

基于联合邻域质量指标的多尺度邻域漂移法向估计算法

刘美言

辽宁师范大学数学学院, 辽宁 大连

收稿日期: 2026年8月21日; 录用日期: 2026年9月14日; 发布日期: 2026年9月24日

摘要

法向估计是三维点云处理中的一项基础核心任务, 其精度直接影响三维重建、曲面拟合等后续应用的质量。基于邻域漂移的法向估计方法通过将邻域中心从当前点偏移至近邻点, 能够在一定程度上缓解尖锐特征附近邻域跨曲面的问题。然而, 现有方法通常仅依赖协方差矩阵的单一特征值构造平坦性指标, 未能充分利用特征值的整体分布信息, 导致在强噪声和复杂几何结构下会影响最优邻域选择的稳定性。针对上述问题, 本文提出一种基于联合邻域质量指标的多尺度邻域漂移法向估计算法。该方法的核心在于引入特征值信息熵 H 与法向一致性 D 构造联合邻域质量指标 Q , 综合评价候选邻域的平坦性, 弥补单一特征值比对噪声敏感的不足; 在此基础上, 对几何距离项与邻域质量项分别进行归一化后再加权融合, 消除不同评价项间数值尺度差异的影响。实验结果表明, 相比现有对比方法, 所提方法在强噪声与复杂几何场景下表现出更高的估计精度与噪声鲁棒性。

关键词

法向估计, 邻域漂移, 特征值信息熵, 法向一致性, 多尺度邻域选择

Robust Normal Estimation for Point Clouds via Multi-Scale Shifted Neighborhood Based on a Joint Neighborhood Quality Indicator

Meiyan Liu

School of Mathematics, Liaoning Normal University, Dalian Liaoning

Received: August 21, 2026; accepted: September 14, 2026; published: September 24, 2026

Abstract

Normal estimation is a fundamental task in 3D point cloud processing, whose accuracy directly

affects the quality of downstream applications such as 3D reconstruction and surface fitting. Neighborhood-shift-based normal estimation methods mitigate the cross-surface sampling problem near sharp features by shifting the neighborhood center from the current point to its neighboring points. However, existing methods typically rely on a single eigenvalue of the covariance matrix to construct a planarity indicator, which fails to fully exploit the distributional information of all eigenvalues. This limitation compromises the stability of optimal neighborhood selection under strong noise and complex geometric structures. To address this issue, we propose a multi-scale neighborhood-shift normal estimation algorithm based on a joint neighborhood quality indicator. The core idea is to introduce eigenvalue information entropy H and normal consistency D to form a joint quality indicator Q for comprehensively evaluating the planarity of candidate neighborhoods, thereby compensating for the noise sensitivity of single-eigenvalue-based metrics. Furthermore, the geometric distance term and the neighborhood quality term are independently normalized before weighted fusion, eliminating the influence of numerical scale discrepancies between different evaluation terms. Experimental results demonstrate that, compared with existing methods, the proposed approach achieves higher estimation accuracy and noise robustness under strong noise and complex geometric scenarios.

Keywords

Normal Estimation, Neighborhood Shift, Eigenvalue Information Entropy, Normal Consistency, Multi-Scale Neighborhood Selection

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在三维点云处理中,法向估计是一项基础且关键的任务,是三维重建、曲面拟合、点云分割及特征提取等后续处理的重要输入。法向反映了点云局部表面的几何信息,其估计精度会直接影响后续处理的整体质量。然而,实际扫描获取的原始点云通常会受噪声、离群点与非均匀采样等因素的影响,尤其在边缘、拐角等尖锐特征附近,局部邻域容易跨越多个曲面导致法向估计误差增大。因此,如何在强噪声和复杂几何结构条件下准确、稳定地估计法向,一直是点云处理领域的重要研究内容。

与点云法向估计相关的研究方法可归纳为基于 Voronoi/Delaunay 的方法、基于法向修正的方法、基于深度学习的方法、基于局部邻域拟合的方法以及基于鲁棒统计的方法。

基于 Voronoi/Delaunay 的方法[1]通过构建点云的几何邻接关系来估计法向,为局部法向推断和表面重建提供几何基础。在低噪声且采样较均匀的场景下表现较好,但对噪声和非均匀采样较为敏感,在尖锐特征附近容易出现法向偏差[2][3]。基于法向修正的方法[4]以初始法向或局部切平面为基础,通过迭代优化或邻域重组等方法对法向进行校正。该类方法能够在一定程度上逼近真实表面法向,但当初始法向受到较强噪声干扰或初始邻域跨越多个曲面时,修正后的结果同样难以准确保持模型的尖锐特征[5][6]。基于深度学习的方法[7][8]借助神经网络的局部几何特征提取能力,在含噪和非均匀采样场景下展现出较强的鲁棒性,但其泛化能力通常依赖训练数据的分布与网络结构设计,对训练集以外的模型泛化能力有限,且训练成本较大[9][10]。

基于局部邻域拟合的方法是法向估计中应用最广泛的一类方法。Hoppe 等人提出基于主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)的法向估计方法[11],以当前点为中心,对其局部邻域进行切平面拟

合, 将拟合平面的法向作为当前点的法向。该算法简单高效, 然而, 对于尖锐特征附近的点, 其邻域往往同时包含来自多个光滑曲面的采样点, 从而导致尖锐特征处的法向过度平滑[12]。为此, 有学者提出将平面替换为其他曲面进行拟合。Cazals 等人[13]采用密切 jet (osculating jets) 的多项式拟合方法估计点云曲面的微分量, Guennebaud 和 Gross [14]提出代数点集曲面(Algebraic Point Set Surfaces, APSS)方法来构造局部曲面。然而, 这类局部曲面拟合方法通常依赖各向同性邻域, 在尖锐特征附近容易混合来自不同曲面片的采样点, 因此仍可能导致法向过度平滑[15]。此外, 研究者引入移动最小二乘(Moving Least Squares, MLS)[16]等加权局部拟合方法, 通过对邻域点赋予不同权重以减弱跨曲面点的影响, 但由于邻域构造方式本身仍难以避免跨曲面采样, 其在尖锐特征处的改善效果仍然不明显。Zhang 等人[17]利用低秩表示(low-rank representation, LRR)对特征点邻域进行子空间划分, 并从中选取更一致的子区域进行法向估计, 能够较好地保持尖锐特征。Liu 等人[18](Fast Low Rank Representation, LRRfast)进一步利用引导最小二乘表示方法, 通过改进子空间分割过程, 在保持法向估计质量的同时显著减少了运行时间, 但在大规模点云处理上仍具有较高的计算开销[19]。

基于鲁棒统计的方法通过鲁棒投票或最优切平面选择机制, 减弱噪声和跨曲面采样对法向估计的干扰。Li 等人[20]提出鲁棒法向估计算法(Robust Normal Estimation, RNE), 利用鲁棒统计思想从局部候选切平面中选择更可靠的结果, 在尖锐特征附近较 PCA 具有更好的稳定性。但该方法仍受初始邻域质量和噪声水平影响, 在复杂几何特征或强噪声条件下可能出现法向偏差。Boulch 等人[15]提出基于随机霍夫变换的法向估计算法(Hough Transform, HF), 该方法结合采样方法能够减弱非均匀采样和采样各向异性带来的影响; 然而在某些尖锐特征场景下, 不同局部平面拟合所产生的法向可能落入相近的投票区间, 从而导致边界法向模糊。针对这一问题, Zhang 等人[21]提出基于点对一致性投票的法向估计算法(Pair Consistency Voting, PCV), 通过邻域点对投票提高了对采样各向异性的适应能力, 同时尖锐特征处的法向估计精度较高。但该方法仍依赖初始邻域的拟合效果, 在强噪声和复杂特征处法向估计的稳定性与计算效率有待进一步提升。

上述多数方法通常以当前点为中心构建局部邻域。对于靠近尖锐特征的点, 其邻域往往跨越多个曲面, 影响法向估计的准确性。为减弱邻域跨曲面对法向估计的影响, Cao 等人[22]提出邻域漂移(shifted neighborhood)的思想, 该方法不再直接采用以当前点为中心的固定邻域, 而是在以近邻点构建的候选邻域中筛选一个包含当前点且尽可能远离尖锐特征的平坦邻域来估计法向, 后文将该方法简称为 PatchShift。该方法在尖锐特征保持方面具有一定优势, 但其构造候选邻域集的方式复杂, 候选邻域搜索过程仍会带来额外计算开销。随后, 张等人[23]在邻域漂移思想的基础上, 对候选邻域集的构造方式和筛选过程进行了简化, 减少了候选邻域搜索的复杂度, 但其候选邻域尺度仍相对固定, 对不同噪声水平和局部几何结构的适应性有限。为此, 黄明琪等人[24]进一步引入多尺度候选邻域构造方法: 以当前点的近邻点为中心, 同时构建大、中、小三种尺度的候选邻域, 扩充了候选邻域的搜索空间, 提高了算法在复杂场景下最优邻域筛选的可靠性。

现有邻域漂移方法在候选邻域筛选时, 普遍依赖协方差矩阵的单一特征值(如式(3)定义的特征权重 ω_i)构造平坦性评价指标。该类指标仅反映特征值之间的比例关系, 未能刻画特征值整体分布特性; 当邻域内存在强噪声或局部几何结构较复杂时, 不同候选邻域的特征权重值差异减小, 容易影响最优邻域选择的稳定性。针对这一问题, 本文提出基于联合邻域质量指标的多尺度邻域漂移法向估计算法, 在多尺度邻域漂移框架下改进候选邻域评价准则, 利用特征值信息熵与法向一致性构造联合质量指标替代传统的单一特征值评价, 用于提高候选邻域平坦性评价的可靠性和最优邻域筛选的稳定性。此外, 本文在综合评价时对几何距离项和邻域质量项分别进行归一化处理, 以提高在强噪声和复杂几何场景下的法向估计精度与特征保持能力。

2. 算法

本文提出一种基于多尺度邻域漂移思想的点云法向估计算法, 设含噪三维点云 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$, 其中 N 为采样点个数, $p_i = \{x_i, y_i, z_i\}$ 为第 i 个点的三维坐标。对于任意点 $p_i \in P$, 其 K 近邻集合记为 $N_i^K = \{p_j^i \in P \mid p_j^i \text{ 是距离 } p_i \text{ 最近的 } K \text{ 个邻域点}, j=1, 2, \dots, K\}$ 。

2.1. 点云预处理与初始法向估计

对于点云 P 中任意一点 p_i , 在其初始邻域 N_i^K 上构造局部协方差矩阵, 首先定义邻域均值为:

$$\bar{p}_i = \frac{1}{K} \sum_{p_j \in N_i^K} p_j, \quad (1)$$

则协方差矩阵可写为

$$C_i = \frac{1}{K} \sum_{p_j \in N_i^K} (p_j - \bar{p}_i)(p_j - \bar{p}_i)^T. \quad (2)$$

将协方差矩阵 C_i 的特征值按升序排列为 $\lambda_{i,0} \leq \lambda_{i,1} \leq \lambda_{i,2}$, 最小特征值 $\lambda_{i,0}$ 所对应的特征向量作为点 p_i 的初始法向 $n_i^{(0)}$ 。点 p_i 的特征权重 ω_i 定义如下:

$$\omega_i = \frac{\lambda_{i,0}}{\lambda_{i,0} + \lambda_{i,1} + \lambda_{i,2}} \quad (3)$$

ω_i 用于刻画点 p_i 邻域的平坦程度。当 ω_i 较小时, 表明该点远离尖锐特征, 其邻域更接近平面结构; 当 ω_i 较大时, 表明该点靠近尖锐特征, 更可能位于边缘、角点等特征区域, 其邻域更容易跨越多个曲面。将点云中所有点的特征权重按升序排列, 得到一维序列 $\Phi = \{\omega_i\}_{i=1}^N$, 参考文献[20]中的自动阈值选取方法, 对该序列 Φ 进行平滑处理:

$$\hat{\Phi} = \arg \min_{\Phi} \|\hat{\Phi} - \Phi^*\|_F + \alpha \|A\hat{\Phi}\| \quad (4)$$

其中 α 为权衡参数, A 为一阶差分矩阵, $\|\cdot\|_F$ 为 F 范数, $\|\cdot\|$ 为 L_1 范数。阈值 ω_{th} 定义为 $\hat{\Phi}$ 的第一个峰值后的平缓点对应的函数值。当 $\omega_i > \omega_{th}$ 时, 定义 p_i 为特征点; 否则定义为平滑点, 对于平滑点, 由于其初始邻域通常来自同一光滑曲面, 故直接将初始法向 $n_i^{(0)}$ 作为最终输出法向。

2.2. 构造多尺度候选邻域集

对于特征点 p_i , 若直接以其自身为中心构造固定尺度邻域 N_i^K , 在尖锐特征附近该邻域往往跨越多个光滑曲面, 直接利用该邻域进行法向估计容易导致结果过度光滑。因此, 本文以文献[24]提出的第一版多尺度候选邻域集构造方案: 以 p_i 的近邻点作为候选中心, 围绕每个候选中心构造大、中、小三种尺度的候选邻域, 从而减小跨曲面采样对法向估计的影响。本文设置三种邻域尺度, 分别表示为:

$$K_1 = \left\lceil \frac{K}{2} \right\rceil, \quad K_2 = \left\lceil \frac{K}{4} \right\rceil, \quad K_3 = \max\left(15, \left\lceil \frac{K}{8} \right\rceil\right) \quad (5)$$

其中, K_1 、 K_2 、 K_3 分别对应大、中、小三种邻域尺度。大尺度邻域覆盖范围较广, 具有较强的噪声鲁棒性; 小尺度邻域对局部细节和尖锐特征更为敏感。需要说明的是, 与文献[24]的尺度设置不同, 本文对 K_3 设定下限为 15, 避免邻域点数过少导致协方差矩阵估计与后续熵值计算不稳定。

从 N_i^K 中选取距离特征点 p_i 最近的 K_c 个近邻点作为候选中心, 其中 $K_c = K_2$ 。候选中心点的集合记为 $\zeta_i = \{p_i^r\}_{r=1}^{K_2}$ 。可保证候选邻域与当前点足够接近, 从而避免引入过多距离较远的候选中心, 缩小邻域筛

选范围。对于 ζ_i 中的任意一个候选中心点 p_i^r ，分别以 K_1, K_2, K_3 三种尺度构造候选邻域，记为 $N_i^{r,s}$ ，其中 $r=1, \dots, K_c$ ， $s \in \{1, 2, 3\}$ 为尺度索引。所有候选邻域共同构成候选邻域集 M_i ：

$$M_i = \{N_i^{r,s} \mid r=1, \dots, K_c; s=1, 2, 3\}. \quad (6)$$

因此，每个特征点 p_i 共生成 $3 \times K_c$ 个候选邻域。虽然这些候选邻域中心相对于 p_i 发生了偏移，但均位于当前点 p_i 附近，能够反映点 p_i 所在区域的局部几何信息。

文献[24]的方案4(HMQ-4)评价指标主要依赖协方差矩阵的单一特征值比例构造平坦性度量，对特征值整体分布信息的利用不够充分；同时，HMQ-4采用的固定权重线性融合策略未考虑不同评价项间的数值尺度差异，在强噪声条件下综合评价结果易受数值范围较大的指标主导。针对上述局限，本文在2.3节提出全新的联合邻域质量评价准则与独立归一化融合策略，以提升最优邻域筛选的稳定性。

2.3. 基于联合质量评价的最优邻域确定

设计有效的候选邻域评价准则，并从候选邻域集 M_i 中筛选最优邻域是算法的关键步骤。针对2.2节指出三维HMQ-4两方面局限，本节作出对应改进：其一，利用特征值信息熵 H 替代原来的特征权重 ω_i 刻画候选邻域的平坦性，并引入法向一致性 D 从多维度构造联合质量指标 Q ；其二，将 Q 与几何距离项 Dis 结合，通过分别归一化后再加权融合构建综合评价准则，以提高最优邻域筛选的稳定性。

2.3.1. 联合邻域质量 Q

现有基于邻域漂移的法向估计方法通常以2.1节所述的特征权重 ω_i 作为衡量候选邻域平坦程度的主要评价指标。 ω_i 能够在一定程度上反映候选邻域的局部平面拟合特性，但其仅依赖最小特征值与特征值总和之间的比例关系，对特征值整体分布的刻画不够充分。在强噪声条件下，不同候选邻域的 ω_i 值可能差异减小，区分平坦程度的能力有所下降。为此，本文结合邻域几何结构与法向一致性，构造信息熵 H 与法向一致性 D 的联合质量指标 Q ，以提升最优邻域的选取效果。

对特征点 p_i 的候选邻域 $N_i^{r,s}$ 构造协方差矩阵，并将对应特征值按升序排列为 $\lambda_{i,0}^{r,s} \leq \lambda_{i,1}^{r,s} \leq \lambda_{i,2}^{r,s}$ 。将各特征值归一化得到特征值占比为：

$$v_{i,t}^{r,s} = \frac{\lambda_{i,t}^{r,s}}{\lambda_{i,0}^{r,s} + \lambda_{i,1}^{r,s} + \lambda_{i,2}^{r,s}}, \quad t=0, 1, 2. \quad (7)$$

基于此定义归一化信息熵为：

$$H(N_i^{r,s}) = -\frac{1}{\ln 3} \sum_{t=0}^2 v_{i,t}^{r,s} \ln(v_{i,t}^{r,s} + \varepsilon), \quad (8)$$

其中 ε 为极小正数，用于保证数值稳定性。引入归一化因子 $1/\ln 3$ 将熵值约束在 $[0, 1]$ 区间内，以便于不同尺度的候选邻域之间进行比较。 H 值越小，说明邻域内点集的几何结构越单一，越接近平面结构； H 值越大，表明邻域几何结构越复杂，多为角点或含噪区域。

在信息熵基础上引入法向一致性指标 D ，通过衡量候选邻域内各点初始法向与该候选邻域的拟合法向之间的一致性，判断该邻域是否完整来自同一光滑曲面。设候选邻域 $N_i^{r,s}$ 的拟合法向为 $n_i^{r,s}$ ，该邻域内第 m 个点的初始法向为 $n_{i,m}^{(0)}$ ，定义法向弦距为：

$$d_{i,m}^{r,s} = \min \left(\left\| n_i^{r,s} - n_{i,m}^{(0)} \right\|_2, \left\| n_i^{r,s} + n_{i,m}^{(0)} \right\|_2 \right). \quad (9)$$

该定义通过选取较小弦距来消除法向符号不确定性的影响，保证方向相反但几何一致的法向之间距离接近于零。设 $K_s \in \{K_1, K_2, K_3\}$ 表示尺度 s 对应的邻域点数，以邻域内所有法向弦距的均值

$$\bar{d}_i^{r,s} = \frac{1}{K_s} \sum_{m=1}^{K_s} d_{i,m}^{r,s},$$

作为自适应带宽参数。为避免数值不稳定, 当 $\bar{d}_i^{r,s} < 10^{-9}$ 时取 $\bar{d}_i^{r,s} = 10^{-9}$ 。则法向一致性指标定义为:

$$D(N_i^{r,s}) = 1 - \frac{1}{K_s} \sum_{m=1}^{K_s} \exp\left(-\frac{(d_{i,m}^{r,s})^2}{2(\bar{d}_i^{r,s})^2}\right). \quad (10)$$

D 值越小, 表明邻域内各点法向一致性越高, 该候选邻域越可能来自同一光滑曲面; 反之, 则说明该候选邻域内存在较明显的跨曲面采样点。

最终, 定义候选邻域的联合质量指标为:

$$Q(N_i^{r,s}) = H(N_i^{r,s}) \cdot D(N_i^{r,s}). \quad (11)$$

Q 值越小, 表示候选邻域在点集分布和法向分布两个方面均更接近单一光滑曲面。采用乘积形式可以避免额外引入新的权重参数, 只有当 H 与 D 同时较小时, Q 才会取得较小值; 若任意一项较大, 乘积均会被放大, 从而有效降低低质量候选邻域被选为最优的可能性。

2.3.2. 几何距离 Dis

理想的候选邻域应尽可能靠近当前点 p_i , 以保证所估计的法向能准确反映 p_i 所在局部曲面的几何信息。设候选邻域 $N_i^{r,s}$ 的中心点为 p_i^r , 其拟合法向 $n_i^{r,s}$ 已由 2.3.1 节计算得到, 以 p_i^r 为平面上一点, 则当前点 p_i 到该拟合平面的距离为:

$$Dis(N_i^{r,s}) = \left| (p_i - p_i^r) \cdot n_i^{r,s} \right| \quad (12)$$

Dis 值越小, 表明候选邻域对应的拟合平面越靠近当前点, 越适合用于当前点的法向估计。

2.3.3. 独立归一化加权融合策略

在确定了 Dis 和 Q 两个评价维度后, 与文献[24]的方案 4(下文简称 HMQ-4)一致, 最直接的做法是对二者进行固定权重的线性加权, 即

$$f_0(N_i^{r,s}) = Dis(N_i^{r,s}) + \beta \cdot Q(N_i^{r,s}), \quad (13)$$

其中, β 为平衡系数。然而, 距离 $Dis(\cdot)$ 的数值范围随邻域尺度、采样密度及噪声水平的变化而明显波动, 而联合质量指标 $Q(\cdot)$ 数值始终被约束在 $[0,1]$ 区间。若直接线性相加, 综合评价结果容易被数值尺度较大的指标主导, 从而可能选出几何距离较小但邻域质量较差的候选邻域, 此时最优邻域筛选的鲁棒性下降。

针对这一问题, 本文提出一种先分别归一化, 再加权融合的方法: 对于当前特征点 p_i , 设 $x_i^{r,s}$ 表示候选邻域 $N_i^{r,s}$ 在某一评价项上的原始得分, 其中 $x_i^{r,s} \in \{d_i, q_i\}$, d_i 和 q_i 分别为该特征点全部候选邻域的 Dis 得分向量和 Q 得分向量。记该评价在全部候选邻域上的均值和标准差分别为 μ_x 和 s_x , 则对每个候选邻域进行 Z-score 标准化:

$$\tilde{x}_i^{r,s} = \frac{x_i^{r,s} - \mu_x}{s_x}. \quad (14)$$

随后, 通过 Sigmoid 函数将标准化得分 $\tilde{x}_i^{r,s}$ 映射至 $(0,1)$ 区间, 得到归一化得分 $\hat{x}_i^{r,s}$:

$$\hat{x}_i^{r,s} = \frac{1}{1 + \exp(-\tilde{x}_i^{r,s})}. \quad (15)$$

为避免标准差为 $s_x = 0$ 导致除零错误, 设置数值稳定阈值 $\gamma = 10^{-8}$, 当 $s_x < \gamma$ 时, 表明该评价项在所

有候选邻域上的差异可以忽略, 此时令标准化得分 $\tilde{x}_i^{r,s} = 0$, 对应的归一化得分 $\hat{x}_i^{r,s} = 0.5$ 。经过上述变换, $Dis(\cdot)$ 和 $Q(\cdot)$ 被映射至统一的数值尺度上, 保证评价结果具有可比性。最终综合评价函数定义为:

$$f(N_i^{r,s}) = w_{dist} \widehat{Dis}(N_i^{r,s}) + w_{hd} \hat{Q}(N_i^{r,s}), \quad (16)$$

其中 w_{hd} 为联合质量项权重, $w_{dist} = 1 - w_{hd}$ 为距离项权重, 两者之和为 1。综合评分 f 越小, 表明该候选邻域在保持较好的几何一致性的同时与当前点也足够接近。从候选邻域集 $\mathcal{M}_i$ 中选取 f 最小的邻域作为最优邻域 N_i^* :

$$N_i^* = \arg \min_{N_i^{r,s} \in \mathcal{M}_i} f(N_i^{r,s}). \quad (17)$$

权重系数 w_{hd} 与 w_{dist} 控制联合质量项与几何距离项在综合评价函数中的相对贡献, 经参数敏感性分析实验, 本文取 $w_{hd} = 0.6$ 、 $w_{dist} = 0.4$ 。

2.4. 最终法向的确定

对于平滑点, 其初始邻域采样通常来自同一光滑曲面, 直接将 PCA 估计的初始法向 $n_i^{(0)}$ 作为最终输出法向。

对于特征点 p_i , 在确定最优邻域 N_i^* 后, 在该邻域上重新进行 PCA 法向估计, 并将最小特征值对应的特征向量作为最终法向 n_i^{final} 。

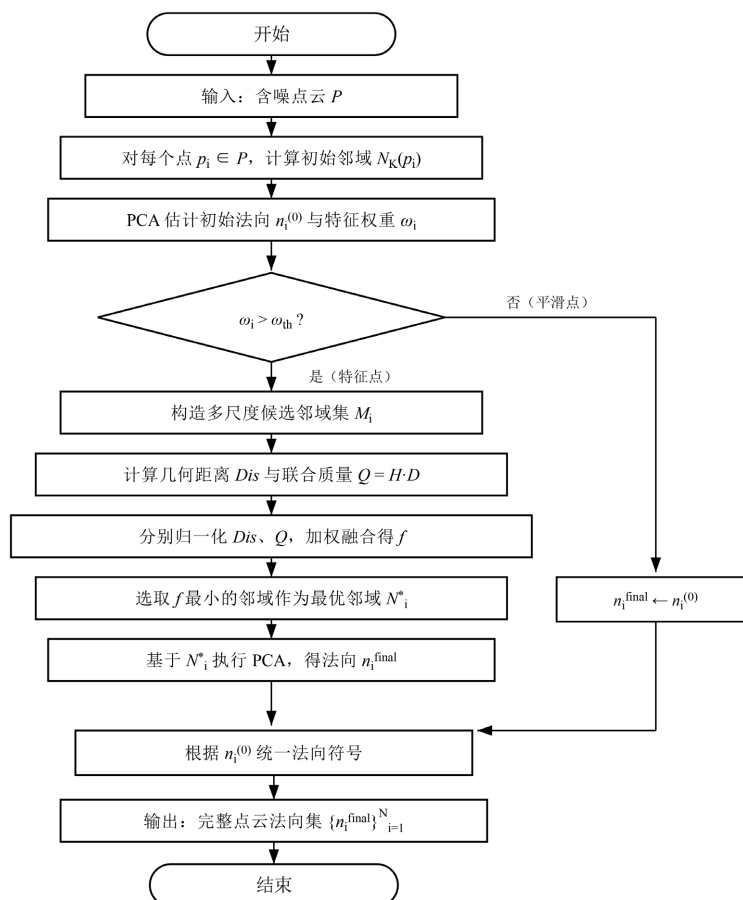


Figure 1. Overall flowchart of the proposed algorithm
图 1. 本文算法整体流程图

为保证法向符号一致性, 利用初始法向 $n_i^{(0)}$ 对最终法向进行符号校正: 若 $n_i^{final} \cdot n_i^{(0)} < 0$, 则令 $n_i^{final} = -n_i^{final}$ 。对全部特征点重复上述过程, 最终得到点云的法向集合 $\{n_i^{final}\}_{i=1}^N$ 。算法整体流程如图 1 所示。

3. 实验结果及分析

3.1. 实验设置

为全面评估所提算法的性能, 本文选取六种具有代表性的对比方法进行实验比较, 按照其核心思想可分为两类: 一类为未使用邻域漂移思想的方法, 包括 PCA [11]、RNE [18]、PCV [19]、LRRfast [20]; 另一类为基于邻域漂移思想的方法, 包括 PatchShift [21] 以及黄明琪等人提出的多尺度邻域漂移方法 [24]。需要说明的是, 文献 [24] 在不同候选邻域集构造方式和评价准则组合下给出了 4 种实现方案, 后文分别记为 HMQ-1~HMQ-4。

实验数据集共包含 40 个测试模型, 覆盖光滑曲面、尖锐特征及复杂混合结构三类点云, 所有模型均叠加了均值为 0 的高斯噪声, 噪声标准差定义为点云中相邻点平均距离的百分比, 并设置为四个噪声水平, 本文统一以小数形式给出, 记为 $\sigma = \{0.02, 0.03, 0.04, 0.05\}$ 。

本文算法中邻域参数设置为 $K = 200$, 综合评价函数中的权重系数设置为 $\omega_{hd} = 0.6$ 。参数 ω_{hd} 的敏感性及其取值合理性将在 3.3 节中进一步分析。其余对比方法的基础邻域参数统一设为 100, 其余相关参数均采用原始文献中推荐的默认设置。

3.2. 评价指标

本文使用不带阈值的均方根误差 RMS 和带有阈值的均方根误差 RMS_τ 对法向估计结果进行评价, 定义如下:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{|P|} \sum_{p \in P} \angle(\hat{n}_p, n_p)^2}, \quad (18)$$

$$RMS_\tau = \sqrt{\frac{1}{|P|} \sum_{p \in P} f(\hat{n}_p, n_p)^2}. \quad (19)$$

$$f(\langle \hat{n}_p, n_p \rangle) = \begin{cases} \langle \hat{n}_p, n_p \rangle & \text{当 } \langle \hat{n}_p, n_p \rangle < \tau \\ \pi/2 & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

其中 $\langle \hat{n}_p, n_p \rangle$ 是法向 n_p 与 $\hat{n}_p$ 之间的夹角, n_p 是点 p 的真实法向, $\hat{n}_p$ 是点 p 的估计法向。本文设置阈值 $\tau = 10^\circ$, 当 n_p 与 $\hat{n}_p$ 的值大于 τ 时, 认为该点的法向量估计结果为异常估计点(坏点), 并将其误差惩罚为 $\pi/2$, 以减弱极端误差对整体评价结果的影响。

RMS 能够反映算法的整体平均误差, 但对极端离群点高度敏感; RMS_τ 通过阈值截断来抑制极端异常估计点的干扰, 更适合衡量在强噪声、复杂几何场景下的法向估计鲁棒性。基于此, 本文在方法对比实验阶段, 统一采用更具针对性的 RMS_τ 作为核心评价指标, 在参数敏感性分析阶段将同时使用 RMS 和 RMS_τ 两个指标, 综合考察权重参数对法向估计结果的影响。

3.3. 实验结果展示与分析

图 2 给出了 6 个代表模型上不同方法的 RMS_τ 随噪声水平的变化曲线。由图 2 可知, 各方法的 RMS_τ 值总体随噪声水平的升高而增大, 本文方法在大多数模型上增幅最为平缓。在低噪声水平 ($\sigma = 0.02$) 下, 本文方法与 HMQ-4、PCV 等方法的误差较小; 随着噪声水平增加到 $\sigma = 0.05$, 本文方法的优势逐渐显现。相比之下, PCA 和 RNE 对噪声较为敏感, 在 $\sigma = 0.05$ 时其平均 RMS_τ 已超过 0.8, 而本文方法仍保持在

0.56。PCV 方法在低噪声下误差较小，但在高噪声下误差明显增大，增幅达 187% (见表 1)，表明本文方法在强噪声下具有更好的鲁棒性。

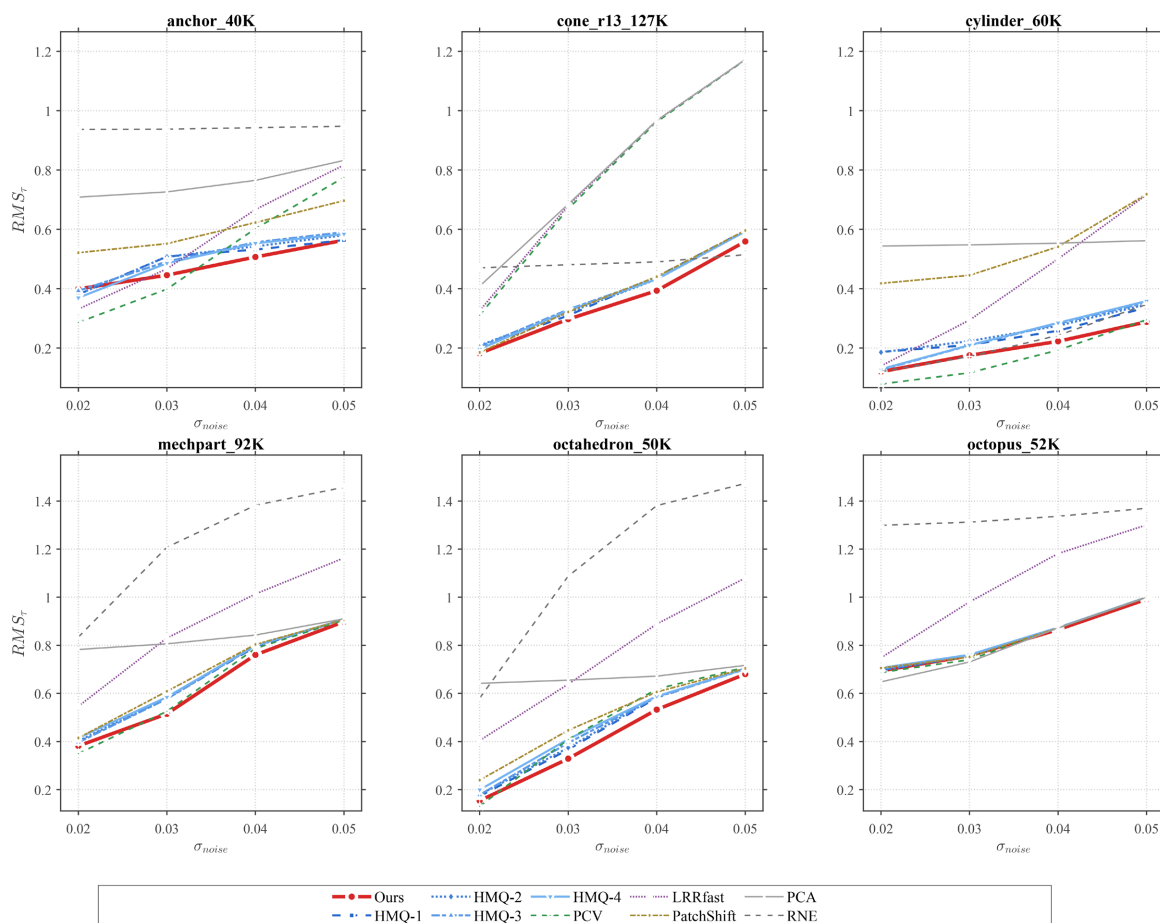


Figure 2. Mean RMS_r of different methods under varying noise levels

图 2. 不同方法在不同噪声水平下的 RMS_r 变化曲线

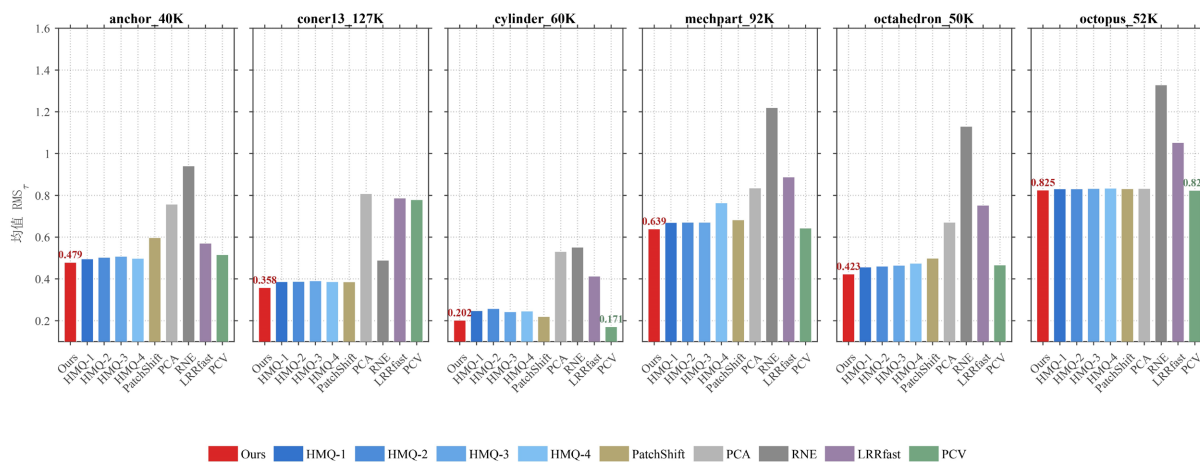


Figure 3. Mean RMS_r on six representative 3D models averaged over four noise levels

图 3. 六个代表性三维模型跨四个噪声水平的 RMS_r 均值

为进一步分析不同几何结构下的误差分布,本文从 40 个测试模型中选取了 6 个代表性模型,并统计各方法在 4 个噪声水平上的平均 RMS_{τ} , 结果如图 3 所示。可以看出本文方法在其中 5 个模型上取得了最优结果;在 octopus_52K 上本文方法(0.825)与 PCV (0.824)基本相当(误差相差约 0.1%);仅在以光滑曲面为主的 cylinder_60K 模型上略逊于 PCV 方法。这表明 PCV 方法在处理简单曲面时具有一定优势,而本文方法在 anchor_40K、octahedron_50K 等尖锐特征丰富的模型上优势更为明显。

表 1 给出了各算法在全部测试模型上的定量对比结果,本文从估计精度、跨条件稳定性与噪声鲁棒性三个方面进行综合评价,对应的三项指标定义如下:

(1) 平均 RMS_{τ} (估计精度): 各算法在全部测试模型与全部噪声水平下 RMS_{τ} 的算术平均值,数值越小表明整体估计精度越高。

(2) 平均排名(跨条件稳定性): 对于在不同测试模型与不同噪声水平构成的测试条件下,按 RMS_{τ} 从小到大对所有算法进行排序(最优为 1),再对全部测试条件下的排名取算术平均,数值越小表明算法在跨模型、跨噪声条件下的稳定性越好。

(3) 增幅 G_{τ} (噪声鲁棒性): 定义为各算法平均 RMS_{τ} 从最低噪声水平($\sigma = 0.02$)到最高噪声水平($\sigma = 0.05$)的相对增长率,即:

$$G_{\tau} = \frac{\overline{RMS_{\tau}}(0.05) - \overline{RMS_{\tau}}(0.02)}{\overline{RMS_{\tau}}(0.02)} \times 100\%, \quad (21)$$

其中, $\overline{RMS_{\tau}}(\sigma)$ 表示在噪声水平 σ 下对 40 个测试模型计算得到的平均 RMS_{τ} 。 G_{τ} 越小,表明随着噪声水平升高,法向估计误差的相对增幅越小,即算法对噪声变化的鲁棒性越强。

Table 1. Comprehensive performance comparison of all methods across the entire test dataset
表 1. 各算法在全部测试模型上的综合性能对比

指标	Ours	HMQ-4	PCV	HMQ-3	HMQ-2	HMQ-1	LRRfast	PatchShift	PCA	RNE
平均 RMS_{τ}	0.488	0.515	0.510	0.531	0.529	0.523	0.823	0.567	0.789	0.956
平均排名	2.83	3.50	4.08	4.17	4.50	4.92	6.17	6.58	8.67	9.58
噪声鲁棒性 G_{τ}	42%	55%	187%	53%	51%	48%	121%	55%	62%	98%

从表 1 可以看出,本文方法在三项指标上均取得了最优结果。在平均 RMS_{τ} 指标上,本文方法为 0.488,相较于 PCV、HMQ-4 和 LRRfast 方法分别降低 4.3%、5.2%和 40.7%;在平均排名指标上,本文方法平均排名为 2.83,优于 HMQ-4 的 3.50,表明本文方法在跨模型、跨噪声条件下的稳定性更好;在噪声鲁棒性方面,本文方法的 G_{τ} 为 42%,为所有对比方法中最低,表明所提方法在强噪声条件下具有更好的稳定性。上述结果说明,本文采用的综合评价准则能够提高最优邻域筛选的可靠性,并进一步改善法向估计的精度和噪声鲁棒性。

考虑篇幅,并结合表 1 中的综合结果,本文选取 PCA、PCV、LRRfast 和 HMQ-4 作为代表性对比方法进行可视化分析,其中 HMQ-4 为文献[24]四种方案中误差最小的版本。在强噪声条件($\sigma = 0.05$)下,选取多面体、圆柱和复杂机械零件三类典型模型,对不同方法的法向估计结果进行可视化对比。结果如图 4 所示,从左到右依次为本文方法、LRRfast、HMQ-4、PCV 和 PCA。图中蓝色点表示法向角误差不超过 10° 的点,红色点表示法向角误差大于 10° 的点。

由图 4 可见,本文方法在三类模型上的高误差点(红色)整体较少,尤其在棱边、边界和零件接缝等尖锐特征区域,高误差点未出现明显聚集。相比之下,PCA 在特征区域受跨曲面邻域点的影响较为明显,高误差点在棱边附近呈带状分布;PCV 和 LRRfast 在平滑区域误差较小,但在复杂特征区域仍存在局部

高误差点聚集；HMQ-4 虽较上述方法有所改善，但在平滑区域的噪声抑制能力和特征区域的估计稳定性方面仍略弱于本文方法。该可视化结果与前述定量结果保持一致。

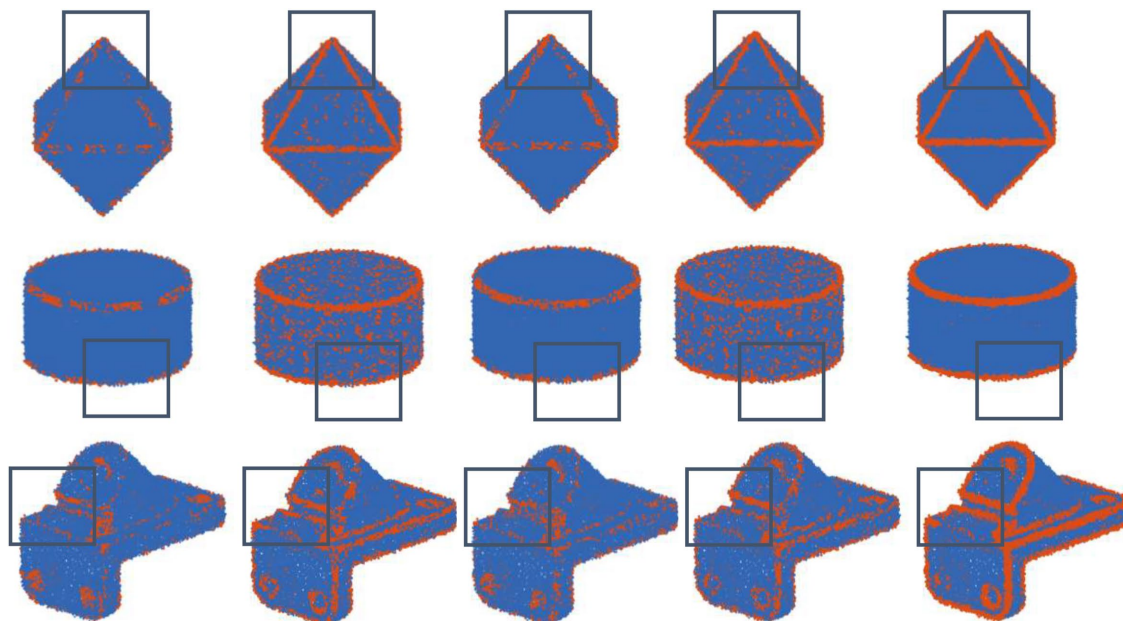


Figure 4. Visual comparison of normal estimation errors on representative models at $\sigma = 0.05$. From left to right: Ours, LRRfast, HMQ-4, PCV, and PCA. Blue denotes points with angular errors no greater than 10° , and red denotes points with angular errors greater than 10°

图 4. 强噪声条件下典型模型法向估计误差的可视化对比($\sigma = 0.05$)从左到右分别为本文算法、LRRfast、HMQ-4、PCV 与 PCA 的结果；蓝色点表示法向角误差 $\leq 10^\circ$ 的点，红色点表示法向角误差 $> 10^\circ$ 的点

定量结果和可视化结果从整体误差与局部误差分布两个方面验证了本文方法的有效性。在此基础上，还需确定综合评价函数中权重参数 w_{hd} 的合理取值， w_{hd} 用于调节归一化后的几何距离项与联合质量指标项之间的相对贡献，其取值范围为 $[0, 1]$ 。当 $w_{hd} = 0$ 时，综合评价函数为仅包含几何距离项；当 $w_{hd} = 1$ 时，综合评价函数完全由联合质量指标项决定。为考察权重参数 w_{hd} 对法向估计结果的影响并验证本文参数的合理性，下面对该参数进行敏感性分析。

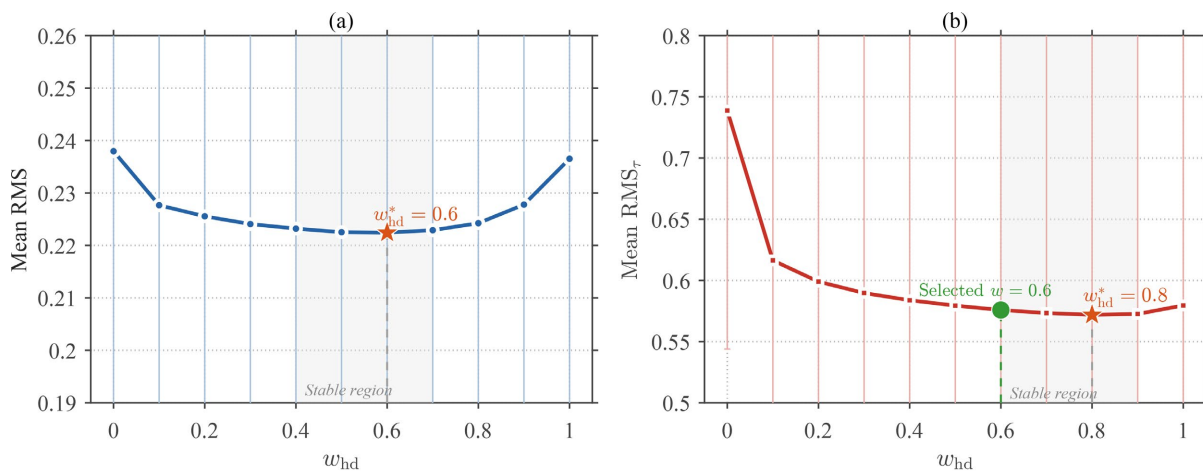


Figure 5. Sensitivity analysis of weight parameters (10 test models and 4 noise levels, 40 test conditions in total, $K = 200$)

图 5. 权重参数的敏感性分析(10 个测试模型与 4 种噪声水平，共 40 个测试条件， $K = 200$)

在全部 10 个测试模型与四种不同噪声水平(共 40 个测试条件)下开展网格搜索实验。令 w_{hd} 从 0 到 1 以 0.1 为步长变化, 共设置 11 个候选值, 其余参数保持不变。对于每个测试条件, 分别计算各候选值对应的 RMS 和 RMS_{τ} , 再对所有测试条件取算数平均, 得到各候选值下的平均 RMS 和 RMS_{τ} 结果如图 5 所示。

由图 5 可知, 平均 RMS 曲线呈现先下降后上升的变化趋势, 并在 $w_{hd} \in [0.4, 0.7]$ 范围内保持相对稳定, 该区间内平均 RMS 的相对波动幅度小于 0.5%, 表明算法在这一范围内对参数变化不敏感, 具有良好的鲁棒性; 平均 RMS 最小值出现在 $w_{hd} = 0.6$, 对应均值为 0.2224。平均 RMS_{τ} 曲线的变化趋势与平均 RMS 曲线具有相近的变化趋势, 整体表现为先下降随后趋于平稳后略有上升。当 w_{hd} 从 0 增加到 0.1 时, 平均 RMS_{τ} 曲线的下降较为明显, 当 $w_{hd} \in [0.6, 0.9]$ 时, 曲线变化相对平稳, 平均 RMS_{τ} 最小值出现在 $w_{hd} = 0.8$ 对应均值为 0.5719。

两个评价指标对应的稳定区间存在交集 $[0.6, 0.7]$, 其中 $w_{hd} = 0.6$ 时平均 RMS 达到最小值, 在平均 RMS_{τ} 指标上 $w_{hd} = 0.6$ 对应的结果与最小值之间的相对差异仅为 0.63%。因此综合考虑两个评价指标, 本文将 w_{hd} 设定为 0.6。上述结果同时表明, 在 w_{hd} 的合理取值范围内, 本文方法对该参数的变化不敏感, 具有较好的参数稳定性。

综合上述定量比较、可视化分析及参数敏感性实验, 本文方法在不同噪声水平和不同几何结构下均表现出较高的法向估计精度和参数稳定性。

4. 结论

本文针对三维点云法向估计中强噪声条件下最优邻域难以稳定选取的问题, 在多尺度邻域漂移框架的基础上, 提出了一种基于联合邻域质量指标的多尺度邻域漂移法向估计算法。该方法利用特征值信息熵项 H 与法向一致性项 D 构造联合质量指标, 并分别对几何距离项和联合质量指标项进行归一化处理, 实现了更稳定的最优邻域筛选。实验结果表明, 本文方法在强噪声与复杂几何场景下的综合性能较好, 平均 RMS_{τ} 相较于 HMQ-4 提升了 5.2%, 同时在强噪声条件下表现出更好的稳定性。后续工作可进一步研究权重参数的自适应调节策略, 以及面向大规模点云数据的并行实现方法, 拓展算法在实际工程场景中的适配性。

参考文献

- [1] Amenta, N. and Bern, M. (1999) Surface Reconstruction by Voronoi Filtering. *Discrete & Computational Geometry*, **22**, 481-504. <https://doi.org/10.1007/pl00009475>
- [2] Dey, T.K. and Goswami, S. (2006) Provable Surface Reconstruction from Noisy Samples. *Computational Geometry*, **35**, 124-141. <https://doi.org/10.1016/j.comgeo.2005.10.006>
- [3] Alliez, P., Cohen-Steiner, D., Tong, Y., et al. (2007) Voronoi-Based Variational Reconstruction of Unoriented Point Sets. *Proceedings of the 5th Eurographics Symposium on Geometry Processing*, Barcelona, 4-6 July 2007, 39-48.
- [4] Jones, T.R., Durand, F. and Zwicker, M. (2004) Normal Improvement for Point Rendering. *IEEE Computer Graphics and Applications*, **24**, 53-56. <https://doi.org/10.1109/mcg.2004.14>
- [5] Fleishman, S., Cohen-Or, D. and Silva, C.T. (2005) Robust Moving Least-Squares Fitting with Sharp Features. *ACM Transactions on Graphics*, **24**, 544-552. <https://doi.org/10.1145/1073204.1073227>
- [6] Flix, C., Ruiz, U. and Rivera, M. (2007) Surface-Normal Estimation with Neighborhood Reorganization for 3D Reconstruction. *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications*, 13-16.
- [7] Boulch, A. and Marlet, R. (2016) Deep Learning for Robust Normal Estimation in Unstructured Point Clouds. *Computer Graphics Forum*, **35**, 281-290. <https://doi.org/10.1111/cgf.12983>
- [8] Guerrero, P., Kleiman, Y., Ovsjanikov, M. and Mitra, N.J. (2018) PCPNet Learning Local Shape Properties from Raw Point Clouds. *Computer Graphics Forum*, **37**, 75-85. <https://doi.org/10.1111/cgf.13343>
- [9] Ben-Shabat, Y., Lindenbaum, M. and Fischer, A. (2019) Nesti-Net: Normal Estimation for Unstructured 3D Point Clouds

- Using Convolutional Neural Networks. 2019 *IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Long Beach, 15-20 June 2019, 10104-10112. <https://doi.org/10.1109/cvpr.2019.01035>
- [10] Lenssen, J.E., Osendorfer, C. and Masci, J. (2020) Deep Iterative Surface Normal Estimation. 2020 *IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Seattle, 13-19 June 2020, 11244-11253. <https://doi.org/10.1109/cvpr42600.2020.01126>
- [11] Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., McDonald, J. and Stuetzle, W. (1992) Surface Reconstruction from Unorganized Points. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, **26**, 71-78. <https://doi.org/10.1145/142920.134011>
- [12] Kazhdan, M. and Hoppe, H. (2013) Screened Poisson Surface Reconstruction. *ACM Transactions on Graphics*, **32**, 1-13. <https://doi.org/10.1145/2487228.2487237>
- [13] Cazals, F. and Pouget, M. (2005) Estimating Differential Quantities Using Polynomial Fitting of Osculating Jets. *Computer Aided Geometric Design*, **22**, 121-146. <https://doi.org/10.1016/j.cagd.2004.09.004>
- [14] Guennebaud, G. and Gross, M.H. (2007) Algebraic Point Set Surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, **26**, Article No. 23. <https://doi.org/10.1145/1275808.1276406>
- [15] Boulch, A. and Marlet, R. (2012) Fast and Robust Normal Estimation for Point Clouds with Sharp Features. *Computer Graphics Forum*, **31**, 1765-1774. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2012.03181.x>
- [16] Öztireli, A.C., Guennebaud, G. and Gross, M. (2009) Feature Preserving Point Set Surfaces Based on Non-Linear Kernel Regression. *Computer Graphics Forum*, **28**, 493-501. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2009.01388.x>
- [17] Zhang, J., Cao, J., Liu, X., Wang, J., Liu, J. and Shi, X. (2013) Point Cloud Normal Estimation via Low-Rank Subspace Clustering. *Computers & Graphics*, **37**, 697-706. <https://doi.org/10.1016/j.cag.2013.05.008>
- [18] Liu, X., Zhang, J., Cao, J., Li, B. and Liu, L. (2015) Quality Point Cloud Normal Estimation by Guided Least Squares Representation. *Computers & Graphics*, **51**, 106-116. <https://doi.org/10.1016/j.cag.2015.05.024>
- [19] Mura, C., Wyss, G. and Pajarola, R. (2018) Robust Normal Estimation in Unstructured 3D Point Clouds by Selective Normal Space Exploration. *The Visual Computer*, **34**, 961-971. <https://doi.org/10.1007/s00371-018-1542-6>
- [20] Li, B., Schnabel, R., Klein, R., Cheng, Z., Dang, G. and Jin, S. (2010) Robust Normal Estimation for Point Clouds with Sharp Features. *Computers & Graphics*, **34**, 94-106. <https://doi.org/10.1016/j.cag.2010.01.004>
- [21] Zhang, J., Cao, J., Liu, X., Chen, H., Li, B. and Liu, L. (2019) Multi-Normal Estimation via Pair Consistency Voting. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, **25**, 1693-1706. <https://doi.org/10.1109/tvcg.2018.2827998>
- [22] Cao, J., Chen, H., Zhang, J., Li, Y., Liu, X. and Zou, C. (2018) Normal Estimation via Shifted Neighborhood for Point Cloud. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **329**, 57-67. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2017.04.027>
- [23] 张杰, 刘健, 王茜微, 等. 基于邻域漂移的点云法向估计算法研究[J]. 辽宁师范大学学报(自然科学版), 2021, 44(1): 13-20.
- [24] 黄明琪, 张杰, 史路冰. 基于多尺度邻域平移法向估计算法——点云的法向量估计[J]. 应用数学进展, 2022, 11(9): 6768-6778.