

双忆阻Chay神经元系统分岔与同步转迁特性分析

王其霞^{1*}, 马娟娟², 吴改艳¹, 刘莎莎¹, 王昱婷¹

¹新疆理工职业大学通识学院, 新疆 喀什

²塔里木大学信息工程学院, 新疆 阿拉尔

收稿日期: 2026年9月20日; 录用日期: 2026年10月13日; 发布日期: 2026年10月20日

摘要

本文以忆阻Chay神经元作为研究对象, 采用电学突触构建双忆阻神经元耦合系统, 研究不同参数条件下耦合系统的放电模式、分岔类型与同步转迁规律。利用四阶变步长Runge-Kutta算法对系统方程进行数值求解, 绘制峰峰间期分岔图研究系统的放电节律随参数的演化过程, 得出耦合系统会出现逆加周期分岔、边界激变分岔、吸引子合并激变及逆倍周期分岔等多种典型分岔类型, 且放电模式由簇放电转变为尖峰放电。研究电耦合强度对耦合系统完全同步状态的影响, 得出电耦合强度是决定系统能否进入完全同步状态的主导因素, 且耦合强度越大, 完全同步状态所占的参数区域越大。研究忆阻神经元系统分岔与同步状态可揭示不同参数值对耦合系统放电节律的影响, 也为生物神经性疾病的治疗提供理论参考。

关键词

忆阻Chay神经元系统, 电耦合, 分岔分析, 双参同步, 动力学特性

Analysis of Bifurcation and Synchronization Transition Characteristics of Dual-Memristor Chay Neuron System

Qixia Wang^{1*}, Juanjuan Ma², Gaiyan Wu¹, Shasha Liu¹, Yuting Wang¹

¹School of General Education, Xinjiang Vocational University of Technology, Kashgar Xinjiang

²School of Information Engineering, Tarim University, Alar Xinjiang

Received: September 20, 2026; accepted: October 13, 2026; published: October 20, 2026

*通讯作者。

文章引用: 王其霞, 马娟娟, 吴改艳, 刘莎莎, 王昱婷. 双忆阻 Chay 神经元系统分岔与同步转迁特性分析[J]. 应用数学进展, 2026, 15(10): 218-228. DOI: 10.12677/aam.2026.1510410

Abstract

In this paper, the memristive Chay neuron is taken as the research object, and a coupled system of two memristive neurons is constructed by using electrical synapses. The firing patterns, bifurcation types, and synchronization transition laws of the coupled system are investigated under different parameter conditions. The system equations are solved numerically by using the fourth-order variable-step Runge-Kutta algorithm, and the bifurcation diagram of the interspike interval is plotted to study the evolution of the firing rhythm with the variation of parameters. It is found that the coupled system exhibits various typical bifurcation types, including inverse period-adding bifurcation, boundary crisis bifurcation, attractor merging crisis, and inverse period-doubling bifurcation, and the firing pattern changes from bursting to spiking. The effect of electrical coupling strength on the complete synchronization state of the coupled system is studied, and it is concluded that the electrical coupling strength is the dominant factor in determining whether the system enters the complete synchronization state; moreover, the larger the coupling strength is, the larger the parameter region occupied by the complete synchronization state becomes. The study of the bifurcation and synchronization states of the memristive neuron system can reveal the influence of different parameter values on the firing rhythm of the coupled system, and can also provide a theoretical reference for the treatment of biological neurological diseases.

Keywords

Memristive Chay Neuron System, Electrical Coupling, Bifurcation Analysis, Two-Parameter Synchronization, Dynamic Characteristics

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

神经元是神经系统的基本组成单元,具有感受刺激和传导神经冲动的功能。自1950年以来,研究者先后提出了多种神经元模型,HH神经元[1]系统最先被提出,是从离子通道角度刻画了动作电位的产生机理,此后大量简化模型[2]-[6]被陆续提出。其中Chay模型[6]具有静息态、簇放电、尖峰放电等丰富的放电节律,被大量应用于神经元放电节律的研究中。1971年,蔡少棠提出忆阻器概念直至2008年惠普实验室成功制备出可实际工作的忆阻器件,忆阻器由此进入研究者的视野[7][8]。忆阻器是关联了电荷与磁通之间的本构关系,常被用于模拟电磁感应效应对神经元系统放电模式的影响。王梦蛟等人在Holmes型Duffing系统中引入双曲正切忆阻模型构造出新系统,并借助相图、转换相图与Lyapunov指数等手段,揭示了可控簇发、簇发共存以及周期混沌共存等多种新颖动力学行为[9]。张雨航等人将压控型多稳态忆阻器引入经典FHN神经元电路以替代隧道二极管,并结合哈密顿能量函数考察系统的能量调控特性,发现在低频驱动下系统更易出现簇发振荡,且忆阻内部状态初值可诱导多个共存吸引子发生周期性平移,展现出显著的多稳态特征[10]。杨喆等人设计兼具听觉与磁场感知功能的功能性FHN神经元模型,借助Hamilton能量函数发现外部刺激与磁场可诱发丰富放电行为,并通过电感线圈场耦合与耦合强度自适应增长准则,实现了系统在能量调控下的能量平衡与完全同步[11]。因此,将忆阻器件引入神经元系统中模拟电磁感应效应时,系统内部的状态变量会增多,且放电模式与同步转迁演化行为更加丰富。

单个神经元的动力学研究虽然能揭示放电活动的基本机制,却难以完整反映神经系统的真实工作方式。在生物体内,神经元并非孤立运行的,而是通过电突触[12]或化学突触[13]彼此连接,构成双神经元乃至大规模神经网络,完成神经元之间的协同活动。其中,双神经元耦合系统作为连接单神经元研究与复杂网络研究的关键桥梁,结构相对简单却保留了耦合作用的本质特征,成为分析放电同步、分岔演化等动力学行为的理想对象。文献[14]在经典三维 Chay 模型中引入外界刺激电流与磁控忆阻器,构建四维 Chay 神经元系统,通过单参数与双参数分岔图,得出系统随参数改变呈现丰富的动力学行为,且增大磁通耦合强度可促进系统完全同步状态。何沛妍等人研究带时滞的耦合 FHN 神经元模型,利用时域法讨论平衡点稳定性,两个神经元同时刺激则使系统由周期放电模式转变为静息状态、振荡状态转变为恢复稳定状态[15]。邬开俊等人针对 HR 神经元的化学突触耦合同步问题,研究高斯白噪声对耦合系统同步行为的影响,得出耦合强度既能改变耦合神经元的放电活动,也能使两个神经元系统由非同步转变为同步,且适当强度的噪声同样可以诱发非同步耦合系统产生同步,结果表明耦合强度与噪声共同构成调控神经元同步状态的重要因素[16]。因此,耦合强度是控制耦合系统同步状态的关键因素,对神经性疾病的治疗由重要的意义。

基于此,本文以忆阻 Chay 神经元为研究对象,采用电学突触构建双忆阻神经元耦合系统,从放电模式、分岔类型与同步转迁三个层面展开数值研究。首先借助四阶变步长 Runge-Kutta 算法对系统方程求解,绘制峰峰间期分岔图,考察参数变化下系统呈现的逆加周期分岔、边界激变分岔、吸引子合并激变及逆倍周期分岔等典型分岔行为;随后在参数平面上分析不同电耦合强度下系统的同步转迁规律,明确电耦合强度对完全同步状态建立与扩展的主导作用。研究结果有助于深化对忆阻神经元耦合系统信息编码与传递机制的理解,也可为部分神经性疾病的病理分析及治疗策略提供理论参考。

2. 双忆阻神经元耦合系统

Chay 神经元系统是基于细胞膜离子通道动力学机理,是描述神经元电生理行为的经典动力学模型,可模拟出丰富的神经元放电类型。三维 Chay 神经元模型[6]如(1)式

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = g_I m_\infty^3 h_\infty (V_I - V) + g_{KV} (V_K - V)n^4 + g_{KC} \frac{C}{1+C} (V_K - V) + g_L (V_L - V) + I_{ext} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{n_\infty - n}{\tau_n} \\ \frac{dC}{dt} = \rho (m_\infty^3 h_\infty (V_C - V) - k_C C) \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{其中, } m_\infty = \frac{\alpha_m}{\alpha_m + \beta_m}, h_\infty = \frac{\alpha_h}{\alpha_h + \beta_h}, n_\infty = \frac{\alpha_n}{\alpha_n + \beta_n}, \tau_n = \frac{1}{\lambda_n (\alpha_n + \beta_n)}, \alpha_m = \frac{0.1(25+V)}{1 - e^{(-0.1V-2.5)}}, \beta_m = 4e^{\frac{(V+50)}{18}},$$

$$\alpha_h = 0.07e^{(-0.05V-2.5)}, \beta_h = \frac{1}{1 + e^{(-0.1V-2)}}, \alpha_n = \frac{0.01(20+V)}{1 - e^{(-0.1V-2)}}, \beta_n = 0.125e^{\frac{-(V+30)}{80}}。$$

由于离子的跨膜运动会产生电位差形成电磁感应,而忆阻器是关联了电荷与电磁的本构关系,可以使用忆阻器模拟电磁感应,文献[17]中的忆阻器是双曲正切忆阻器模型,其状态方程如(2)式

$$\begin{cases} i = W(\varphi)V = -(\alpha - 2\beta \tanh(\varphi))V \\ \dot{\varphi} = -k\varphi + V \end{cases} \quad (2)$$

其中, k 是忆阻反馈系数, α 和 β 是忆阻参数。

将忆阻器模型引入三维 Chay 神经元中,忆阻 Chay 神经元系统的状态方程如(3)式

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = g_I m_\infty^3 h_\infty (V_I - V) + g_{KV} (V_K - V) n^4 + g_{KC} \frac{C}{1+C} (V_K - V) + g_L (V_L - V) + I_{ext} - k_1 (\alpha - 2\beta \tanh \varphi) V \\ \frac{dn}{dt} = \frac{n_\infty - n}{\tau_n} \\ \frac{dC}{dt} = \rho (m_\infty^3 h_\infty (V_C - V) - k_C C) \\ \frac{d\varphi}{dt} = -k_2 \varphi + V \end{cases} \quad (3)$$

其中, k_2 是磁耦合系数。

针对电磁环境作用场景, 采用忆阻器模拟电磁感应效果, 建立电耦合忆阻 Chay 神经网络模型, 对应的状态方程如(4)式

$$\begin{cases} \frac{dV_{1,2}}{dt} = g_I m_\infty^3 h_\infty (V_I - V_{1,2}) + g_{KV} (V_K - V_{1,2}) n_{1,2}^4 + g_{KC} \frac{C_{1,2}}{1+C_{1,2}} (V_K - V_{1,2}) + g_L (V_L - V_{1,2}) + I_{ext} \\ \quad - k_1 (\alpha - 2\beta \tanh(\varphi_{1,2})) V_{1,2} + D(V_{2,1} - V_{1,2}) \\ \frac{dn_{1,2}}{dt} = \frac{n_\infty - n_{1,2}}{\tau_n} \\ \frac{dC_{1,2}}{dt} = \rho (m_\infty^3 h_\infty (V_C - V_{1,2}) - k_C C_{1,2}) \\ \frac{d\varphi_{1,2}}{dt} = -k_2 \varphi_{1,2} + V_{1,2} \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{其中, } m_\infty = \frac{\alpha_m}{\alpha_m + \beta_m}, h_\infty = \frac{\alpha_h}{\alpha_h + \beta_h}, n_\infty = \frac{\alpha_n}{\alpha_n + \beta_n}, \tau_n = \frac{1}{\lambda_n (\alpha_n + \beta_n)}, \alpha_m = \frac{0.1(25 + V_I)}{1 - e^{-0.1V_I - 2.5}}, \beta_m = 4e^{\frac{(V_I + 50)}{18}},$$

$$\alpha_h = 0.07e^{(-0.05V_I - 2.5)}, \beta_h = \frac{1}{1 + e^{(-0.1V_I - 2)}}, \alpha_n = \frac{0.01(20 + V_I)}{1 - e^{(-0.1V_I - 2)}}, \beta_n = 0.125e^{\frac{-(V_I + 30)}{80}}。$$

文中所取参数值分别为 $V_I = 100 \text{ mV}$ 、 $V_K = -75 \text{ mV}$ 、 $V_L = -40 \text{ mV}$ 、 $V_C = 145 \text{ mV}$ 、 $g_I = 1800 \text{ mS/cm}^2$ 、 $g_{KV} = 1700 \text{ mS/cm}^2$ 、 $g_{KC} = 10 \text{ mS/cm}^2$ 、 $g_L = 7 \text{ mS/cm}^2$ 、 $I_{ext} = 6$ 、 $k_C = 3.3/18$ 、 $\rho = 0.27$ 、 $\lambda_n = 230$ 、 $k_1 = 0.5$ 、 $k_2 = 0.5$ 、 $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = -0.1$ 、 D 是电耦合强度。

3. 分岔与同步分析

3.1. 分岔分析

本文采用四阶变步长 Runge-Kutta 算法编写程序, 初值设为

$(V_1, n_1, C_1, \varphi_1, V_2, n_2, C_2, \varphi_2) = (0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01)$, 对方程(1)进行数值计算。经过多次数值计算结果发现, 在初值相同的两个神经元系统, 由于电耦合是线性耦合, 电耦合强度大小并不影响系统的分岔特征; 而参数 g_{KV} 对应的放电节律更为丰富, 故参数 g_{KV} 确定为主要研究参数, 并绘制出如图 1 所示的峰峰间期(ISI)分岔图。从图 1(a)可以得出, 随着参数 g_{KV} 逐步增大, 耦合神经元系统处于逆加周期放电模式。借助局部放大图 1(b)可知, 其放电模式依次呈现为周期 9 簇放电 → 周期 8 簇放电 → 周期 7 簇放电连续更替; 随后系统经过边界激变分岔跨入混沌区域, 再经过吸引子合并激变进入逆倍周期放电模式, 对应放电模式依次为周期 4 簇放电 → 周期 2 尖峰放电 → 周期 1 尖峰放电模式。

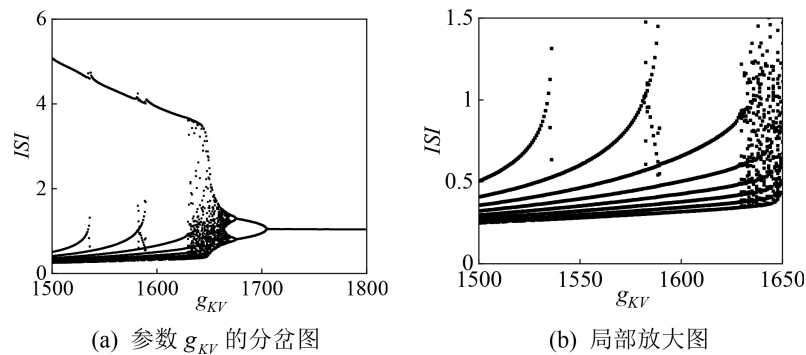


Figure 1. Bifurcation diagram of peak-to-peak intervals with respect to parameter g_{KV}

图 1. 关于参数 g_{KV} 的峰峰间期分岔图

基于上述参数 g_{KV} 的分岔模式, 分别选取 $g_{KV} = 1600$ 、 $g_{KV} = 1700$ 、 $g_{KV} = 1750$, 对上述的放电模式进行验证, 绘制出如图 2 所示的相图和时间历程图。当 $g_{KV} = 1600$ 时, 耦合系统处于周期 7 簇放电; 当 $g_{KV} = 1700$ 时, 系统处于周期 2 尖峰放电; 当 $g_{KV} = 1750$ 时, 系统处于周期 1 尖峰放电。

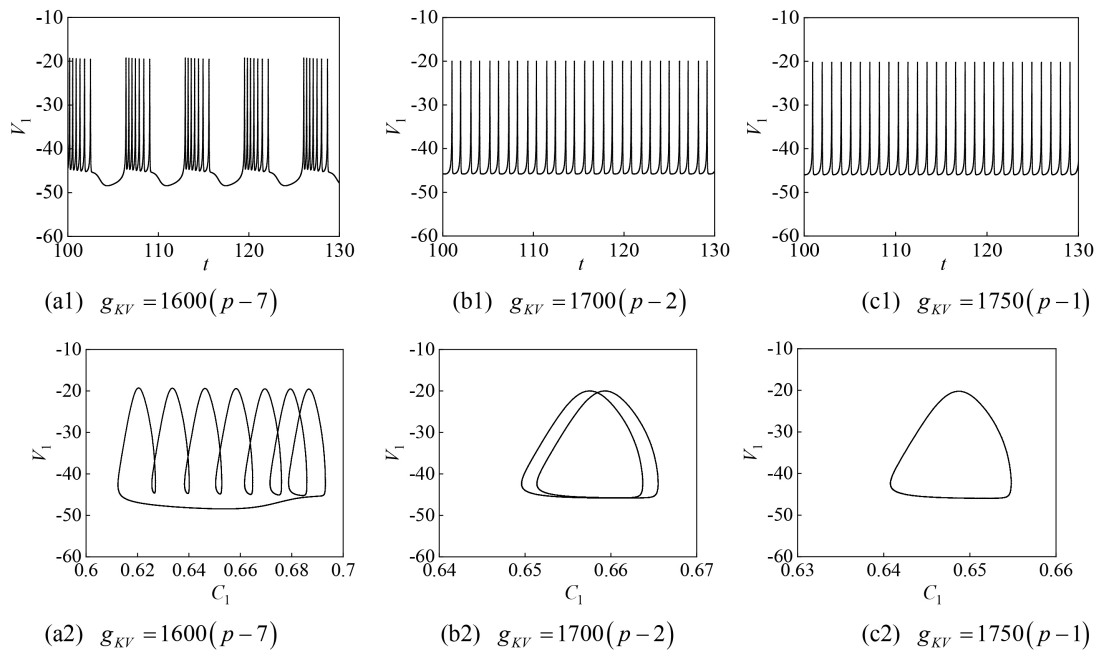


Figure 2. Phase diagram and time history diagram

图 2. 相图和时间历程图

3.2. 单参同步分析

复杂神经网络的群体同步行为, 源于神经元两两耦合的协同作用, 双神经元系统是研究神经网络动力学的最小基础单元, 可有效规避复杂网络的参数干扰和拓扑结构对神经元放电行为的影响。因此, 先以双 Chay 神经元系统为研究对象, 探究电磁激励下其同步演化与状态转迁规律, 来分析电耦合强度、基准参数及忆阻参数对同步状态的调控机制。

为了研究双忆阻耦合神经元系统的同步状态, 本文引入一个统计量相似函数[13] $S(0)$ 和同步统计因子[18] R , 具体表达式如(5)式和(6)式所示:

$$S(0) = \left[\frac{\langle (V_1(t) - V_2(t))^2 \rangle}{\left(\langle V_1^2(t) \rangle \langle V_2^2(t) \rangle \right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

其中, V_1 和 V_2 表示的两个神经元的膜电位值, $\langle \cdot \rangle$ 表示对时间的均值。从(5)式可以得出, 当两个神经元的放电节律相互独立时, 有 $S(0) \neq 0$; 当两个神经元放电节律完全同步时, 就有 $S(0) = 0$ 。 $S(0)$ 的值越小, 神经元之间的同步化程度越高。

$$\begin{cases} F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^2 V_i \\ R = \frac{\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^2 (\langle V_i^2 \rangle - \langle V_i \rangle^2)} \end{cases} \quad (6)$$

其中, N 表示神经元个数, V_1 、 V_2 表示第 1、2 个神经元的膜电位值。当 R 的值趋于 1 时, 耦合系统处于完全同步状态; 当 R 的值趋于 0 时, 耦合系统呈现出完全不同步的状态。

以电耦合强度 D 为可变调控参数, 对双神经元耦合动力学系统开展数值仿真, 分别计算耦合系统的相似函数 $S(0)$ 和同步统计因子 R 随耦合强度的演化规律, 结果如图 3 所示。当 $D \in [0, 3.24]$ 区间范围时, 相似函数的值波动幅度平缓, 同步因子 R 缓慢抬升, 表明此区间耦合强度对神经元同步行为的调控作用微弱, 系统处于非完全同步状态; 当 $D \in [3.36, 3.6]$ 时, 相似函数 $S(0) \equiv 0$, 同步统计因子 $R=1$, 两个指标共同证实该参数区间下耦合双神经元实现完全同步; 当 $D \approx 3.72$ 时, $S(0) \neq 0$, 相似函数由零突变为非零, 系统处于异步状态; D 继续增大, $S(0)$ 逐步回落至 0、 R 重新趋近于 1, 耦合系统再次恢复完全同步。图 1(a) 为相似函数随耦合强度 D 变化曲线, 图 1(b) 为同步统计因子随 D 变化曲线。

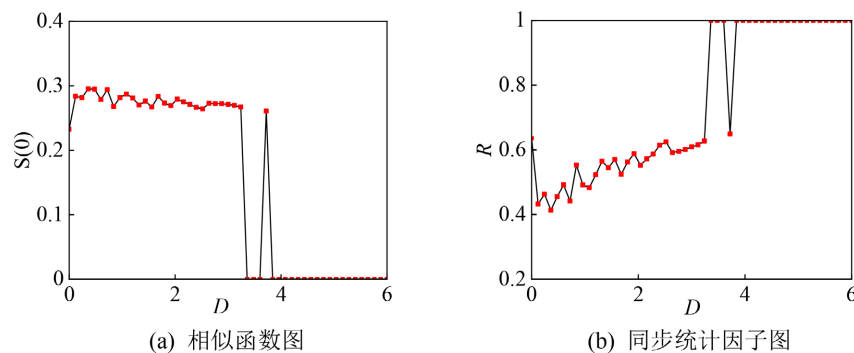


Figure 3. Similarity function diagram and synchronization factor diagram
图 3. 相似函数图和同步因子图

选取 $D=1$ 、2、3、3.3、4 五种耦合强度, 数值计算出对应的时域图与相平面图, 从膜电位时域演化与相空间轨迹两个维度, 验证双神经元系统同步状态随耦合强度 D 的转变规律。其中图 4(a1)~(e1) 为两个神经元膜电位的时间序列曲线图, 图 4(a2)~(e2) 为相平面图。当 $D=1$ 时, 时域图 4(a1) 中两条膜电位波形存在明显相位差, 两个神经元的放电节律不一致; 对应相平面图 4(a2) 轨迹集中在局部区域、无法沿对角线重合, 说明耦合强度较低时, 两个神经元处于非同步放电状态。对比图 4(b)~(d), 随着耦合强度从 2 增大至 3.3, 时域波形的相位偏差逐步缩小, 脉冲时序趋近对齐; 相平面轨迹缠绕范围逐步收拢, 但仍为复杂的缠绕曲线, 未收敛至对角直线, 系统处于不完全同步状态, 同步程度随耦合强度提升持续改善。

时域图 4(e1)中两条膜电位曲线完全重合, 神经元脉冲发放时刻、波形高度完全一致; 相平面图 4(e2)的轨迹收敛为一条倾斜对角线, 直观说明此时双神经元膜电位完全相等, 系统达到完全同步, 与前文相似函数、同步因子的计算结论相互验证。

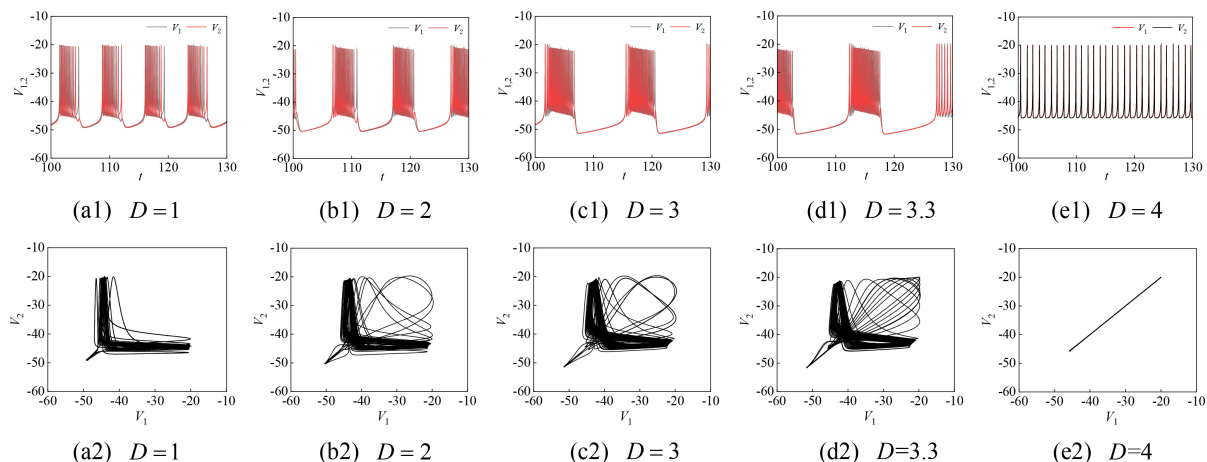
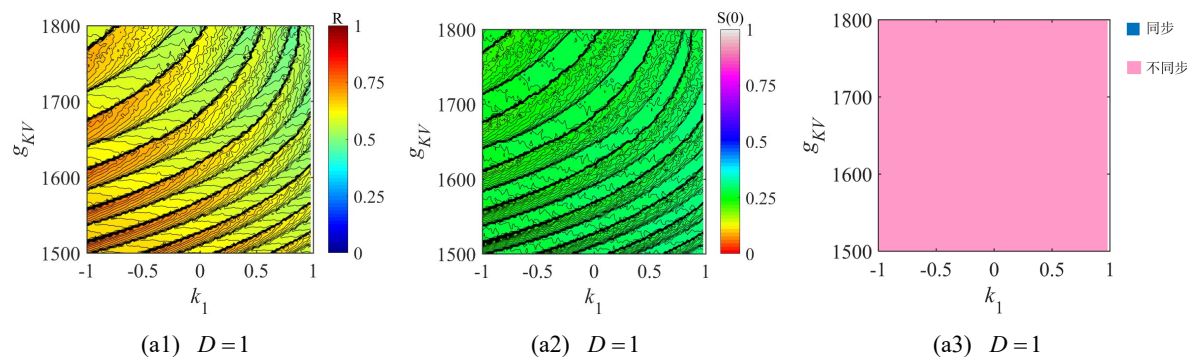


Figure 4. Synchronous verification diagrams

图 4. 同步验证图

3.3. 双参同步分析

为了研究多个参数同时变化对耦合系统的同步状态的影响, 选取 $D=1, 2, 3, 4, 5$, 以磁耦合强度 k_1 、参数 g_{KV} 作为双调控参数, 研究耦合强度变化对系统同步参数域的调控规律, 得到如图 5 所示的双参数同步云图, 每一行从左至右依次为同步统计因子 R 云图、相似函数 $S(0)$ 云图、同步分区图(蓝色代表完全同步, 粉色代表非同步)。从图 5(a)和图 5(b)中可以得出, 当 $D=1, 2$ 时, R 云图整体呈黄、橙低数值配色 ($R \ll 1$), $S(0)$ 云图全域为绿色高值 ($S(0) \gg 0$); 右侧同步分区图 5(a3)和图 5(b3)整片区域均为粉色, 说明在 $D=1, 2$ 的弱耦合条件下, 在整个 (k_1, g_{KV}) 参数平面内, 双神经元始终无法形成完全同步, 无论磁耦合强度 k_1 与参数 g_{KV} 如何改变, 系统维持非同步放电状态。当 $D=3$ 时, R 云图的右上角区域出现大面积深红色 ($R \rightarrow 1$), 对应 $S(0)$ 云图右上角变为红色低值区 ($S(0) \rightarrow 0$); 同步分区图 5(c3)在参数平面右上侧零散出现蓝色同步斑块, 表明耦合强度提升至 $D=3$ 时, 仅在大 g_{KV} 、偏正 k_1 的局部参数区间, 系统首次出现完全同步, 其余大部分参数范围仍处于非同步状态。随着 D 继续增大, $R \approx 1$ 的红色高值区、 $S(0) \approx 0$ 的红色低值区持续向左、向下大范围拓展; 同步分区图中蓝色同步区域不断扩张, 仅在参数平面左下角小范围保留粉色非同步区域, 说明增大电耦合强度可显著扩大系统完全同步的参数区间。



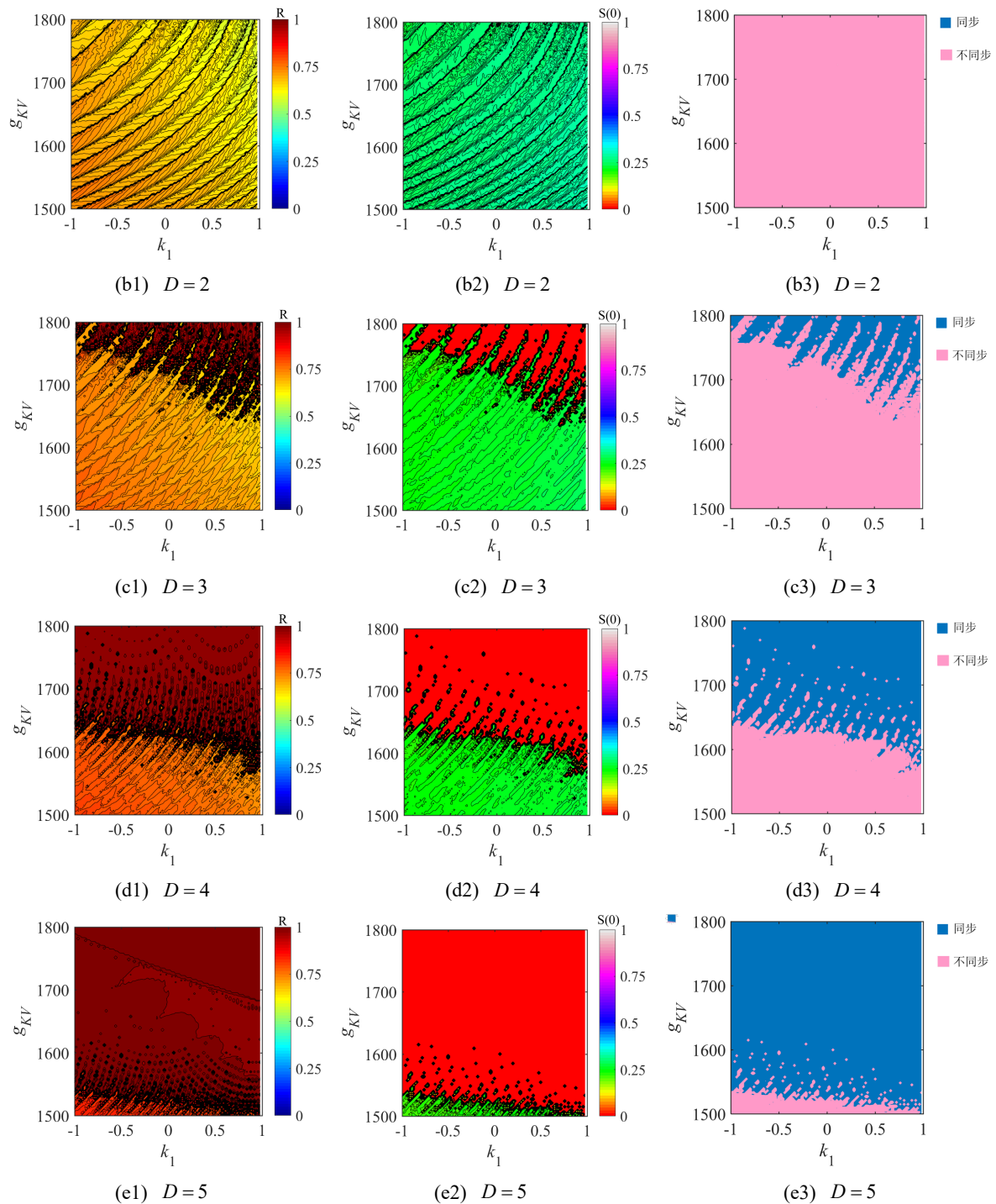
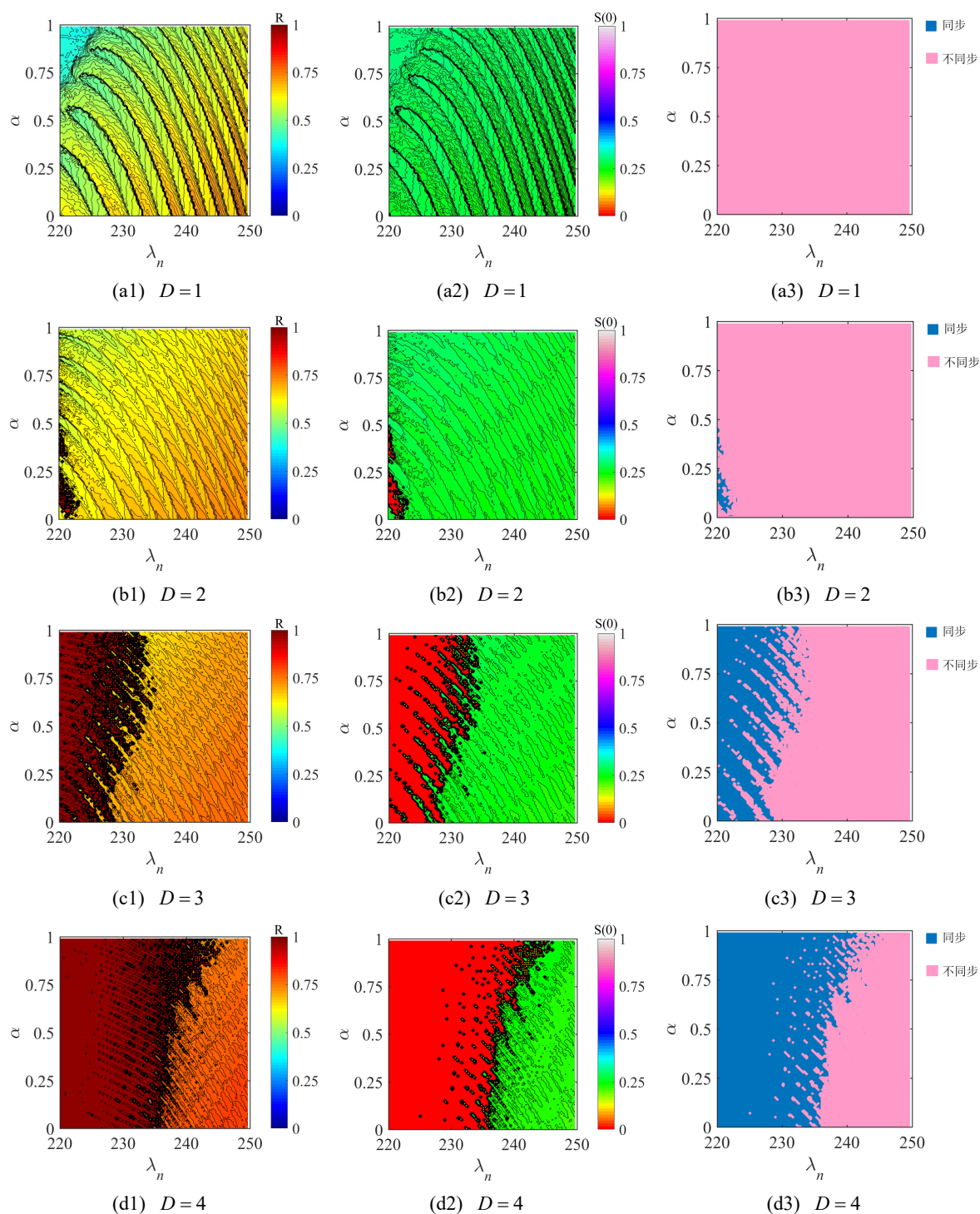


Figure 5. Dual-parameter synchronized cloud diagrams (1)

图 5. 双参同步云图(1)

同理, 以参数 λ_n 、忆阻参数 α 作为双调控参数, 数值计算出如图 6 所示的双参同步云图, 来揭示电耦合强度对系统同步参数域的调控规律。当 $D = 1$ 弱电耦合时, 整个 (λ_n, α) 参数域内神经元始终无法完全同步, 改变 λ_n 、 α 值不能诱导系统同步, 如图 6(a) 所示。当 $D = 2$ 时, R 云图仅在参数平面左下角极小范围出现红色区域, $S(0)$ 对应局部下降; 同步分区图 4(b3) 仅左下角零星出现少量蓝色同步斑点, 其余

大面积粉色。当 $D=3$ 时, R 云图、 $S(0)$ 云图红色区域从左侧大范围向右拓展; 同步分区图 6(c3) 蓝色同步区沿左侧大幅扩张, 小 λ_n 全 α 区间基本实现完全同步, 随 λ_n 增大同步逐步消失。继续增大耦合强度 D 值, 系统完全同步的参数范围从无到有、由左向右持续扩张, 绝大部分 (λ_n, α) 参数域内的值均可实现完全同步, 如图 6(d) 和图 6(e) 所示, 同步优先在 (λ_n, α) 参数域左下角生成, 故提升电耦合强度可有效拓宽神经元完全同步的参数区间。



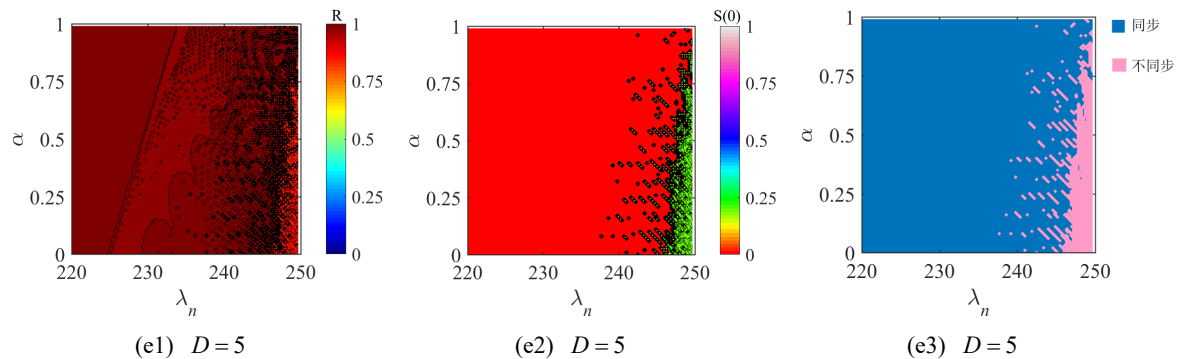


Figure 6. Dual-parameter synchronized cloud diagrams (2)

图 6. 双参同步云图(2)

4. 结论

本文围绕双忆阻 Chay 神经元电耦合系统, 通过数值仿真系统研究其在不同参数条件下的放电模式、分岔类型及同步转迁特性。首先, 构建的双忆阻 Chay 神经元耦合系统, 使用峰峰间期分岔图、相图和时间历程图研究系统在相图初值下的放电模式; 使用单(双)参同步图研究系统同步转迁演化过程。其次, 在基准参数条件下, 随着参数 g_{KV} 的逐步增大, 耦合系统呈现出丰富的分岔结构, 依次经历逆加周期分岔、边界激变分岔、吸引子合并激变以及逆倍周期分岔等多种典型分岔模式。最后, 在不同电耦合强度取值下研究在参数平面 (k_1, g_{KV}) 、 (λ_n, α) 上的同步转迁过程, 可以得出电耦合强度是影响系统能否进入完全同步状态的主要因素, 且随着电耦合强度值的增大, 完全同步状态在参数平面上所占的区域面积随之扩大, 说明较强的电耦合有利于系统实现全区域同步放电状态。因此, 对耦合系统分岔行为与同步状态的研究, 有助于揭示复杂神经网络中神经信息编码与传递过程的内在规律, 深化对神经元耦合机制的认识, 同时可为部分神经性疾病的病理分析与治疗策略优化提供理论依据。

基金项目

新疆理工职业大学校长基金项目(XGZDZK202535)。

参考文献

- [1] Hodgkin, A.L. and Huxley, A.F. (1952) A Quantitative Description of Membrane Current and Its Application to Conduction and Excitation in Nerve. *The Journal of Physiology*, **117**, 500-544. <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004764>
- [2] FitzHugh, R. (1961) Impulses and Physiological States in Theoretical Models of Nerve Membrane. *Biophysical Journal*, **1**, 445-466. [https://doi.org/10.1016/s0006-3495\(61\)86902-6](https://doi.org/10.1016/s0006-3495(61)86902-6)
- [3] Nagumo, J., Arimoto, S. and Yoshizawa, S. (1962) An Active Pulse Transmission Line Simulating Nerve Axon. *Proceedings of the IRE*, **50**, 2061-2070. <https://doi.org/10.1109/jrproc.1962.288235>
- [4] Morris, C. and Lecar, H. (1981) Voltage Oscillations in the Barnacle Giant Muscle Fiber. *Biophysical Journal*, **35**, 193-213. [https://doi.org/10.1016/s0006-3495\(81\)84782-0](https://doi.org/10.1016/s0006-3495(81)84782-0)
- [5] Hindmarsh, J.L. and Rose, R.M. (1982) A Model of the Nerve Impulse Using Two First-Order Differential Equations. *Nature*, **296**, 162-164. <https://doi.org/10.1038/296162a0>
- [6] Chay, T.R. (1985) Chaos in a Three-Variable Model of an Excitable Cell. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **16**, 233-242. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(85\)90060-0](https://doi.org/10.1016/0167-2789(85)90060-0)
- [7] Chua, L. (1971) Memristor-the Missing Circuit Element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, **18**, 507-519. <https://doi.org/10.1109/tct.1971.1083337>
- [8] Strukov, D.B., Snider, G.S., Stewart, D.R. and Williams, R.S. (2008) The Missing Memristor Found. *Nature*, **453**, 80-83. <https://doi.org/10.1038/nature06932>

-
- [9] 王梦蛟, 邓勇, 李志军, 等. 基于双曲正切忆阻器的 Duffing 系统中簇发、共存分析及其 DSP 实现[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(4): 818-826.
- [10] 张雨航, 张绍华, 王聪, 等. 外部激励作用下的多稳态忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路的动力学调控[J]. 物理学报, 2026, 75(22): 1-32.
- [11] 杨喆, 安新磊, 李盼, 等. 压电-忆阻神经元的动力学分析及同步控制[J/OL]. 复杂系统与复杂性科学, 1-8. <https://link.cnki.net/urlid/37.1402.N.20260320.1012.002>, 2026-03-20.
- [12] 高月月, 李新颖, 李宁. 电磁感应下 Chay 神经元的放电分岔特性与同步[J]. 山东大学学报(理学版), 2021, 56(1): 43-51, 59.
- [13] 马娟娟, 李新颖, 杨宗凯, 等. 磁感应下 Chay 神经元的簇发与同步转迁[J]. 中国医学物理学杂志, 2022, 39(4): 484-492.
- [14] 刘畅. 电磁下耦合 Chay 神经元模型的放电及同步[J]. 数学的实践与认识, 2024, 54(8): 248-256.
- [15] 何沛妍, 等. 电磁效应下耦合时滞神经元动力学分析[J]. 东北师大学报(自然科学版), 2023, 55(4): 96-104.
- [16] 邬开俊, 王春丽, 单亚州, 等. 噪声作用下的化学突触耦合神经元系统的同步[J]. 吉林大学学报(工学版), 2017, 47(5): 1554-1560.
- [17] Bao, H., Hu, A., Liu, W. and Bao, B. (2020) Hidden Bursting Firings and Bifurcation Mechanisms in Memristive Neuron Model with Threshold Electromagnetic Induction. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **31**, 502-511. <https://doi.org/10.1109/tnnls.2019.2905137>
- [18] 张洁, 高定强. 电磁与化学突触作用下 ML 神经元环状网络的分岔同步[J]. 甘肃科技纵横, 2022, 51(1): 26-29.