

基于RBF神经网络和移动神经传感单元的分数阶脑机接口系统的泛函区间估计

钱学明^{1,2*}, 张同林²

¹无锡科技职业学院物联网与人工智能学院, 江苏 无锡

²九竹物联技术有限公司, 江苏 无锡

收稿日期: 2026年7月25日; 录用日期: 2026年8月17日; 发布日期: 2026年8月28日

摘 要

本文针对未知非线性、有界扰动和测量噪声作用下分数阶脑机接口系统的泛函区间估计问题, 提出一种结合RBF神经网络与移动神经传感单元的估计方法。利用RBF神经网络逼近未知非线性, 基于移动点测量构造中心状态估计器和误差半径系统, 并设计传感单元的投影梯度速度律。通过分数阶Lyapunov方法证明状态估计误差始终位于误差半径包络内, 从而保证目标泛函区间估计的可靠性。数值仿真表明, 所提方法能够有效包络真实泛函轨迹, 且移动点测量相较固定点测量能改善观测位置分布并减小泛函估计区间宽度。

关键词

分数阶神经动力学, 脑机接口, 泛函区间估计, RBF神经网络, 移动神经传感单元, 点测量, 有界扰动

RBF Neural Network-Based Functional Interval Estimation for a Fractional-Order Brain-Computer Interface System with Mobile Neuro-Sensing Units

Xueming Qian^{1,2*}, Tonglin Zhang²

¹School of Internet of Things and Artificial Intelligence, Wuxi Vocational College of Science and Technology, Wuxi Jiangsu

²Jiuzhu Internet of Things Technology Company Limited, Wuxi Jiangsu

Received: July 25, 2026; accepted: August 17, 2026; published: August 28, 2026

*通讯作者。

文章引用: 钱学明, 张同林. 基于 RBF 神经网络和移动神经传感单元的分数阶脑机接口系统的泛函区间估计[J]. 应用数学进展, 2026, 15(8): 473-488. DOI: 10.12677/aam.2026.158368

Abstract

This paper addresses the issue of functional interval estimation for fractional-order brain-computer interface systems under the influence of unknown nonlinearities, bounded disturbances, and measurement noise, and proposes an estimation method that combines RBF neural networks with mobile neural sensing units. The RBF neural network is used to approximate the unknown nonlinearities, and a central state estimator and error radius system are constructed based on mobile point measurements; a projection gradient velocity law for the sensing units is also designed. Using a fractional-order Lyapunov approach, it is proven that the state estimation error always remains within the error radius envelope, thereby ensuring the reliability of the target functional interval estimation. Numerical simulations demonstrate that the proposed method effectively encloses the true functional trajectory, and that moving-point measurements improve the distribution of observation locations and reduce the width of the functional estimation interval compared to fixed-point measurements.

Keywords

Fractional-Order Neurodynamics, Brain-Computer Interfaces, Functional Interval Estimation, RBF Neural Networks, Mobile Neuro-Sensing Units, Point Measurements, Bounded Disturbances

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

脑机接口通过解析神经活动, 在大脑与外部设备之间建立直接的信息交互通道, 已广泛应用于神经康复、运动辅助、认知状态识别和智能人机交互等领域[1]。神经活动通常具有显著的非线性、空间耦合、记忆效应以及对环境噪声和生理伪迹的敏感性, 传统整数阶模型难以充分描述其复杂动态。分数阶模型能够表征系统对历史状态的长期依赖, 已被用于神经动力学、脑信号分析及反应扩散神经网络的建模与分析[2]-[4]。因此, 采用分数阶反应扩散模型描述脑机接口系统中的神经活动, 有助于同时刻画其时间记忆和空间传播特征。

脑机接口应用通常并不要求恢复完整的空间状态, 而是关注局部皮层激活水平、特定空间模态或与运动意图相关的神经功能量。与完整状态估计相比, 直接估计指定状态泛函能够降低估计器复杂度, 并突出任务所需的信息。泛函观测器的存在性和设计方法已在有限维线性系统中得到研究[5], 并逐步扩展到含扰动系统的泛函区间观测问题[6]。

然而, 传统泛函观测器通常只给出单一点估计, 难以反映初始状态误差、模型失配、外部扰动和测量噪声所造成的不确定性。泛函区间估计通过构造目标泛函的上下界, 为真实轨迹提供可靠包络。已有研究分别讨论了连续时间系统、分数阶互联系统以及同时含时变和时不变不确定性的泛函区间估计问题[7][8]。区间状态估计和鲁棒区间观测方法也为处理未知但有界不确定性提供了重要的理论基础[9][10]。但现有方法大多针对有限维线性系统, 较少涉及兼具分数阶记忆、空间扩散和未知非线性的脑机接口系统。

另一方面, 固定位置传感器难以持续覆盖神经活动较为显著的空间区域。当主要神经活动模式随时间发生迁移时, 固定点测量可能降低观测性能并扩大估计区间。分布式区间估计研究表明, 多测量节点

及其信息融合有助于改善不确定系统的区间估计精度[11]。已有工作还将移动神经传感与刺激单元引入分数阶脑机接口系统, 并通过动态调整设备位置改善固定时间控制性能[12]。但该研究关注神经状态的镇定, 没有考虑移动点测量条件下目标神经泛函的可靠区间估计。

未知非线性同样是影响泛函估计精度的重要因素。若将复杂神经交互全部视为有界扰动, 容易造成估计区间过宽。径向基函数神经网络具有结构简单、局部响应和通用逼近能力, 可用于逼近难以获得解析表达的连续非线性函数[13]。因此, 可以利用径向基函数神经网络形成未知非线性的中心近似, 并将权值不确定性和逼近残差纳入区间半径, 从而兼顾估计精度与区间可靠性。

因此, 本文研究具有未知非线性、有界扰动、测量噪声和移动点测量的分数阶脑机接口系统泛函区间估计问题。

2. 系统模型与问题描述

为刻画脑机接口系统中神经活动的记忆效应、空间传播特征以及复杂神经交互作用, 本文考虑一类定义在一维皮层区域上的分数阶神经动力学模型。

设脑皮层空间区域为 $\Omega = (0, L)$, 其中, $L > 0$ 表示所研究皮层区域的长度。系统的空间状态满足如下分数阶反应扩散方程:

$$\begin{aligned} {}^c D_t^\alpha \rho(t, \chi) = & a \frac{\partial^2 \rho(t, \chi)}{\partial \chi^2} + \kappa h(\rho(t, \chi), t, \chi) + d(t, \chi) \\ & + \sum_{i=1}^m q(\chi; \chi_i(t)) u_i(t), \quad (t, \chi) \in \mathbb{R}_+ \times \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

其初始条件和边界条件分别为

$$\rho(0, \chi) = \rho_0(\chi), \quad \chi \in \Omega,$$

以及

$$\rho(t, 0) = \rho(t, L) = 0, \quad t \geq 0.$$

式中, $\rho(t, \chi)$ 表示时刻 t 和空间位置 χ 处的神经活动强度; $a > 0$ 为扩散系数, 用于描述神经活动在皮层区域内的空间传播; κ 为未知非线性项的强度系数; 函数 $h(\rho(t, \chi), t, \chi)$ 表示由神经元之间复杂电化作用、非线性突触耦合及神经网络内部交互所产生的未知非线性动力学。算子 ${}^c D_t^\alpha$ 表示阶次为 $0 < \alpha < 1$ 的 Caputo 分数阶导数。分数阶导数通过对历史状态赋予幂律衰减权重, 能够描述神经信号演化过程中存在的记忆效应和非局部时间依赖特征。

扰动项 $d(t, \chi)$ 表示神经信号采集过程中受到的生理伪迹、环境噪声和未建模动态等综合影响。假设该扰动未知但有界, 即存在已知函数 $\underline{d}(t, \chi)$ 和 $\bar{d}(t, \chi)$, 使得

$$\underline{d}(t, \chi) \leq d(t, \chi) \leq \bar{d}(t, \chi), \quad (t, \chi) \in \mathbb{R}_+ \times \Omega. \quad (2)$$

同时, 存在已知常数 $d_M > 0$, 满足

$$\|d(t, \cdot)\|_{L^2(\Omega)} \leq d_M. \quad (3)$$

式(1)中, $u_i(t)$ 表示作用于第 i 个空间位置的已知外部神经刺激输入。第 i 个移动神经传感单元在时刻 t 的位置记为 $\chi_i(t) \in \Omega, i = 1, 2, \dots, m$ 。假设 $\chi_i(t)$ 连续可微, 并存在充分小的常数 $\varepsilon_0 > 0$, 使得

$$\varepsilon_0 \leq \chi_i(t) \leq L - \varepsilon_0, \quad t \geq 0. \quad (4)$$

移动神经传感单元的空间分布表示为

$$q(\chi; \chi_i(t)) = \delta(\chi - \chi_i(t)), \quad (5)$$

其中, $\delta(\cdot)$ 为狄拉克分布。由此, 第 i 个移动神经传感单元仅获取其当前位置处的神经活动值, 其测量输出为

$$\begin{aligned} y_i(t) &= \int_0^L \delta(\chi - \chi_i(t)) \rho(t, \chi) d\chi + v_i(t) \\ &= \rho(t, \chi_i(t)) + v_i(t), \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $v_i(t)$ 为第 i 个移动神经传感单元的测量噪声。假设测量噪声未知但有界, 即

$$|v_i(t)| \leq \bar{v}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (7)$$

其中, $\bar{v}_i \geq 0$ 为已知常数。

为严格描述点测量, 引入 $\mathcal{V} \hookrightarrow \mathcal{X} \equiv \mathcal{X}^* \hookrightarrow \mathcal{V}^*$, 其中, $\mathcal{X} = L^2(\Omega)$, $\mathcal{V} = H_0^1(\Omega)$, $\mathcal{V}^* = H^{-1}(\Omega)$ 。嵌入关系均为连续且稠密的。由于空间区域 Ω 是一维有界区间, 根据 Sobolev 嵌入定理, 有 $H_0^1(\Omega) \hookrightarrow C(\bar{\Omega})$ 。因此, 对于任意 $\phi \in \mathcal{V}$, 点值 $\phi(\chi_i(t))$ 有明确意义, 并且狄拉克分布 $\delta_{\chi_i(t)}$ 可视为 $\mathcal{V}^*$ 中的连续线性泛函, 其作用定义为 $\langle \delta_{\chi_i(t)}, \phi \rangle_{\mathcal{V}^*, \mathcal{V}} = \phi(\chi_i(t))$ 。定义空间扩散算子 $\mathcal{A} = a \frac{\partial^2}{\partial \chi^2}$, 其在状态空间 $\mathcal{X}$ 上的定义域为 $D(\mathcal{A}) = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$ 。对于任意 $\phi, \psi \in \mathcal{V}$, 该算子的弱形式满足

$$\langle -\mathcal{A}\phi, \phi \rangle_{\mathcal{V}^*, \mathcal{V}} \geq \lambda_0 \|\phi\|_{\mathcal{X}}^2, \quad (8)$$

其中, 可取 $\lambda_0 = \frac{a\pi^2}{L^2} > 0$ 。

令 $\rho(t) = \rho(t, \cdot)$, $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \cdots \ u_m(t)]^T$, 并记 $\chi(t) = [\chi_1(t) \ \chi_2(t) \ \cdots \ \chi_m(t)]^T$ 。定义移动点输入算子 $\mathcal{B}(\chi(t)): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathcal{V}^*$ 为 $\mathcal{B}(\chi(t))u(t) = \sum_{i=1}^m u_i(t) \delta_{\chi_i(t)}$ 。相应地, 定义移动点观测算子 $\mathcal{C}(\chi(t)): \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}^m$ 为 $\mathcal{C}(\chi(t))\phi = [\phi(\chi_1(t)), \phi(\chi_2(t)), \dots, \phi(\chi_m(t))]^T$ 。 $\mathcal{B}(\chi(t))$ 是从 $\mathbb{R}^m$ 到 $\mathcal{V}^*$ 的有界算子, $\mathcal{C}(\chi(t))$ 是从 $\mathcal{V}$ 到 $\mathbb{R}^m$ 的有界算子, 并满足形式上的对偶关系

$$\mathcal{C}(\chi(t)) = \mathcal{B}^*(\chi(t)). \quad (9)$$

定义未知非线性算子 $\mathcal{H}(\rho(t)) = h(\rho(t, \cdot), t, \cdot)$ 。于是, 系统(1)及其移动点测量方程可以在 $\mathcal{V}^*$ 中写成如下紧凑形式:

$$\begin{cases} {}^c D_t^\alpha \rho(t) = \mathcal{A}\rho(t) + \kappa \mathcal{H}(\rho(t)) + d(t) + \mathcal{B}(\chi(t))u(t), \\ y(t) = \mathcal{C}(\chi(t))\rho(t) + v(t), \end{cases} \quad (10)$$

其中, $y(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_m(t)]^T$, $v(t) = [v_1(t) \ v_2(t) \ \cdots \ v_m(t)]^T$ 。

定义待估计的线性泛函为

$$z(t) = \mathcal{G}\rho(t) \in \mathbb{R}^{n_z}, \quad (11)$$

其中, $\mathcal{G}: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$ 为已知有界线性算子。具体地, 可以将其表示为

$$\mathcal{G}\phi = \left[\int_0^L g_1(\chi) \phi(\chi) d\chi, \int_0^L g_2(\chi) \phi(\chi) d\chi, \dots, \int_0^L g_{n_z}(\chi) \phi(\chi) d\chi \right]^T, \quad g_j \in L^2(\Omega). \quad (12)$$

权函数 $g_j(\chi)$ 可根据具体脑机接口任务进行选取。例如, 它可以描述特定皮层区域内神经活动的加权平均、与运动意图相关的空间模态系数, 或者某一神经功能区域的综合激活水平。

定义 1 给定向量 $\underline{z}, \bar{z} \in \mathbb{R}^{n_z}$, 且满足 $\underline{z} \leq \bar{z}$, 区间向量定义为 $[\underline{z}, \bar{z}] = \{\zeta \in \mathbb{R}^{n_z} : \underline{z} \leq \zeta \leq \bar{z}\}$, 其中所有不等式均按分量理解。

定义 2 对于系统(10)和目标泛函(11), 若能够根据已知输入 $u(t)$ 、移动传感单元位置 $\chi(t)$ 以及测量输出 $y(t)$, 构造两个信号 $\underline{z}(t), \bar{z}(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$, 使得对所有满足给定初始条件、扰动和测量噪声边界的系统轨迹, 均有 $\underline{z}(t) \leq z(t) \leq \bar{z}(t), t \geq 0$, 则称 $[\underline{z}(t), \bar{z}(t)]$ 为 $z(t)$ 的一个可靠泛函区间估计。

为了描述初始状态的不确定性, 假设存在已知函数 $\underline{\rho}_0, \bar{\rho}_0 \in \mathcal{X}$, 满足

$$\underline{\rho}_0(\chi) \leq \rho_0(\chi) \leq \bar{\rho}_0(\chi), \text{ a.e. } \chi \in \Omega. \quad (13)$$

对于任意实值函数 $g(\chi)$, 定义其正部和负部为 $g^+(\chi) = \max\{g(\chi), 0\}$ 、 $g^-(\chi) = g^+(\chi) - g(\chi)$, 从而有 $g = g^+ - g^-$ 、 $|g| = g^+ + g^-$ 。

引理 1 设 $\underline{\phi}, \phi, \bar{\phi} \in L^2(\Omega)$, 且 $\underline{\phi}(\chi) \leq \phi(\chi) \leq \bar{\phi}(\chi)$, 对几乎处处的 $\chi \in \Omega$ 成立。对于泛函 $\mathcal{G}_j \phi = \int_0^L g_j(\chi) \phi(\chi) d\chi$, 有

$$\int_0^L [g_j^+(\chi) \underline{\phi}(\chi) - g_j^-(\chi) \bar{\phi}(\chi)] d\chi \leq \mathcal{G}_j \phi \leq \int_0^L [g_j^+(\chi) \bar{\phi}(\chi) - g_j^-(\chi) \underline{\phi}(\chi)] d\chi.$$

引理 2 设 $\varphi(t)$ 是取值于实 Hilbert 空间 $\mathcal{X}$ 的连续可微函数。对于任意 $0 < \alpha < 1$, 有

$$\frac{1}{2} {}^c D_t^\alpha \|\varphi(t)\|_{\mathcal{X}}^2 \leq \langle \varphi(t), {}^c D_t^\alpha \varphi(t) \rangle_{\mathcal{X}}.$$

假设 1 设 $\mathcal{D}_H \subset H$ 为包含系统真实状态和中心估计状态的已知。未知非线性算子 $\mathcal{H}: \mathcal{D}_H \rightarrow H$ 在有界集合 $\mathcal{D}_H \subset H$ 上连续, 且存在已知常数 $L_H > 0$, 使得对于任意 $\rho_1, \rho_2 \in \mathcal{D}_H$, 均有 $\|\mathcal{H}(\rho_1) - \mathcal{H}(\rho_2)\|_H \leq L_H \|\rho_1 - \rho_2\|_H$ 。该未知非线性可以由具有有限个隐含层节点的径向基函数神经网络逼近, 其逼近误差未知但存在已知上界。

假设 2 初始状态、外部扰动和测量噪声分别满足(13)、(2)和(7)。输入 $u(t)$ 、移动传感单元位置 $\chi(t)$ 及其运动轨迹均为已知信号。

假设 3 对于任意允许的初始状态、扰动、测量噪声和输入, 系统(14)存在唯一弱解 $\rho \in C([0, T]; \mathcal{X}) \cap L^2(0, T; \mathcal{V})$, 并且 ${}^c D_t^\alpha \rho \in L^2(0, T; \mathcal{V}^*)$ 对任意有限时间 $T > 0$ 成立。

本文需要解决的问题是利用已知输入、移动神经传感单元的位置及其点测量信息, 设计目标泛函的可靠区间估计器, 使真实泛函轨迹始终包含在所构造的上下界之间; 同时, 在保证区间包含可靠性的基础上, 利用移动点测量尽可能减小各泛函分量的估计区间宽度, 以提高泛函估计结果的精确性。

3. 泛函区间估计器的设计

3.1. 未知非线性的 RBF 神经网络逼近

为描述系统中难以准确建模的非线性神经交互, 令 $\xi(t, \chi) = \text{col}\{\rho(t, \chi), t, \chi\}$, 未知连续非线性函数可以表示为

$$h(\rho(t, \chi), t, \chi) = W^{*T} \Phi(\xi(t, \chi)) + \varepsilon_h(\xi(t, \chi)), \quad (14)$$

其中, $W^* \in \mathbb{R}^r$ 为理想权值向量, $\Phi(\xi) = \text{col}\{\phi_1(\xi), \phi_2(\xi), \dots, \phi_r(\xi)\}$ 为由 r 个 Gaussian 基函数构成的基函数向量, 且 $\phi_j(\xi) = \exp\left[-\frac{(\xi - c_j)^T (\xi - c_j)}{\sigma_j^2}\right], j = 1, 2, \dots, r$, 其中, c_j 和 $\sigma_j > 0$ 分别为第 j 个基函数的中心和宽度。相应地, 未知非线性算子可写为

$$\mathcal{H}(\rho(t))(\chi) = W^{*\top} \Phi(\xi(t, \chi)) + \varepsilon_h(\xi(t, \chi)). \quad (15)$$

有限节点 RBF 神经网络的逼近残差满足

$$|\varepsilon_h(\xi(t, \chi))| \leq \bar{\varepsilon}_h, \quad (16)$$

其中, $\bar{\varepsilon}_h > 0$ 为已知常数。

3.2. 中心状态估计器与 RBF 权值更新

定义估计器的网络输入为 $\hat{\xi}(t, \chi) = \text{col}\{\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi\}$, 其中, $\hat{\rho}(t)$ 为系统状态的中心估计。令 $\hat{W}(t) \in \mathbb{R}^r$ 为理想权值 W^* 的在线估计, 则未知非线性的中心估计为 $\hat{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi) = \hat{W}^\top(t) \Phi(\hat{\xi}(t, \chi))$ 。相应的非线性估计算子定义为 $\hat{\mathcal{H}}(\hat{\rho}(t))(\chi) = \hat{W}^\top(t) \Phi(\hat{\xi}(t, \chi))$ 。

基于移动神经传感单元获得的点测量信息, 构造中心状态估计器

$$\begin{aligned} {}^c D_t^\alpha \hat{\rho}(t) = & A\hat{\rho}(t) + \kappa \hat{\mathcal{H}}(\hat{\rho}(t)) + d_c(t) + B(\chi(t))u(t) \\ & + K(\chi(t))[y(t) - \mathcal{C}(\chi(t))\hat{\rho}(t)], \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $d_c(t)$ 为扰动区间中心, $\mathcal{K}(\chi(t)): \mathbb{R}^m \rightarrow H$ 为随移动神经传感单元位置变化的观测注入算子。由于点测量由狄拉克分布描述, $\mathcal{K}(\chi(t))$ 采用平方可积的空间校正核, 将有限维测量创新映射到状态空间, 从而避免将分布型测量噪声直接注入估计器。

RBF 权值采用投影自适应律更新:

$${}^c D_t^\alpha \hat{W}(t) = \text{Proj}_{\mathcal{W}} \left\{ \Gamma_W \int_{\Omega} \Phi(\hat{\xi}(t, \chi)) [\mathcal{K}(\chi(t))(y(t) - \mathcal{C}(\chi(t))\hat{\rho}(t))] (\chi) d\chi - \sigma_W \hat{W}(t) \right\}, \quad (18)$$

其中, $\Gamma_W \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 为正定学习率矩阵, $\sigma_W > 0$ 为泄漏系数, $\text{Proj}_{\mathcal{W}}\{\cdot\}$ 表示关于理想权值紧集 $\mathcal{W}$ 的投影算子。

定义权值估计误差

$$\tilde{W}(t) = W^* - \hat{W}(t). \quad (19)$$

由于 $W^* \in \mathcal{W}$, 且投影更新机制保证 $\hat{W}(t) \in \mathcal{W}$, 因此存在已知向量 $\bar{W} \in \mathbb{R}_{\geq 0}^r$, 使得

$$|\tilde{W}(t)| \leq \bar{W}. \quad (20)$$

结合 RBF 逼近残差界, 定义估计状态输入处的非线性误差半径

$$r_h(\hat{\xi}(t, \chi)) = \bar{W}^\top \Phi(\hat{\xi}(t, \chi)) + \bar{\varepsilon}_h. \quad (21)$$

相应的非线性下界和上界为

$$\underline{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi) = \hat{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi) - r_h(\hat{\xi}(t, \chi)), \quad (22)$$

$$\bar{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi) = \hat{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi) + r_h(\hat{\xi}(t, \chi)). \quad (23)$$

于是,

$$\underline{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi) \leq \hat{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi) \leq \bar{h}(\hat{\rho}(t, \chi), t, \chi). \quad (24)$$

由式(21)可取已知常数 $\bar{\varepsilon}_N > 0$, 使得

$$\|\mathcal{H}(\hat{\rho}(t)) - \hat{\mathcal{H}}(\hat{\rho}(t))\|_H \leq \bar{\varepsilon}_N. \quad (25)$$

结合假设 1 中的 Lipschitz 条件, 得到

$$\|\mathcal{H}(\rho(t)) - \hat{\mathcal{H}}(\hat{\rho}(t))\|_H \leq L_H \|\rho(t) - \hat{\rho}(t)\|_H + \bar{\varepsilon}_N. \quad (26)$$

3.3. 误差半径系统与泛函区间构造

定义中心状态估计误差和扰动残差分别为

$$e(t) = \rho(t) - \hat{\rho}(t), \quad (27)$$

$$\tilde{d}(t) = d(t) - d_c(t), \quad (28)$$

并定义误差算子 $\mathcal{A}_e(\chi(t)) = \mathcal{A} - \mathcal{K}(\chi(t))\mathcal{C}(\chi(t))$ 。

由系统模型和中心状态估计器(17)可得

$${}^c D_t^\alpha e(t) = \mathcal{A}_e(\chi(t))e(t) + \kappa[\mathcal{H}(\rho(t)) - \hat{\mathcal{H}}(\hat{\rho}(t))] + \tilde{d}(t) - K(\chi(t))v(t). \quad (29)$$

令 $\lambda_e^0(\chi(t)) > 0$ 表示误差算子 $\mathcal{A}_e(\chi(t))$ 在当前位置下的耗散率, 即

$$\langle e, \mathcal{A}_e(\chi(t))e \rangle_H \leq -\lambda_e^0(\chi(t))\|e\|_H^2. \quad (30)$$

给定常数 $\eta > 0$, 定义位置相关的有效误差衰减率为

$$\lambda_e(\chi(t)) = 2[\lambda_e^0(\chi(t)) - |\kappa|L_H] - \eta. \quad (31)$$

估计器参数应使 $\lambda_e(\chi(t)) > 0$ 在所考虑的时间范围内成立。

同时, 将 RBF 非线性估计误差、扰动残差和移动点测量噪声统一表示为

$$\Delta_e(\chi(t)) = |\kappa|\bar{\varepsilon}_N + \bar{d} + \|\mathcal{K}(\chi(t))\|\bar{v}, \quad (32)$$

其中, $\Delta_e(\chi(t))$ 随移动神经传感单元的位置变化, $\bar{d}$ 和 $\bar{v}$ 分别为扰动残差范数界和测量噪声范数界。

为包络中心状态估计误差, 构造非负标量分数阶误差半径系统

$${}^c D_t^\alpha s(t) = -\lambda_e(\chi(t))s(t) + \frac{\Delta_e^2(\chi(t), t)}{\eta}, \quad (33)$$

其初值满足

$$s(0) \geq \|e(0)\|_H^2. \quad (34)$$

对于目标泛函 $z(t) = \mathcal{G}\rho(t)$, 其中心估计定义为 $\hat{z}(t) = \mathcal{G}\hat{\rho}(t)$ 。若第 j 个泛函分量表示为 $z_j(t) = \langle g_j, \rho(t) \rangle$, 则其中心估计和误差半径分别为

$$\hat{z}_j(t) = \langle g_j, \hat{\rho}(t) \rangle, \quad (35)$$

$$r_{z,j}(t) = \|g_j\|_{L^2} \sqrt{s(t)}, \quad j = 1, 2, \dots, p. \quad (36)$$

由此构造泛函分量的下界和上界

$$\underline{z}_j(t) = \hat{z}_j(t) - r_{z,j}(t), \quad (37)$$

$$\bar{z}_j(t) = \hat{z}_j(t) + r_{z,j}(t), \quad j = 1, 2, \dots, p. \quad (38)$$

进一步可以记 $\underline{z}(t) = \text{col}\{\underline{z}_1(t), \dots, \underline{z}_p(t)\}$, $\bar{z}(t) = \text{col}\{\bar{z}_1(t), \dots, \bar{z}_p(t)\}$ 。

4. 泛函区间估计的可靠性分析

4.1. 估计误差的包络性质

下面, 证明构造的分数阶误差半径系统能够可靠包络中心状态估计误差。

定理 1 考虑分数阶脑机接口系统(10)和中心状态估计器(17)。若假设 1~假设 3 成立, 非线性失配满足(26), 并且对于所有允许的移动神经传感单元位置均有 $\lambda_e(\chi(t)) > 0$, 则由(33)确定的非负辅助变量 $s(t)$ 满足

$$\|e(t)\|_H^2 \leq s(t), \quad t \geq 0.$$

证明 定义中心状态估计误差的 Lyapunov 泛函

$$V(t) = \|e(t)\|_H^2. \quad (39)$$

根据引理 2, 有

$${}^C D_t^\alpha V(t) \leq 2e(t), {}^C D_t^\alpha e(t)_H. \quad (40)$$

将误差系统(29)代入(40), 得到

$$\begin{aligned} {}^C D_t^\alpha V(t) &\leq 2\langle e(t), \mathcal{A}_e(\chi(t))e(t) \rangle_H + 2\kappa \langle e(t), \mathcal{H}(\rho(t)) - \hat{\mathcal{H}}(\hat{\rho}(t)) \rangle_H \\ &\quad + 2\langle e(t), \tilde{d}(t) - \mathcal{K}(\chi(t))v(t) \rangle_H. \end{aligned} \quad (41)$$

由误差算子的耗散性质, 有

$$2\langle e(t), \mathcal{A}_e(\chi(t))e(t) \rangle_H \leq -2\lambda_e^0(\chi(t))\|e(t)\|_H^2. \quad (42)$$

根据(26), 可得

$$2\kappa \langle e(t), \mathcal{H}(\rho(t)) - \hat{\mathcal{H}}(\hat{\rho}(t)) \rangle_H \leq 2|\kappa|L_H \|e(t)\|_H^2 + 2|\kappa|\bar{\varepsilon}_N \|e(t)\|_H. \quad (43)$$

同时,

$$2\langle e(t), \tilde{d}(t) - \mathcal{K}(\chi(t))v(t) \rangle_H \leq 2[\bar{d} + \|\mathcal{K}(\chi(t))\|\bar{v}]\|e(t)\|_H. \quad (44)$$

结合(32), 由(42)~(43)可得

$${}^C D_t^\alpha V(t) \leq -2[\lambda_e^0(\chi(t)) - |\kappa|L_H]V(t) + 2\Delta_e(\chi(t))\sqrt{V(t)}. \quad (45)$$

根据 Young 不等式, 有

$$2\Delta_e(\chi(t))\sqrt{V(t)} \leq \eta V(t) + \frac{\Delta_e^2(\chi(t))}{\eta}. \quad (46)$$

因此,

$${}^C D_t^\alpha V(t) \leq -\lambda_e(\chi(t))V(t) + \frac{\Delta_e^2(\chi(t))}{\eta}. \quad (47)$$

误差半径系统(33), 结合初值条件(34)可知

$$V(0) \leq s(0). \quad (48)$$

根据分数阶比较原理, 有

$$V(t) \leq s(t). \quad (49)$$

结合(39), 得到

$$\|e(t)\|_H^2 \leq s(t).$$

定理得证。

4.2. 泛函区间估计的可靠性

下面, 证明构造的泛函上下界能够可靠包含目标泛函的真实轨迹。

定理 2 在定理 1 的条件下, 对于目标泛函(11), (35)~(38)构造的泛函上下界满足

$$\underline{z}_j(t) \leq z_j(t) \leq \bar{z}_j(t), \quad j=1,2,\dots,p, \quad t \geq 0.$$

因此, 有

$$\underline{z}(t) \leq z(t) \leq \bar{z}(t).$$

证明 由目标泛函及其中心估计的定义, 有

$$z_j(t) - \hat{z}_j(t) = \langle g_j, e(t) \rangle. \quad (50)$$

根据 Cauchy-Schwarz 不等式和定理 1, 可得

$$|z_j(t) - \hat{z}_j(t)| \leq \|g_j\|_{L^2} \|e(t)\|_H \leq \|g_j\|_{L^2} \sqrt{s(t)} = r_{z,j}(t). \quad (51)$$

于是,

$$-r_{z,j}(t) \leq z_j(t) - \hat{z}_j(t) \leq r_{z,j}(t). \quad (52)$$

在(52)各项同时加上 $\hat{z}_j(t)$, 并结合泛函上下界的定义, 即得

$$\underline{z}_j(t) \leq z_j(t) \leq \bar{z}_j(t).$$

定理得证。

根据定理 2, 第 j 个目标泛函分量的区间宽度定义为

$$\omega_{z,j}(t) = \bar{z}_j(t) - \underline{z}_j(t), \quad j=1,2,\dots,p. \quad (53)$$

由泛函上下界及误差半径的定义, 得到

$$\omega_{z,j}(t) = 2\|g_j\|_{L^2} \sqrt{s(t)}. \quad (54)$$

因此, 在保证区间可靠性的条件下, 减小误差半径变量 $s(t)$ 可以直接缩小各目标泛函分量的估计区间。

4.3. 泛函区间宽度的渐近上界

下面, 给出有界不确定性条件下泛函区间宽度的渐近上界。

推论 1 若存在常数 $\underline{\lambda}_e > 0$ 和 $\bar{\Delta}_e > 0$, 使得对于所有 $t \geq 0$ 均有

$$\lambda_e(\boldsymbol{x}(t)) \geq \underline{\lambda}_e, \quad \Delta_e(\boldsymbol{x}(t)) \leq \bar{\Delta}_e, \quad (55)$$

则误差半径满足

$$s(t) \leq s(0)E_{\alpha}(-\underline{\lambda}_e t^{\alpha}) + \frac{\bar{\Delta}_e^2}{\eta \underline{\lambda}_e} [1 - E_{\alpha}(-\underline{\lambda}_e t^{\alpha})], \quad (56)$$

其中, $E_{\alpha}(\cdot)$ 为单参数 Mittag-Leffler 函数。进而有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} s(t) \leq \frac{\bar{\Delta}_e^2}{\eta \underline{\lambda}_e}, \quad (57)$$

且第 j 个目标泛函分量的渐近区间宽度满足

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \omega_{z,j}(t) \leq \frac{2 \|g_j\|_{L^2} \bar{\Delta}_e}{\sqrt{\eta \underline{\lambda}_e}}. \quad (58)$$

证明 由(33)和(55), 有

$${}^c D_t^{\alpha} s(t) \leq -\underline{\lambda}_e s(t) + \frac{\bar{\Delta}_e^2}{\eta}. \quad (59)$$

相应的常系数比较系统为

$${}^c D_t^{\alpha} \bar{s}(t) = -\underline{\lambda}_e \bar{s}(t) + \frac{\bar{\Delta}_e^2}{\eta}, \quad \bar{s}(0) = s(0). \quad (60)$$

其解为

$$\bar{s}(t) = s(0)E_{\alpha}(-\underline{\lambda}_e t^{\alpha}) + \frac{\bar{\Delta}_e^2}{\eta \underline{\lambda}_e} [1 - E_{\alpha}(-\underline{\lambda}_e t^{\alpha})]. \quad (61)$$

由分数阶比较原理可得 $s(t) \leq \bar{s}(t)$, 从而得到式(56)。由于 $\lim_{t \rightarrow \infty} E_{\alpha}(-\underline{\lambda}_e t^{\alpha}) = 0$, 可得(57)。最后结合(54)即可得到(58)。推论得证。

推论 1 表明, 泛函区间的最终宽度主要由误差系统的耗散能力、RBF 神经网络逼近误差、外部扰动幅值以及移动点测量噪声共同决定。提高有效误差衰减率或减小总不确定性幅值, 均有助于缩小泛函估计区间。

5. 移动神经传感单元的速度律

由误差半径系统(33)可知, 移动神经传感单元的位置通过有效误差衰减率 $\lambda_e(\mathbf{x}(t))$ 和总不确定性幅值 $\Delta_e(\mathbf{x}(t))$ 影响泛函估计区间的收缩速度。为此, 定义瞬时收缩指标

$$\mathcal{J}(\mathbf{x}(t), t) = \lambda_e(\mathbf{x}(t))s(t) - \frac{\Delta_e^2(\mathbf{x}(t))}{\eta}. \quad (62)$$

于是, 误差半径系统可写为

$${}^c D_t^{\alpha} s(t) = -\mathcal{J}(\mathbf{x}(t), t). \quad (63)$$

因此, 在当前误差半径 $s(t)$ 给定的条件下, 增大 $\mathcal{J}(\mathbf{x}(t), t)$ 能够提高误差半径的瞬时收缩能力, 从而有助于减小泛函估计区间宽度。

对传感位置求梯度, 有

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{J} = s(t) \nabla_{\mathbf{x}} \lambda_e(\mathbf{x}(t)) - \frac{2\Delta_e(\mathbf{x}(t))}{\eta} \nabla_{\mathbf{x}} \Delta_e(\mathbf{x}(t)). \quad (64)$$

根据(31)和(32), 进一步得到

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{J} = 2s(t) \nabla_{\mathbf{x}} \lambda_e^0(\mathbf{x}(t)) - \frac{2\bar{v}\Delta_e(\mathbf{x}(t))}{\eta} \nabla_{\mathbf{x}} \|\mathcal{K}(\mathbf{x}(t))\|. \quad (65)$$

(65)表明, 传感位置调整需要同时提高误差算子的耗散能力, 并抑制观测注入对测量噪声的放大作用。

考虑传感单元的活动边界和最小间距约束, 定义允许位置集合

$\mathcal{X} = \{\mathbf{x} \in \Omega^m : \text{dist}(\mathbf{x}_i, \partial\Omega) \geq d_b, \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| \geq d_s, i \neq j\}$, 其中, $d_b > 0$ 为传感单元与区域边界之间的最小距离, $d_s > 0$ 为不同传感单元之间的最小间距。

据此构造投影梯度速度律

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \Pi_{\mathcal{X}}[\mathbf{x}(t), \Gamma_{\mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{J}(\mathbf{x}(t), t)], \quad (66)$$

其中, $\Gamma_{\mathbf{x}} = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_m\} > 0$ 为位置调整增益矩阵, $\Pi_{\mathcal{X}}[\mathbf{x}, \cdot]$ 表示在位置 $\mathbf{x}$ 处向允许集合 $\mathcal{X}$ 切锥的投影。该投影保证由(66)生成的位置轨迹始终满足 $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{X}$ 。

当位置约束未被激活时, (66)可写为

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \gamma_i \frac{\partial \mathcal{J}(\mathbf{x}(t), t)}{\partial \mathbf{x}_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (67)$$

即

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = 2\gamma_i \left[s(t) \frac{\partial \lambda_e^0(\mathbf{x}(t))}{\partial \mathbf{x}_i} - \frac{\bar{v}\Delta_e(\mathbf{x}(t))}{\eta} \frac{\partial \|\mathcal{K}(\mathbf{x}(t))\|}{\partial \mathbf{x}_i} \right]. \quad (68)$$

在约束未激活的情况下, 由传感位置变化引起的收缩指标增量满足

$$\left. \frac{d\mathcal{J}}{dt} \right|_{\mathbf{x}} = (\nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{J})^T \Gamma_{\mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{J} \geq 0. \quad (69)$$

因此, (66)驱动移动神经传感单元沿提高瞬时收缩指标的方向运动。只要移动过程中始终满足 $\lambda_e(\mathbf{x}(t)) > 0$, 前述误差包络和泛函区间可靠性结论仍然成立。

需要指出的是, 连续速度律揭示了主动移动测量对泛函区间收缩的作用, 实际实现还需进一步考虑执行机构性能、定位误差和在线计算能力等工程约束。

6. 数值仿真

为验证所提出泛函区间估计器及移动神经传感单元速度律的有效性, 考虑一个局部运动意图相关皮层激活的简化原型。一维皮层区域 $\Omega = (0, 10)$ 和时间区间 $t \in [0, 5]$ 。具有记忆效应的神经时空动力学过程可建模为

$${}^c D_t^{0.9} \rho(t, \chi) = 0.1 \frac{\partial^2 \rho(t, \chi)}{\partial \chi^2} + h(\rho(t, \chi), t, \chi) + d(t, \chi),$$

并满足齐次 Dirichlet 边界条件和初始条件 $\rho(t, 0) = \rho(t, 10) = 0$ 。初始状态取

$\rho(0, \chi) = 0.55 \sin\left(\frac{\pi\chi}{10}\right) \exp\left[-\frac{(\chi-3)^2}{2(1.1)^2}\right]$ 。该初始状态表示在 $\chi = 3$ 附近产生的局部神经激活。随着时间演化, 局部激活在扩散作用下向邻近区域扩展, 并因分数阶记忆效应呈现缓慢衰减特征。

令扰动中心和未知扰动残差分别为 $d_c(t, \chi) = 0.1 \sin(2\pi t) \cos\left(\frac{\pi\chi}{10}\right)$,

$\tilde{d}(t, \chi) = 0.002 \cos(1.7t) \sin\left(\frac{2\pi\chi}{10}\right)$ 。三个移动神经传感单元的测量噪声均满足 $|v_i(t)| \leq 8 \times 10^{-4}$, $i = 1, 2, 3$ 。

未知非线性由含 $r=10$ 个 Gaussian 节点的 RBF 神经网络逼近, 基函数宽度取 0.85, 投影权值更新律的学习率和泄漏系数分别取 2×10^{-3} 和 10^{-2} 。由参数界计算得到 $L_H = 0.043056$, $\bar{\varepsilon}_N = 0.041110$ 。观测注入增益取为 $[6, 8, 10]^T$, Young 不等式参数取 $\eta = 0.05$ 。

初始状态区间设置为 $\rho_0(\chi) = 0.75\rho(0, \chi)$, $\bar{\rho}_0(\chi) = 1.25\rho(0, \chi)$ 。三个神经传感单元的初始位置为 $\chi(0) = [2.2, 5.4, 7.9]^T$, 其位置限制在 $[0.4, 9.6]$ 内, 任意两个传感单元之间的距离不小于 0.8。移动情形采用(66)给出的投影梯度速度律, 位置增益取为 8; 固定情形则保持上述初始位置不变。为避免初始位置恰好处于数值梯度较小的区域, 移动情形仅在仿真初期叠加快速衰减的搜索速度, 该项随后趋于零, 不改变投影梯度律的主导作用。

Memory-dependent propagation of localized neural activity

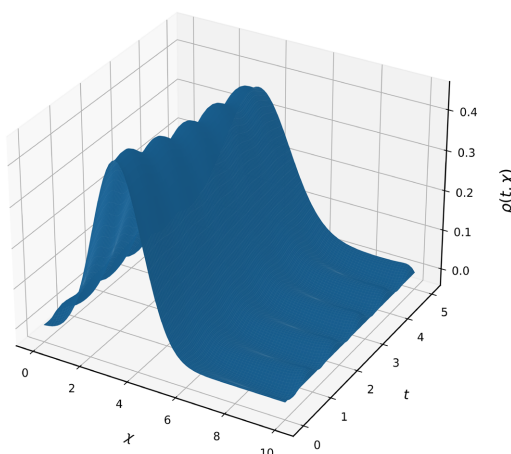


Figure 1. Memory-dependent propagation of localized neural activity
图 1. 局部神经活动的记忆扩散过程

图 1 给出了真实神经状态的时空演化。局部激活在空间上逐渐扩展, 同时保留明显的分数阶记忆和缓慢衰减特征。

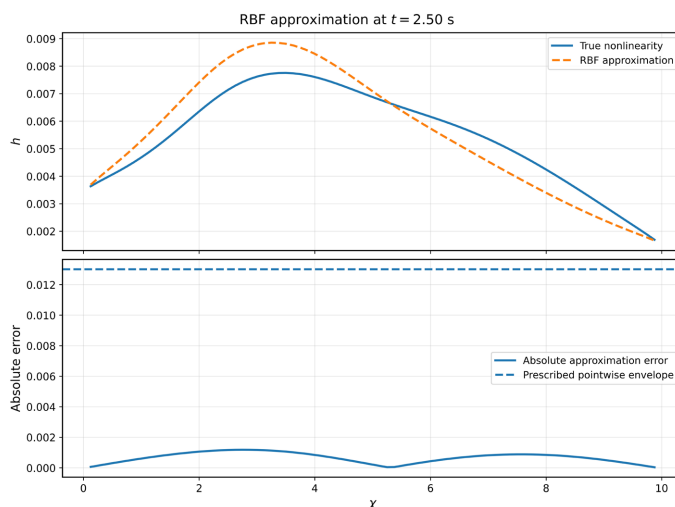


Figure 2. RBF neural network approximation of the unknown nonlinearity
图 2. 未知非线性的 RBF 神经网络逼近

图 2 给出了 $t = 2.5 \text{ s}$ 时未知非线性及其 RBF 逼近结果。最大逐点逼近误差为 1.1780×10^{-3} , 始终位于预设误差包络内, 说明投影 RBF 神经网络能够有效逼近未知非线性。

令基准观测增益为 $K_0 = [6, 8, 10]^T$, 并取 $K = c_K K_0$, $c_K \in \{0.8, 1.0, 1.2\}$, $\eta \in \{0.03, 0.05, 0.07\}$ 。定义最大归一化泛函误差比 $R_{\max} = \max_{\substack{t \in [0, T] \\ 1 \leq j \leq p}} \frac{|z_j(t) - \hat{z}_j(t)|}{r_{z,j}(t)}$ 。

当 $R_{\max} < 1$ 时, 所有目标泛函均位于相应估计区间内。不同参数组合的结果如表 1 所示, 其中平均区间宽度取四个目标泛函区间宽度的时间和分量平均值。

Table 1. Parameter sensitivity analysis for the observer gain and η

表 1. 观测增益和 η 的参数敏感性分析

c_K	η	$\min \lambda_e$	$R_{\max}$	平均区间宽度
0.8	0.03	0.048644	0.008778	0.829841
0.8	0.05	0.028644	0.010467	0.684736
0.8	0.07	0.008644	0.011552	0.604777
1.0	0.03	0.054989	0.008300	0.856106
1.0	0.05	0.034989	0.009913	0.694372
1.0	0.07	0.014989	0.010972	0.622454
1.2	0.03	0.059373	0.007877	0.871232
1.2	0.05	0.039373	0.009428	0.715361
1.2	0.07	0.019373	0.010461	0.630749
0.8	0.03	0.048644	0.008778	0.829841

表 1 表明, 所有测试参数均满足 $\min \lambda_e > 0$ 和 $R_{\max} < 1$ 。增大观测增益能够有效提高有效衰减率, 但同时增强测量噪声的注入作用, 使平均区间宽度有所增加; 增大 η 能够降低不确定性输入项, 但会减小有效衰减裕度。考虑区间宽度和正衰减裕度, 后续仿真取 $K = K_0 = [6, 8, 10]^T$, $\eta = 0.05$ 。

为考察所提方法对不同目标泛函的适用性, 选取以下四类权函数: $g_1(\chi) = \sqrt{\frac{2}{10}} \sin\left(\frac{\pi\chi}{10}\right)$,

$g_2(\chi) = c_2 \exp\left[-\frac{(\chi-7)^2}{2(0.8)^2}\right]$, $g_3(\chi) = \frac{1}{2} \mathbf{1}_{[2,4]}(\chi)$, 以及 $g_4(\chi) = c_4 \left\{ \exp\left[-\frac{(\chi-3)^2}{2(0.7)^2}\right] - \exp\left[-\frac{(\chi-7)^2}{2(0.7)^2}\right] \right\}$, 其

中, c_2 和 c_4 分别使 $\|g_2\|_{L^2} = \|g_4\|_{L^2} = 1$ 。上述四个泛函依次表示整体空间模态、局部神经活动、指定皮层区域的平均活动以及两个皮层区域之间的活动差异。

图 3 给出了整体空间模态 $z_1(t)$ 和区域差异泛函 $z_4(t)$ 的代表性估计结果。真实泛函与中心估计基本一致, 且在整个仿真过程中始终位于相应上下界之间。定义第 j 个目标泛函的包含性指标为

$\varepsilon_{c,j} = \max_{t \in [0, T]} \left\{ |z_j(t) - \hat{z}_j(t)| - r_{z,j}(t) \right\}$ 。不同目标泛函的定量结果如表 2 所示。

所有目标泛函均满足 $\varepsilon_{c,j} < 0$, 且包含率均为 100%。这表明所提方法不仅适用于光滑的全局模态和局部 Gaussian 泛函, 也能够处理具有间断权函数的区域平均泛函以及权函数符号发生变化的区域差异泛函。

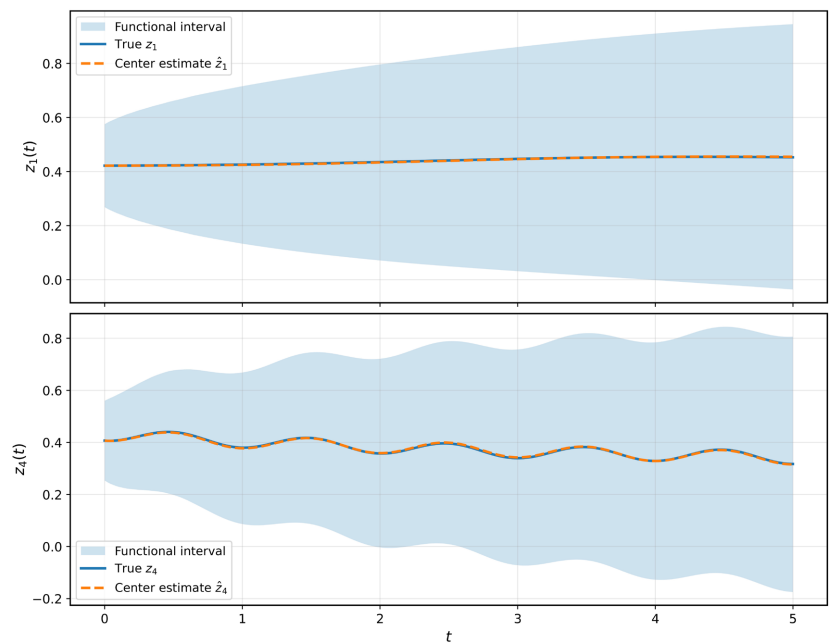


Figure 3. Interval estimation results for the target functions
图 3. 目标泛函的区间估计结果

Table 2. Interval estimation results for different target functionals
表 2. 不同目标泛函的区间估计结果

目标泛函	最大误差	$\varepsilon_{c,j}$	包含率	移动宽度
整体空间模态	0.001875	-0.153248	100%	0.744860
局部神经活动	0.003186	-0.153248	100%	0.744860
区域平均活动	0.001792	-0.111698	100%	0.542906
区域活动差异	0.003360	-0.153248	100%	0.744860

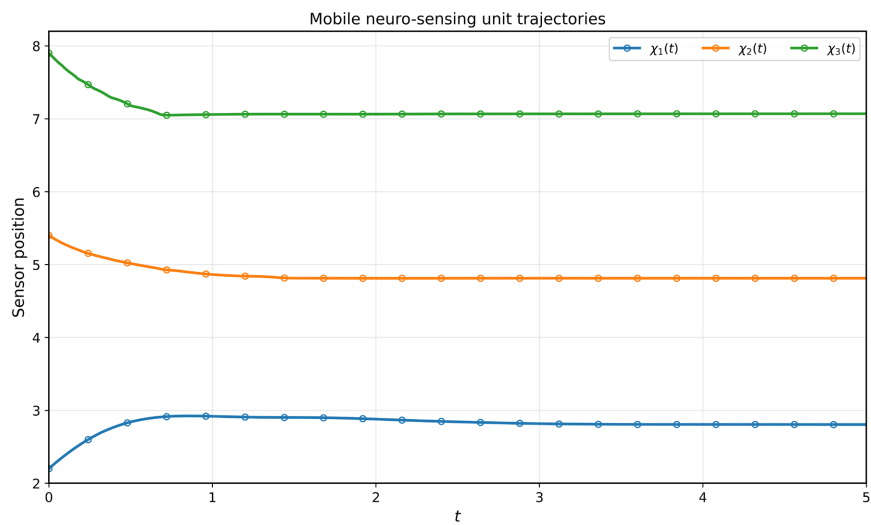


Figure 4. Position trajectories of the mobile neuro-sensing units
图 4. 移动神经传感单元的位置轨迹

图 4 显示了三个移动神经传感单元的位置轨迹。传感单元在初始阶段完成较明显的位置调整, 随后逐渐稳定, 其最终位置为 $\chi(5) = [2.8054, 4.8126, 7.0690]^T$ 。三个传感单元的最大位移分别为 0.7234、0.5885 和 0.8506, 且全过程满足边界和最小间距约束。

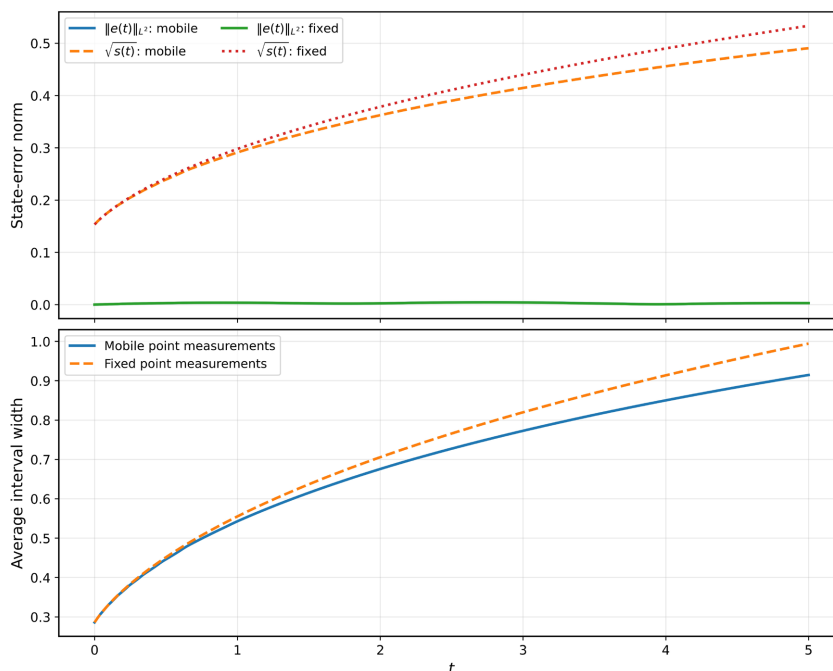


Figure 5. State estimation error envelope and functional interval width comparison

图 5. 状态估计误差包络与泛函区间宽度比较

图 5 比较了移动点测量和固定点测量下的状态误差包络及四个目标泛函的平均区间宽度。两种情形均满足 $\|e(t)\|_{L^2} \leq \sqrt{s(t)}$, 且移动测量能够获得更小的误差半径。仿真过程中有效误差衰减率的最小值为 $\min_{t \in [0,5]} \lambda_e(\chi(t)) = 0.034989 > 0$, 因此可靠性分析所要求的正衰减条件始终成立。

为定量比较两种测量方式, 定义时间平均区间宽度 $\bar{\omega}_z = \frac{1}{pT} \sum_{j=1}^p \int_0^T \omega_{z,j}(t) dt$, $p = 4$ 。移动点测量和固定点测量对应的平均区间宽度分别为 $\bar{\omega}_z^{\text{mov}} = 0.694372$, $\bar{\omega}_z^{\text{fix}} = 0.732837$ 。因此, 移动点测量使平均区间宽度减小 $\frac{\bar{\omega}_z^{\text{fix}} - \bar{\omega}_z^{\text{mov}}}{\bar{\omega}_z^{\text{fix}}} \times 100\% = 5.25\%$ 。

仿真结果表明, 所构造的误差半径能够可靠包络状态估计误差, 四类不同目标泛函的真实轨迹均始终位于估计区间内。观测增益和 η 在一定变化范围内不会破坏区间可靠性, 而移动神经传感单元能够通过调整点测量位置获得比固定点测量更紧的泛函估计区间。

7. 结论

本文研究了一类具有未知非线性、有界扰动和移动点测量的分数阶脑机接口系统泛函区间估计问题。针对神经活动所具有的空间扩散、时间记忆和复杂非线性特征, 采用 RBF 神经网络逼近未知非线性, 并将权值不确定性和网络逼近误差纳入区间估计框架。在移动神经传感单元提供点测量信息的基础上, 构造了由中心状态估计器和误差半径系统组成的泛函区间估计方法。

后续研究将进一步考虑有限候选位置切换和事件触发的位置更新机制, 以提高所提方法在实际神经传感平台上的可实现性与实时性。

基金项目

本研究得到了全国高等院校计算机基础教育研究会计算机基础教育教学研究项目(编号: 2025-AFCEC-648)、2025 年江苏省高校“大学生素质教育类课程教学改革研究”专项课题(编号: 2025DSZ178)、江苏省科技副总项目(2023)、江苏高校“青蓝工程”项目(中青年学术带头人(2022))、无锡市哲学社会科学招标课题(编号: WXS25-C-02)、无锡市科协软科学研究课题(编号: KX-25-B39)的资助和支持。

参考文献

- [1] Nicolas-Alonso, L.F. and Gomez-Gil, J. (2012) Brain Computer Interfaces, a Review. *Sensors*, **12**, 1211-1279. <https://doi.org/10.3390/s120201211>
- [2] Tepljakov, A. (2017) Fractional-Order Modeling and Control of Dynamic Systems. Springer.
- [3] Drapaca, C. (2016) Fractional Calculus in Neuronal Electromechanics. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, **12**, 35-55. <https://doi.org/10.2140/jomms.2017.12.35>
- [4] Stamova, I. and Stamov, G. (2017) Mittag-Leffler Synchronization of Fractional Neural Networks with Time-Varying Delays and Reaction-Diffusion Terms Using Impulsive and Linear Controllers. *Neural Networks*, **96**, 22-32. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2017.08.009>
- [5] Darouach, M. (2000) Existence and Design of Functional Observers for Linear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **45**, 940-943. <https://doi.org/10.1109/9.855556>
- [6] Gu, D.K., Liu, L.W. and Duan, G.R. (2018) Functional Interval Observer for the Linear Systems with Disturbances. *IET Control Theory & Applications*, **12**, 2562-2568. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2018.5113>
- [7] Huong, D.C. (2019) Design of Functional Interval Observers for Nonlinear Fractional-Order Interconnected Systems. *International Journal of Systems Science*, **50**, 2802-2814. <https://doi.org/10.1080/00207721.2019.1690715>
- [8] Ma, Y., Wang, Z., Meslem, N. and Raïssi, T. (2025) Functional Interval Estimation for Continuous-Time Linear Systems with Time-Invariant Uncertainties. *Automatica*, **172**, Article 112017. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2024.112017>
- [9] Raïssi, T., Efimov, D. and Zolghadri, A. (2012) Interval State Estimation for a Class of Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **57**, 260-265. <https://doi.org/10.1109/tac.2011.2164820>
- [10] Meslem, N., Martinez, J., Ramdani, N. and Besançon, G. (2020) An Interval Observer for Uncertain Continuous-Time Linear Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **30**, 1886-1902. <https://doi.org/10.1002/rnc.4855>
- [11] Huang, J., Zhang, H. and Raïssi, T. (2023) Distributed Interval Estimation Methods for Multiagent Systems. *IEEE Systems Journal*, **17**, 1843-1852. <https://doi.org/10.1109/jsyst.2022.3227051>
- [12] Qian, X., Chen, J. and Cui, B. (2025) Fixed-Time Control of a Fractional-Order Brain-Computer Interfaces System with AI-Approximated Nonlinearities and Mobile Neuro-Sensing Units. 2025 44th Chinese Control Conference (CCC), Chongqing, 28-30 July 2025, 1126-1131. <https://doi.org/10.23919/ccc64809.2025.11179355>
- [13] Park, J. and Sandberg, I.W. (1991) Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks. *Neural Computation*, **3**, 246-257. <https://doi.org/10.1162/neco.1991.3.2.246>