有左侧顶点均被匹配，得到扩展二部图上的最大权完备匹配。

设经 KM 算法求得的最优匹配结果为

$$\mathbb{R}^* = \{(i, j) | y_{ij} = 1\} \quad (29)$$

若真实乘客节点匹配到真实车辆节点，则表示该乘客在当前决策周期内由对应车辆服务；若真实乘客节点匹配到虚拟车辆节点，则表示该乘客在当前周期内未被服务；若真实车辆节点匹配到虚拟乘客节点，则表示该车辆在当前周期内未接受新增请求，继续执行原有任务序列。

在获得最优匹配结果后，对于每一组真实乘客 - 真实车辆匹配，调用前一阶段确定的最优插入位置 (a^*, b^*) ，更新对应车辆的任务序列、预计到站时间及剩余容量信息；对于匹配到虚拟车辆的乘客，则根据其累计等待时间决定进入下一滚动周期继续匹配，或直接判定为拒载。

4.2. 算法步骤

综上，基于 KM 算法的最优匹配的具体算法步骤如下：

步骤 1：在决策周期 $[t, t + \Delta T]$ 内收集所有新到达乘客请求，形成待分配乘客集合 P' 。

步骤 2：获取当前决策时刻所有在线车辆的实时状态，包括车辆位置、剩余座位数及既有任务序列，形成在线车辆集合 K' 。

步骤 3：初始化边集 $E = \emptyset$ 。

步骤 4：对于每个乘客 $p \in P'$ ，依次遍历每辆车 $k \in K'$ ，枚举乘客 p 在车辆 k 当前任务序列中的全部候选插入位置，并检验容量、等待时间、延误及路线长度等约束。若存在可行插入方案，则将 (p, k) 加入边集 E ，并记录综合增量成本最小的边权 $H(p, k)$ 及对应的最优插入位置 (a^*, b^*) 。

步骤 5：在边集 E 的基础上，引入虚拟车辆节点和虚拟乘客节点，构造扩展二部图。

步骤 6：根据扩展成本矩阵 C 和权值转换公式 $w_{pk} = L - c_{pk}$ ，构造 KM 算法所需的收益矩阵 W 。

步骤 7：采用 KM 算法求解扩展二部图上的最大权完备匹配，得到当前决策周期内的最优匹配结果。

步骤 8：对匹配到真实车辆的乘客，按照对应最优插入方案更新车辆任务序列及运行状态；对匹配到虚拟车辆的乘客，根据其累计等待时间决定延期服务或拒载。

步骤 9：进入下一滚动决策周期，重复执行步骤 1 至 8，直至运营时段结束。

5. 案例分析

5.1. 算例概况

以济南市主城区部分居住和工作区域作为应用案例，对定制公交线路优化模型进行实证分析。提取某工作日早高峰时段部分乘客出行需求如图 1 所示，由图可知，在该时间段内乘客提交的上下车点呈现出密集且集中的特点，与定制公交为出行起讫点相似的乘客提供公共交通服务的原则相契合。为简化案例分析，借助 ArcGIS 将经纬度坐标转换为平面坐标。

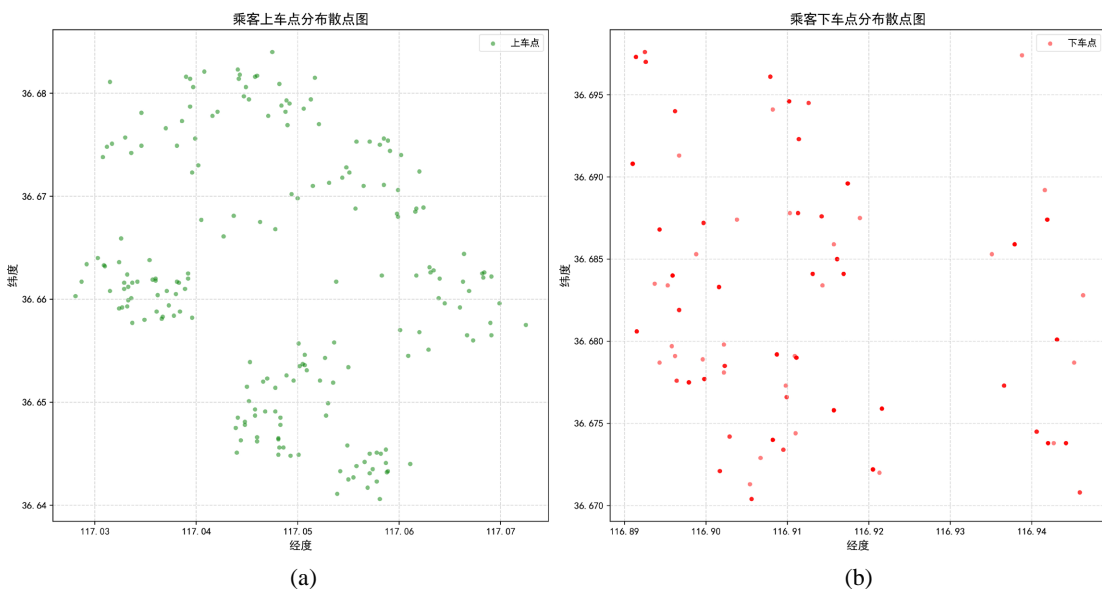


Figure 1. Scatter plot of passenger trip data distribution: (a) passenger boarding-point distribution; (b) passenger alighting-point distribution

图 1. 乘客出行数据分布散点图：(a) 乘客上车点分布；(b) 乘客下车点分布

5.2. 优化结果对比分析

基于上述乘客出行需求，首先进行合乘站点聚类选址，设计改进的 K-means 算法对乘客出行需求进行聚类，得到合乘站点选址方案如表 3 所示，其次，设计优化算法求解得到车辆开始运行前静态优化阶段的车辆运行线路方案，所得车辆行驶轨迹图如图 2、表 4 所示。

Table 3. Carpooling stop coordinates

表 3. 合乘站点坐标

上车站点	聚类中心坐标	下车站点	聚类中心坐标
O_1	(117.032, 36.6615)	D_1	(116.910, 36.6783)
O_2	(117.065, 36.6659)	D_2	(116.942, 36.6759)
O_3	(117.047, 36.6481)	D_3	(116.896, 36.6842)
O_4	(117.047, 36.6800)	D_4	(116.899, 36.6791)
O_5	(117.057, 36.6435)	D_5	(116.919, 36.6746)
O_6	(117.037, 36.6767)	D_6	(116.910, 36.6944)
O_7	(117.058, 36.6719)	D_7	(116.915, 36.6863)
O_8	(117.052, 36.6535)	D_8	(116.939, 36.6874)
O_9	(117.037, 36.6604)	D_9	(116.906, 36.6728)
O_{10}	(117.046, 36.6684)	D_{10}	(116.893, 36.6944)

Table 4. Optimal vehicle routing

表 4. 最优车辆行驶路线

车辆	MA-GATS 算法线路	载客人数
1	O_2 (7:25)- O_3 (7:31)- O_1 (7:37)- O_7 (7:40)- O_4 (7:44)- O_5 (7:48)- D_{10} (8:12)- D_8 (8:18)- D_1 (8:23)- D_4 (8:27)- D_9 (8:33)- D_6 (8:35)- D_5 (8:37)- D_2 (8:42)- D_7 (8:44)	20
2	O_3 (7:24)- O_1 (7:28)- O_2 (7:35)- O_8 (7:38)- O_{10} (7:42)- D_7 (8:10)- D_2 (8:16)- D_1 (8:22)- D_8 (8:25)- D_4 (8:28)- D_9 (8:30)- D_3 (8:33)	20
3	O_3 (7:28)- O_9 (7:31)- O_7 (7:36)- O_6 (7:40)- O_4 (7:44)- O_1 (7:49)- D_{10} (8:20)- D_8 (8:24)- D_1 (8:28)- D_2 (8:32)- D_7 (8:35)- D_3 (8:37)- D_5 (8:39)- D_9 (8:42)- D_6 (8:44)	20
4	O_9 (7:26)- O_5 (7:32)- O_3 (7:34)- O_2 (7:36)- O_8 (7:39)- O_1 (7:42)- O_7 (7:45)- D_{10} (8:15)- D_2 (8:20)- D_4 (8:24)- D_5 (8:29)- D_3 (8:32)- D_9 (8:35)- D_8 (8:38)	20
5	O_3 (7:30)- O_9 (7:33)- O_7 (7:35)- O_2 (7:38)- O_8 (7:41)- O_1 (7:43)- O_5 (7:45)- D_{10} (8:16)- D_3 (8:18)- D_5 (8:23)- D_6 (8:28)- D_9 (8:32)- D_1 (8:34)	20
6	O_6 (7:29)- O_3 (7:32)- O_5 (7:34)- O_8 (7:36)- O_1 (7:40)- O_7 (7:43)- O_4 (7:46)- D_9 (8:16)- D_5 (8:18)- D_1 (8:20)- D_7 (8:22)- D_2 (8:26)- D_{10} (8:32)- D_6 (8:35)- D_3 (8:39)	20
7	O_8 (7:28)- O_9 (7:31)- O_7 (7:34)- O_4 (7:37)- O_1 (7:42)- O_5 (7:47)- D_9 (8:18)- D_1 (8:20)- D_2 (8:24)- D_7 (8:28)- D_4 (8:31)- D_5 (8:35)- D_6 (8:37)- D_{10} (8:41)- D_8 (8:44)	20
8	O_{10} (7:29)- O_9 (7:32)- O_4 (7:36)- O_7 (7:39)- O_8 (7:43)- O_1 (7:47)- D_{10} (8:18)- D_5 (8:24)- D_4 (8:29)- D_7 (8:32)- D_9 (8:36)- D_6 (8:40)	18
9	O_9 (7:30)- O_5 (7:34)- O_6 (7:38)- O_4 (7:40)- O_2 (7:44)- O_1 (7:48)- D_9 (8:15)- D_1 (8:17)- D_2 (8:22)- D_7 (8:26)- D_4 (8:29)- D_{10} (8:33)- D_3 (8:35)	13

续表

10	O_7 (7:27)- O_8 (7:32)- O_3 (7:34)- O_2 (7:38)- O_4 (7:43)- O_6 (7:45)- O_1 (7:49)- D_{10} (8:20)- D_7 (8:24)- D_3 (8:28)- D_9 (8:31)- D_4 (8:33)- D_1 (8:35)	17
11	O_3 (7:28)- O_5 (7:30)- O_6 (7:36)- O_4 (7:38)- O_9 (7:43)- D_7 (8:10)- D_3 (8:14)- D_5 (8:19)- D_9 (8:22)- D_{10} (8:28)- D_8 (8:38)	12

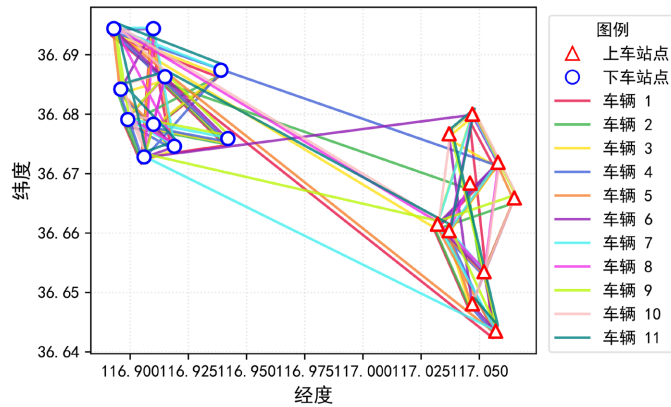


Figure 2. Vehicle route
图 2. 车辆行驶路线

为验证本文提出的动态需求响应模型及 KM 算法的有效性,选取早高峰通勤时段乘客需求进行实验。权重系数($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$)参考文献[14]的标定思路确定。具体而言,将权重系数分为乘客侧和运营侧两组分别确定:其中, α_1 和 α_2 分别用于权衡票价收益与乘客等待时间成本,其取值依据人均公共交通费用与人均交通拥堵损失的相对比重确定; α_3 和 α_4 分别用于权衡既有乘客延误成本与车辆新增行驶成本,其取值依据平均延误时间与车辆平均一轮往返周期油耗成本的相对比重确定。考虑到本文与文献[14]同属高峰时段定制公交动态调度问题,在指标构成和目标函数形式上具有较强相似性,因此采用其标定后的参数取值。其余关键参数取值综合参考城市公交运营经验数据确定[15]。考虑到问题规模、求解效率与解质量,在保证求解稳定性的同时兼顾计算效率,设置了 12 组预实验比较,最终采用表 5 所示参数。

Table 5. Parameters
表 5. 参数

参数	取值
Q	20 人
$[l_{\min}, l_{\max}]$	[10 km, 45 km]
α_1	0.59
α_2	0.41
α_3	0.68
α_4	0.32
ΔT	5min
F_{base}	1.5 元
γ	0.5 元
M	10^5
β	10^3

由于静态优化阶段已尽可能提高车辆满载率，因此在线车辆在动态需求响应阶段的剩余运力资源较为有限，不能保证所有新增请求均被服务，而是在有限剩余资源条件下，对新增请求与剩余运力资源进行最优匹配，以实现系统综合成本最小化。设整个动态响应时段内共有 20 个新增乘客请求，在滚动决策过程中随机到达。为验证本文算法的有效性，选取先到先服务策略作为对比，该方法按照乘客请求到达顺序逐个进行可行车辆匹配，一旦找到首个满足约束的车辆即完成指派。两种策略在完整运营时段滚动执行后的优化结果如表 6 所示。

Table 6. Comparison of basic indicators

表 6. 基本指标对比

算法策略	综合成本(元)	服务乘客数(人)	服务率(%)	平均等待时间 (min)	平均延误时间 (min)
先到先服务策略	41.82	5	25	8.74	4.68
KM 算法动态匹配策略	33.94	12	60	6.41	3.27

由表可得，在完整运营时段的滚动执行过程中，KM 算法动态匹配策略在服务乘客数、服务率、系统综合成本以及乘客服务质量等方面均优于先到先服务策略。与先到先服务策略相比，KM 算法动态匹配策略能够显著提高新增请求的响应能力，并有效降低乘客平均等待时间和既有乘客平均延误时间。这说明，相较于仅依据请求到达顺序逐个分配车辆的策略，KM 算法动态匹配策略能够在当前周期内综合考虑所有新增请求与在线车辆状态，实现更加合理的全局协调匹配。

根据滚动时域策略，模型并不是对完整运营时段内的所有动态需求一次性整体优化，而是将整个运营时段划分为若干连续决策周期，在每个决策周期内根据当前新增请求和在线车辆状态求解该周期的局部最优匹配方案。所有周期依次执行后，最终形成完整运营时段下的动态调度结果。选取其中一个决策周期，该周期内新增乘客与在线车辆之间的最优匹配方案如表 7 所示。因此，表 6 所反映的是全时段总体优化结果，而表 7 为其中一个典型周期内的匹配结果。

Table 7. Optimal passenger-vehicle matching results for newly generated passengers within a given decision horizon

表 7. 某个决策周期内新增乘客 - 车辆最优匹配结果

乘客编号	车辆编号	匹配结果	上车插入位置	下车插入位置	综合增量成本 (元)	等待时间 (min)	既有乘客延误 (min)
p_1	10	被服务	5	9	2.31	4.2	1.5
p_2	虚拟车辆	当前周期未匹配	-	-	β	-	-
p_3	8	被服务	3	8	1.87	3.6	0.8
p_4	11	被服务	4	9	2.56	5.1	1.2
p_5	虚拟车辆	当前周期未匹配	-	-	β	-	-

在某个决策周期内，KM 算法能够同时对新增请求和在线车辆进行全局匹配：对于满足可行插入条件的乘客请求，将其分配对应车辆并确定最优插入位置；对于当前周期内无法形成可行匹配的请求，则将其匹配至虚拟车辆节点，表示该乘客在当前周期内未被服务。这表明在静态优化阶段已较充分利用车辆运力的情况下，动态需求响应阶段更多体现为对有限剩余资源的再优化分配，而非对新增请求全部进行接送服务。在表 7 中，乘客 p_2 和 p_5 在当前决策周期未被服务，被匹配至虚拟车辆，主要是由于静态优化后在线车辆剩余运力有限，部分请求难以形成可行匹配边；同时，在每辆车每周期至多接受 1 个新增

请求的条件下，多个请求竞争匹配有限车辆资源，因此 KM 算法以当前周期系统综合成本最小进行全局匹配后，将其暂时分配至虚拟车辆。对于当前周期未匹配的请求，模型将在后续滚动周期继续参与匹配，若累计等待时间超过阈值，再判定为拒载。

5.3. 敏感性分析

为验证模型参数设定的合理性及调度方案的鲁棒性，本文选取关键参数滚动决策周期 ΔT 进行敏感性分析，如图 3 所示。

随着滚动决策周期 ΔT 的增加，系统综合成本呈现先下降后上升的变化趋势。当 $\Delta T = 3 \text{ min}$ 时，系统能够较快响应新到达请求，但每个周期内可响应的请求数量较少，难以形成更优的全局匹配方案，综合成本相对较高。当 ΔT 增加至 5 min 和 6 min 时，系统能够在匹配与响应之间取得较好平衡，此时综合成本较低、服务率较高。继续增大 ΔT 后，处理规模有所扩大，但乘客等待时间明显增加，平均等待时间上升，综合成本增加。因此，取 $\Delta T = 5 \text{ min}$ 作为均衡解。

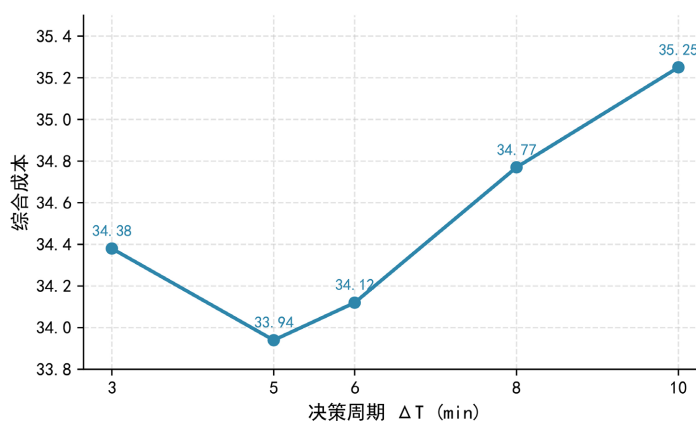


Figure 3. Effect of rolling decision cycle on total system cost
图 3. 滚动决策周期对系统综合成本的影响

6. 结论

本文针对定制公交运营阶段新增乘客请求实时、随机到达的问题，采用滚动时域策略，将动态调度过程转化为乘客-车辆加权二部图匹配问题，并利用 KM 算法求解决策周期内的最优匹配方案。算例结果表明，所提方法能够在保证既有乘客服务质量的前提下，有效提高动态需求响应能力，降低系统综合成本，并改善乘客服务水平，可为定制公交实时调度提供参考。

参考文献

- [1] Li, P., Jiang, L., Zhang, S., et al. (2022) Demand Response Transit Scheduling Research Based on Urban and Rural Transportation Station Optimization. *Sustainability*, **14**, 13328. <https://doi.org/10.3390/su142013328>
- [2] Yu, Q., Zhang, H., Li, W., Song, X., Yang, D. and Shibasaki, R. (2020) Mobile Phone GPS Data in Urban Customized Bus: Dynamic Line Design and Emission Reduction Potentials Analysis. *Journal of Cleaner Production*, **272**, Article 122471. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.122471>
- [3] Wang, K. and Chen, W. (2024) Customized Bus Route Planning Based on Taxi Order Data in a ‘Many-to-One’ Scenario. *International Conference on Smart Transportation and City Engineering (STCE 2023)*, Chongqing, 16-18 December 2023, 490-500. <https://doi.org/10.1117/12.3024075>
- [4] Tong, L., Zhou, L., Liu, J. and Zhou, X. (2017) Customized Bus Service Design for Jointly Optimizing Passenger-to-

- Vehicle Assignment and Vehicle Routing. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **85**, 451-475. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2017.09.022>
- [5] Lyu, Y., Chow, C., Lee, V.C.S., Ng, J.K.Y., Li, Y. and Zeng, J. (2019) CB-Planner: A Bus Line Planning Framework for Customized Bus Systems. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **101**, 233-253. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.02.006>
- [6] Li, W., Zheng, L., Wu, X., Tang, X., Xiao, S., Zhao, M., et al. (2024) Exploring Potential Customized Bus Passengers across Private Car Trajectory Data. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, **25**, 21278-21296. <https://doi.org/10.1109/tits.2024.3458187>
- [7] 靳文舟, 胡为洋, 邓嘉怡, 等. 基于混合算法的需求响应公交灵活调度模型[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2021, 49(1): 123-133.
- [8] Sun, J., Chen, Y., Huang, J., Wei, P. and Song, C. (2021) Flexible Bus Route Optimization Scheduling Model. *Advances in Civil Engineering*, **2021**, Article ID: 8816965. <https://doi.org/10.1155/2021/8816965>
- [9] 李欣, 林小敬, 许航, 等. 需求响应公交网络化运营优化模型[J]. 计算机应用, 2023, 43(S1): 288-292.
- [10] Zhan, Z. and Chen, S. (2024) Research on Customized Bus Route Planning Considering Multiple Path Selection. *International Conference on Smart Transportation and City Engineering (STCE 2023)*, Chongqing, 16-18 December 2023, 442-450. <https://doi.org/10.1117/12.3024003>
- [11] Cai, Y. and Sun, S. (2024) Optimizing Customized Bus Routing and Maximum Seat Occupancy Rate under the Influence of Epidemic Outbreaks. *IEEE Access*, **12**, 172368-172384. <https://doi.org/10.1109/access.2024.3481427>
- [12] Wu, B., Zuo, X., Chen, G., Ai, G. and Wan, X. (2024) Multi-Agent Deep Reinforcement Learning Based Real-Time Planning Approach for Responsive Customized Bus Routes. *Computers & Industrial Engineering*, **188**, Article 109840. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109840>
- [13] 陈程, 石超峰, 熊敏. 考虑实时需求的定制公交在线调度算法研究[J]. 计算机与数字工程, 2024, 52(9): 2555-2560.
- [14] Yu, B., Wang, H., Shan, W. and Yao, B. (2018) Prediction of Bus Travel Time Using Random Forests Based on near Neighbors. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **33**, 333-350. <https://doi.org/10.1111/mice.12315>
- [15] Mouwen, A. (2015) Drivers of Customer Satisfaction with Public Transport Services. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **78**, 1-20. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2015.05.005>