

基于模糊线性规划的农产品种植效益问题研究 ——以石首市为例

杨天豪, 冯德鸿

三峡大学数理学院数学系, 湖北 宜昌

收稿日期: 2026年6月15日; 录用日期: 2026年7月9日; 发布日期: 2026年7月17日

摘 要

以湖北省石首市15个乡镇为研究对象, 选取油菜籽、棉花、蔬菜、西瓜和芝麻五类作物, 构建模糊线性规划模型。考虑5%追加补贴形成的预算弹性, 引入隶属度变量, 将模糊约束转化为普通线性规划模型。结果表明, 引入隶属度变量后, 模糊线性规划的优化效果比刚性线性规划具有显著的优越性。研究结果表明, 模糊线性规划能够在预算弹性条件下提高土地与资金配置效率, 为县域农产品种植结构优化提供参考。

关键词

模糊线性规划, 隶属度函数, 种植效益, 农业结构优化, GIS

Research on Planting Benefits of Agricultural Products Based on Fuzzy Linear Programming

—A Case Study of Shishou City

Tianhao Yang, Dehong Feng

Department of Mathematics, School of Mathematics and Physics, China Three Gorges University, Yichang
Hubei

Received: June 15, 2026; accepted: July 9, 2026; published: July 17, 2026

Abstract

Taking 15 towns and townships in Shishou City, Hubei Province as the research object, this study selects five types of crops-rapeseed, cotton, vegetables, watermelon, and sesame-to construct a fuzzy

linear programming model. Considering a budget elasticity formed by a 5% additional subsidy, a satisfaction variable is introduced to transform the fuzzy constraints into a crisp linear programming model. The results indicate that after introducing the membership variables, the optimization effect of fuzzy linear programming is significantly superior to that of rigid linear programming. Furthermore, the findings demonstrate that fuzzy linear programming can improve the efficiency of land and capital allocation under budget flexibility constraints, thereby providing a valuable reference for optimizing the planting structure of agricultural products at the county level.

Keywords

Fuzzy Linear Programming, Membership Function, Planting Benefit, Agricultural Structure Optimization, GIS

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

如何在土地、资金等资源有限条件下提高农作物种植效益,是县域农业种植结构优化中的重要问题。目前国内外对该问题的研究主要包括以下三方面。首先是农业种植结构优化方向[1],主要从区域资源禀赋、市场需求和产业基础出发,调整不同作物种植比例,提高农业综合效益;其次是农业资源配置优化方向[2],常运用线性规划、多目标规划等方法,在土地、资金、劳动力等约束条件下求解最优种植方案;第三方面是农业生产不确定性研究方向[3],主要采用模糊规划、随机规划等方法,处理农业生产中成本、收益、产量和政策补贴等因素难以精确确定的问题。

本文研究属于农业资源配置优化与不确定性决策相结合的方向,应用模糊线性规划模型和计算方法,结合湖北省石首市 15 个乡镇油菜籽、棉花、蔬菜、西瓜和芝麻等主要农作物的实际数据,从县域种植区域出发,研究如何调整农作物种植结构、分配土地和资金资源,实现种植资源的合理配置,提高石首市农作物种植效益,找出满意可行解,并应用 GIS 直观展示刚性规划与模糊柔性规划下各乡镇种植效益的对比结果。

2. 模糊线性规划模型

模糊线性规划模型描述如下[4] [5]:

目标函数 $\max Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$ 简写成 $\max Z = CX$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^n a_{1i} x_i \lesseqgtr b_1 \\ \sum_{i=1}^n a_{2i} x_i \lesseqgtr b_2 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n a_{mi} x_i \lesseqgtr b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad \text{简写成 s.t.} \begin{cases} AX \lesseqgtr b \\ X \geq 0 \end{cases}$$

其中“ $\lesseqgtr$ ”表示某种弹性约束,意指“近似小于等于”,约束条件是由 m 个模糊集表达的,对每个约束

$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i$ 对应有一个模糊子集 $\underline{D}_i$, 其隶属函数为

$$D_i(x) = f_i\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j\right) = \begin{cases} 1 & \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \\ 1 - \frac{1}{d_i}\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i\right) & b_i < \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i + d_i \\ 0 & \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j > b_i + d_i \end{cases}$$

其中 d_i 是决策者适当选择的弹性参数指标, $d_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, m)$, 设 $\underline{D} = \underline{D}_1 \cap \underline{D}_2 \cap \dots \cap \underline{D}_m$ 为对应约束条件的模糊约束集, 模糊线性规划模型的解法步骤如下:

先求普通线性规划 $\max Z = CX$, $AX \leq b$, $X \geq 0$ 的最大值 Z_0 及 $\max Z = CX$, $AX \leq b+d$, $X \geq 0$ 的最大值 $Z_0 + d_0$ 。其中 $b+d = (b_1 + d_1, b_2 + d_2, \dots, b_m + d_m)^T$, Z_0 是严格遵守约束条件 $AX \leq b$ (隶属度 $\underline{D}(x)=0$) 下目标函数的最大值; $Z_0 + d_0$ 是当约束条件放松到 $AX \leq b+d$ (隶属度 $\underline{D}(x)=0$) 下的目标函数最大值。

构造模糊目标集 $\underline{M}$, 其隶属函数

$$\underline{M}(x) = g\left(\sum_{j=1}^n c_j x_j\right) = \begin{cases} 0 & \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq Z_0 \\ \frac{1}{d_0}\left(\sum_{j=1}^n c_j x_j - Z_0\right) & Z_0 < \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq Z_0 + d_0 \\ 1 & \sum_{j=1}^n c_j x_j > Z_0 + d_0 \end{cases}$$

当 $\underline{D}(x)=1$ 时 $\underline{M}(x)=0$, 要使目标值大于 Z_0 必须降低 $\underline{D}(x)$, 为兼顾模糊约束集 $\underline{D}$ 和模糊目标集 $\underline{M}$, 采用模糊前判决取交集运算 $\underline{D}_F = \underline{D} \cap \underline{M}$, 并采取最大隶属原则求最优解 x^* 使得满意度达最大。

原问题归结为求解普通线性规划问题[6]

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \text{s.t.} \begin{cases} 1 - \frac{1}{d_i}\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i\right) \geq \lambda, & i=1, 2, \dots, m \\ \frac{1}{d_0}\left(\sum_{j=1}^n c_j x_j - Z_0\right) \geq \lambda \\ 0 \leq \lambda \leq 1, & x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

约束条件进一步化简得到

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i\lambda \leq b_i + d_i, & i=1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n c_j x_j - d_0\lambda \geq Z_0 \\ 0 \leq \lambda \leq 1 \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

求出最优解 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*, \lambda)$, 则最优解 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, 目标函数值为 $Z^* = \sum_{j=1}^n c_j x_j^*$ 。

3. 模糊规划模型结合算例求解

算例来源于湖北省荆州市石首市农业相关统计资料，主要农产品品种包括油菜籽、棉花、蔬菜、西瓜和芝麻，其种植面积限额、亩种植成本、亩净收益及年均亩产量等基础数据如表 1；石首市 15 个乡镇、街道及开发区的可耕地面积、可分配成本和追加补贴等基本种植数据如表 2。

Table 1. Shishou city crop indicators

表 1. 石首市农作物指标

农作物品种	种植面积限额(亩)	亩种植成本(元)	净收益(元/亩)	年均亩产量(公斤/亩)
油菜籽	766,000	550	450	181
棉花	139,000	1450	780	64
蔬菜	401,500	2800	3500	2680
西瓜	106,440	1850	2400	2790
芝麻	7480	480	650	124

Table 2. Township-level crop planting data (WGS84 coordinate system)

表 2. 农作物种植的乡镇数据(WGS84 坐标系统)

地区	经度	纬度	可耕地面积(亩)	可分配成本(万元)	追加补贴(5%) (万元)
笔架山街办	112.44747162	29.73484039	66,757	3900	195
大垸镇	112.47596741	29.82856750	170,032	9880	494
调关镇	112.65380859	29.69741821	143,887	8320	416
东升镇	112.53364563	29.70016479	203,208	11,700	585
高基庙镇	112.42240906	29.64935303	99,168	5720	286
高陵镇	112.28164673	29.68162537	85,916	4940	247
横沟市镇	112.55184174	29.90100861	73,305	4160	208
久合垸乡	112.35305786	29.60163116	69,750	4030	201.5
南口镇	112.34516144	29.75303650	100,485	5850	292.5
桃花山镇	112.70874023	29.67132568	115,233	6630	331.5
天鹅洲开发区	112.57896423	29.82067108	77,951	4550	227.5
团山寺镇	112.30567932	29.57691193	75,611	4368	218.4
小河口镇	112.66822815	29.78736877	160,346	9360	468
新厂镇	112.42927551	29.88487244	97,706	5590	279.5
绣林街办	112.38859177	29.70033646	38,913	2210	110.5

3.1. 模糊建模原则

为优化石首市农产品种植结构并合理配置土地与财政资源，本研究在考虑作物亩净收益、成本、年均产量及种植面积限额的基础上，对石首市 15 个乡镇设置 5%的追加种植补贴作为弹性指标，以刻画农业投入预算的柔性变化。鉴于公开政策未明确对应的补贴比例，本文将 5%作为情景分析参数以模拟预算弹性，后续将结合实地调研数据进一步修正。

3.2. 模糊规划建模

设石首市 15 个乡镇构成集合 $I = \{1, 2, \dots, 15\}$, 五类主要农作物构成集合 $J = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 其中 $j = 1, 2, 3, 4, 5$ 分别表示油菜籽、棉花、蔬菜、西瓜和芝麻。设 X_{ij} 为第 i 个乡镇种植第 j 类农作物的面积, 单位为亩。

根据石首市农作物种植数据, 油菜籽、棉花、蔬菜、西瓜和芝麻的亩净收益分别为 450 元、780 元、3500 元、2400 元和 650 元; 亩种植成本分别为 550 元、1450 元、2800 元、1850 元和 480 元; 对应的种植面积限额分别为 766,000 亩、139,000 亩、401,500 亩、106,440 亩和 7480 亩。石首市可耕地总面积为 1,578,268 亩, 农业可分配成本为 91,208 万元, 并设置 5% 财政追加补贴作为弹性指标。

本文以石首市农产品种植总净收益最大化为目标, 建立如下模糊线性规划模型:

$$\max Z = \sum_{i=1}^{15} (450X_{i1} + 780X_{i2} + 3500X_{i3} + 2400X_{i4} + 650X_{i5})$$

其中, Z 表示石首市农产品种植总净收益。各乡镇土地资源约束为:

$$\sum_{j=1}^5 X_{ij} \leq S_i, \quad i = 1, 2, \dots, 15$$

其中, S_i 表示第 i 个乡镇可用于农产品种植的耕地面积。各乡镇种植成本约束为:

$$550X_{i1} + 1450X_{i2} + 2800X_{i3} + 1850X_{i4} + 480X_{i5} \leq B_i, \quad i = 1, 2, \dots, 15$$

其中, B_i 表示第 i 个乡镇的基础农业投入预算, “ $\leq$ ” 表示成本预算具有一定弹性。设 $d_i = 0.05B_i$ 为第 i 个乡镇的追加补贴额度, 则成本约束的可容忍区间为 $[B_i, B_i + d_i]$ 。

各类农作物种植面积上限约束为:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{15} X_{i1} &\leq 766000 \\ \sum_{i=1}^{15} X_{i2} &\leq 139000 \\ \sum_{i=1}^{15} X_{i3} &\leq 401500 \\ \sum_{i=1}^{15} X_{i4} &\leq 106440 \\ \sum_{i=1}^{15} X_{i5} &\leq 7480 \end{aligned}$$

为避免模型在单一收益最大化目标下过度压缩油菜籽和棉花等基础作物种植面积, 本文参考石首市现有主要作物种植结构、地方农业生产实际及基础作物保障需求, 并结合模型可行性分析, 将油菜籽和棉花最低种植比例设定为各自种植面积上限的 15%, 即:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{15} X_{i1} &\geq 0.15 \times 766000 = 114900 \\ \sum_{i=1}^{15} X_{i2} &\geq 0.15 \times 139000 = 20850 \end{aligned}$$

3.3. 模糊规划模型求解步骤

第 1 步, 解普通线性规划 $\max Z = CX$, $AX \leq b$, $X \geq 0$ 的最大值 Z_0 , 应用 LINGO 编程计算结果如表 3, $Z_0 = 1100971125$ 。

第2步, 解普通线性规划 $\max Z = CX$, $AX \leq b + d$, $X \geq 0$ 的最大值 $Z_0 + d_0$, 其他约束条件不变, 种植成本约束为

$$550X_{i1} + 1450X_{i2} + 2800X_{i3} + 1850X_{i4} + 480X_{i5} \leq B_i + d_i, \quad i = 1, 2, \dots, 15$$

计算结果如表3, $Z_0 + d_0 = 1157976125$, $d_0 = 57005000$ 。

第3步, 解普通线性规划, 目标函数 $\max \lambda$, 各乡镇土地资源约束和种植各类农作物的面积约束不变。种植成本满意度约束

$$550X_{i1} + 1450X_{i2} + 2800X_{i3} + 1850X_{i4} + 480X_{i5} + d_i\lambda \leq B_i + d_i, \quad i = 1, 2, \dots, 15$$

目标函数满意度约束

$$\sum_{i=1}^{15} (450X_{i1} + 780X_{i2} + 3500X_{i3} + 2400X_{i4} + 650X_{i5}) - d_0\lambda \geq Z_0$$

满意度约束 $0 \leq \lambda \leq 1$ 。

模糊优化计算结果 $\lambda = 0.5$, 各乡镇农作物种植面积如表3, 总预期收益 $Z = 1129473625$ 元。

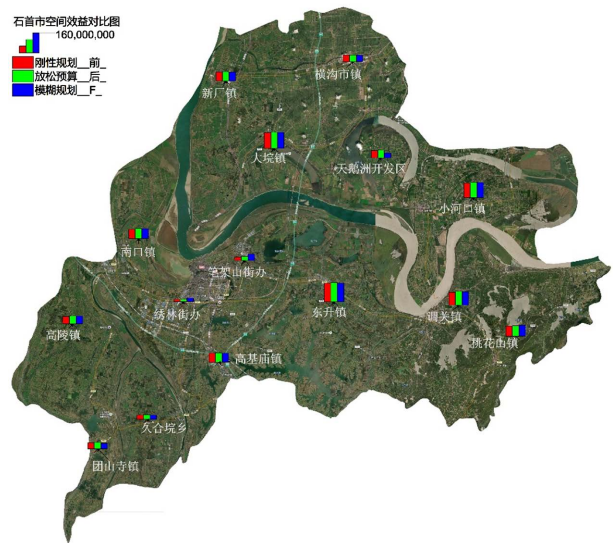
Table 3. Crop subsidy changes and fuzzy optimization results across townships

表 3. 各乡镇农作物补贴前后及模糊优化结果

地区	方案	油菜籽	棉花	蔬菜	西瓜	芝麻	预期效益
笔架山街办	前	0	20,075	0	5347	0	28,490,820
笔架山街办	后	0	18,847	0	7363	0	32,372,433
笔架山街办	F	0	0	14,277	0	0	49,968,750
大垵镇	前	0	0	35,286	0	0	123,500,000
大垵镇	后	0	0	37,050	0	0	129,675,000
大垵镇	F	0	0	36,168	0	0	126,587,500
调关镇	前	0	0	29,714	0	0	104,000,000
调关镇	后	0	0	31,200	0	0	109,200,000
调关镇	F	0	0	30,457	0	0	106,600,000
东升镇	前	0	0	16,636	38,065	0	149,580,669
东升镇	后	0	0	23,101	31,442	0	156,313,645
东升镇	F	0	0	42,830	0	0	149,906,250
高基庙镇	前	0	0	0	30,919	0	74,205,405
高基庙镇	后	0	0	0	32,465	0	77,915,676
高基庙镇	F	0	0	0	31,692	0	76,060,541
高陵镇	前	0	0	17,643	0	0	61,750,000
高陵镇	后	0	0	18,525	0	0	64,837,500
高陵镇	F	0	0	16,802	0	7480	63,667,750
横沟市镇	前	0	0	14,857	0	0	52,000,000
横沟市镇	后	0	0	15,600	0	0	54,600,000
横沟市镇	F	0	0	15,229	0	0	53,300,000
久合垵乡	前	60,377	0	0	1893	7480	36,575,150
久合垵乡	后	58,827	0	0	3443	7480	39,597,650
久合垵乡	F	68,441	0	1309	0	0	35,379,611

续表

南口镇	前	0	0	20,893	0	0	73,125,000
南口镇	后	0	0	21,938	0	0	76,781,250
南口镇	F	0	0	0	32,412	0	77,789,189
桃花山镇	前	0	0	23,679	0	0	82,875,000
桃花山镇	后	0	0	24,862	0	0	87,018,750
桃花山镇	F	0	0	0	36,734	0	88,161,081
天鹅洲开发区	前	0	0	16,250	0	0	56,875,000
天鹅洲开发区	后	0	0	17,062	0	0	59,718,750
天鹅洲开发区	F	0	20,850	5859	0	0	36,769,250
团山寺镇	前	16,386	0	123,81	0	0	50,708,434
团山寺镇	后	19,163	0	126,16	0	0	52,778,711
团山寺镇	F	46,459	0	68,64	0	0	44,931,014
小河口镇	前	0	0	33,429	0	0	117,000,000
小河口镇	后	0	0	35,100	0	0	122,850,000
小河口镇	F	0	0	34,264	0	0	119,925,000
新厂镇	前	0	0	0	30,216	0	72,518,919
新厂镇	后	0	0	0	31,727	0	76,144,865
新厂镇	F	0	0	16,762	5602	0	72,112,064
绣林街办	前	38,138	775	0	0	0	17,766,728
绣林街办	后	36,910	2003	0	0	0	18,171,895
绣林街办	F	0	0	8090	0	0	28,315,625



注：该图基于自然资源部标准底图服务网站下载的审图号为GS(2016)1609 号的标准地图制作，底图无修改；专题数据来源于本文模型计算结果。

Figure 1. Comparison of expected revenue space between rigid and fuzzy flexible planning in Shishou city
图 1. 石首市刚性规划与模糊柔性规划预期收益空间对比图

应用 ArcGIS 空间可视化技术[7], 将表 3 中各乡镇农产品种植优化结果与石首市乡镇行政区划数据进行空间关联, 绘制石首市主要农产品种植效益空间分布图。通过对刚性规划与模糊柔性规划下各乡镇预期收益进行对比, 可以直观反映不同乡镇在土地资源配置、预算弹性和作物种植结构调整中的效益差异, 结果如图 1。

4. 结果分析与建议

结合表 3 及图 1 可知, 在引入 5%追加补贴弹性条件下, 模型最优满意度为 $\lambda = 0.5$, 模糊柔性规划总预期收益为 1,129,473,625 元, 较传统刚性规划的 1,100,971,125 元增加 28,502,500 元, 说明模糊规划能够在预算弹性、资源配置和收益提升之间取得较为满意的平衡。

从各乡镇优化结果看[8], 笔架山街道和绣林街道效益提升较明显, 主要得益于蔬菜等高亩净收益作物的配置增加; 大垵镇、调关镇和小河口镇在三种方案下均以蔬菜种植为主, 说明其原有种植基础与资源条件匹配度较高; 东升镇、新厂镇、高陵镇和团山寺镇等乡镇则出现一定作物替代, 体现了模型在基础作物保障和土地约束条件下的综合优化作用。

需要说明的是, 模型结果属于数学规划意义上的满意可行解, 实际推广仍可能受到市场价格波动、技术服务不足、劳动力供给紧张以及农田水利、仓储冷链和交通运输等基础设施条件限制。因此, 该结果不宜理解为一性调整方案, 而应作为分阶段、差异化优化种植结构的参考依据。

基于此, 建议石首市加强市场监测, 降低高附加值作物价格波动风险; 完善农业技术推广服务, 提升蔬菜、西瓜、芝麻等作物的标准化栽培水平; 改善农田水利、仓储冷链和交通运输条件, 提高高收益作物的生产与流通能力; 针对不同乡镇实施差异化引导, 发挥区域比较优势, 促进农业种植结构优化。

参考文献

- [1] 吴亚奇, 刘倩倩, 郭思凡, 等. 农地流转, 种植结构与农业绿色全要素生产率[J]. 农业现代化研究, 2026, 47(2): 265-276.
- [2] 乔陆印. 资源再配置: 全域土地综合整治促进农业规模化经营的机理与路径[J]. 自然资源学报, 2025, 40(8): 2269-2282.
- [3] 姚凤梅, 秦鹏程, 张佳华, 等. 基于模型模拟气候变化对农业影响评估的不确定性及其处理方法[J]. 科学通报, 2011, 56(8): 547-555.
- [4] 赵海坤, 郭嗣琮. 一类全系数模糊线性规划的求解方法[J]. 模糊系统与数学, 2009, 23(3): 139-144.
- [5] 成亚丽, 黄天民, 李向峰, 等. 具有模糊变量的线性规划问题的求解方法[J]. 陕西理工学院学报: 自然科学版, 2009, 25(4): 47-51.
- [6] 达庆利, 刘新旺. 区间数线性规划及其满意解[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(4): 3-7.
- [7] 杨海军, 邵全琴. GIS 空间分析技术在地理数据处理中的应用研究[J]. 地球信息科学, 2007, 9(5): 70-75.
- [8] 冯德鸿. 模糊规划在中草药材种植效益问题的应用研究[J]. 应用数学进展, 2023, 12(7): 3486-3493.