Advances in Applied Mathematics 应用数学进展, 2026, 15(11), 277-292
Published Online November 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2026.1511450

Hans汉斯

考虑分区风场与递减载重的车辆无人机协同配送优化

陶丽婷

重庆交通大学数学与统计学院，重庆

收稿日期：2026年10月21日；录用日期：2026年11月15日；发布日期：2026年11月24日

摘　要

针对末端配送中风场、载重变化与车机回收同步相互耦合的问题，研究已知静态分区风下的单车单机多客户协同配送，以系统配送完成时间最小化为目标，考虑逐次交付减载及道路非客户位置的行驶中回收，统一计算飞行、等待与回收能耗。建立基于可行同步操作的混合整数线性规划(MILP)模型，设计联合调整客户服务方式、架次结构和回收位置的自适应大邻域搜索算法。基于公开TSP-D坐标构造42个扩展实例，主体实验开展1128次求解。18个小规模实例的180次算法运行均达到对应MILP最优值；同预算下，联合修复相对内部顺序修复基线平均缩短完成时间0.67%。在6个预选实例上，多客户且可选行驶中回收模式相对单客户停车回收模式平均缩短完成时间26.88%，其中主要收益来自多客户配送；在多客户条件下，增加行驶中回收选择的边际改善为0.24%。

关键词

车辆无人机协同配送，分区风场，递减载重，自适应大邻域搜索

Truck and Drone Cooperative Delivery Optimization Considering Regional Winds and Decreasing Payloads

Liting Tao

School of Mathematics and Statistics, Chongqing Jiaotong University, Chongqing

Received: October 21, 2026; accepted: November 15, 2026; published: November 24, 2026

Abstract

This paper studies single-truck single-drone delivery under known static regional winds, allowing

文章引用: 陶丽婷. 考虑分区风场与递减载重的车辆无人机协同配送优化[J]. 应用数学进展, 2026, 15(11): 277-292.
DOI: 10.12677/aam.2026.1511450

multiple deliveries per sortie and recovery at truck stops or non-customer road locations while the truck is moving. A mixed-integer linear programming model based on feasible synchronization operations minimizes completion time, accounting for decreasing payload and energy use during flight, waiting, and recovery. A joint-repair adaptive large neighborhood search coordinates service modes, sortie structures, and recovery locations. Forty-two instances are derived from public TSP-D coordinates, with 1128 runs in the main experiments. All 180 heuristic runs on 18 small instances reach the corresponding MILP optimum. Under equal time budgets, joint repair reduces mean completion time by 0.67%, averaged over instances, relative to an internal sequential-repair baseline. On six preselected instances, the multi-customer mode with optional in-motion recovery reduces mean completion time by 26.88% relative to single-customer stop-and-recovery delivery. Most of this benefit comes from multi-customer sorties; under multi-customer delivery, allowing in-motion recovery yields an additional mean improvement of 0.24%.

Keywords

Truck and Drone Cooperative Delivery, Regional Winds, Decreasing Payload, Adaptive Large Neighborhood Search

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

车辆与无人机协同配送结合车辆的运载能力与无人机的机动性，可减少车辆绕行，但也增加了客户分配、路径安排和回收同步的复杂性。Murray 和 Chu [1]提出飞行伙伴旅行商问题，Agatz 等[2]结合动态规划与局部搜索求解带无人机的旅行商问题。邸振等[3]进一步梳理了协同配送的问题类型、约束条件及算法，指出相关研究正向多约束综合建模与混合算法求解发展。

针对多客户架次，Mara 等[4]采用自适应大邻域搜索求解，段浩浩等[5]在区域、载重与续航限制下设计混合蛙跳算法，Schaumann 等[6]提出先排序后划分方法。范厚明等[7]在协同取送货模型中考虑多客户访问及载重、速度对能耗的影响；Luo 等[8]根据飞行时间与变化载重评价多客户取送货架次能耗。朱烨娜等[9]则通过多臂赌博机自适应选择混合遗传算法的局部搜索算子。

在能耗与回收安排方面，崔林等[10]结合无人机能耗约束和释放点位置构建空地协同优化模型，Campuzano 等[11]考虑风场、包裹质量与速度选择，分析非对称飞行时间及能耗。Salama 和 Srinivas [12]允许卡车在非客户位置停靠并执行无人机起降，Gu 等[13]联合考虑车辆停靠点选择与原点往返、异点回收架次安排。Li 等[14]及李烨等[15]进一步研究卡车路径上的行驶中起降与同步优化。

上述研究为多客户配送、续航评价与灵活回收提供了基础。在多客户架次中，访问顺序同时改变载重与航向，分区风影响飞行时间和能耗，回收位置又决定末端路径及同步等待。因此，客户分配或架次结构调整后，需要同步评价能耗与回收可行性。

本文研究已知静态分区风下，考虑逐段减载与道路非客户位置行驶中回收的单车单机多客户协同配送问题。研究重点是将风载变化、架次结构与回收位置纳入同一同步操作评价，计入飞行、等待及进近捕获能耗，并在架次调整后同步更新回收安排。据此建立配送完成时间最小化的 MILP 模型，设计联合调整客户服务方式、架次结构和回收位置的 Joint-ALNS 算法，并基于扩展公开 TSP-D 实例开展精确对照与消融验证。

2. 模型构建

2.1. 问题描述与基本假设

一辆车与一架无人机从配送中心出发。车辆沿道路服务客户；无人机从配送中心或已完成车辆服务的客户停靠点起飞，单架次可服务多个客户，并在停靠点或道路非客户候选位置与行驶车辆同步回收。回收后可随车转移并再次起飞，全部客户服务完成且车机共同回仓时任务结束。

设客户集合为 $N=\{1,\cdots,n\}$，配送中心出发、返回节点分别为同址的 0 和 $d=n+1$，节点集合为 $V=\{0\}\cup N\cup\{d\}$。客户 i 的位置与包裹质量为 $\boldsymbol{p}_i$ 和 m_i，由车辆或无人机恰好服务一次。模型联合确定服务方式、车机路径、架次及回收安排，以最小化配送完成时间。

假设：(1) 客户、包裹、服务时间及分区风矢量已知，风在区内恒定且不随时间变化，客户无时间窗；(2) 一车一机，车辆容量充足且可服务全部客户，需求不可拆分，单架次客户数不另设上限；(3) 车辆按恒速沿预设道路行驶，服务时间另计，途经客户不视为服务；(4) 无人机仅在配送中心或已完成服务的车辆停靠点准备、起飞，每架次更换满电电池，不允许行驶中发射；(5) 巡航空速固定，客户处降落交付时关闭电机，额外同步等待仅在末端保持点发生；(6) 进近和捕获均位于同一直线道路段，车辆不停车、不转弯，捕获起点避开全部客户坐标；(7) 回收及相关车辆服务完成后方可发射下一架次，允许同点连续往返。行驶中回收仅描述给定道路、速度匹配和捕获耗时下的调度可行性，不涉及控制与回收装置设计。

2.2. 符号与同步操作

同步操作始于车机共同位于已服务停靠点，止于下一共同停靠点的服务与必要回收完成。先计算各操作的可行性和耗时，再连接为完整方案。符号见表 1。

Table 1. Main symbols and parameters
表 1. 主要符号与参数

符号	含义及单位
$N,V,0,d$	客户集合、节点集合、起始配送中心和终点配送中心
$Z,\boldsymbol{w}_z$	风区集合及风区 z 的风吹向矢量，单位 m/s
R_{ij}	车辆道路弧 (i,j) 上经几何和速度筛选的行驶中回收候选集合
Ω,Ω^{+}	全部可行同步操作集合及其中起终点不同的操作集合
i_o,j_o,C_o	操作 o 的起点、终点和本操作实际服务的客户集合
π_o^T,π_o^D	操作 o 内车辆访问序列和无人机客户服务序列
Ω_{ij}	起点为 i、终点为 j 的非自环操作集合
$\mathcal{A}$	存在非自环操作的有序端点对集合
$v^T,v^A,v^A_{\max}$	车辆地速、无人机巡航空速、末端允许的最大所需空速(m/s)
m_D,Q,B	无人机机体质量、最大载重、每架次可用电池能量(kg, kg, J)
s_i^T,s_i^D	车辆和无人机在客户 i 的地面服务时间(s)
$\lambda,t^{\uparrow},t^{\downarrow}$	发射准备、单次起飞和单次降落时间(s)
$v^{\uparrow},v^{\downarrow}$	起飞和降落的垂直速度绝对值(m/s)
δ^S,a^M,δ^M	停靠捕获、行驶中进近和行驶中捕获时间(s)
ε	进近与捕获区间到所在直线段端点的最小距离(m)

续表

t_{ij}^{T}, t_{ab}^{D}	车辆道路行驶时间、无人机点 a 到点 b 的巡航时间(s)
$P_c(m,v), P_v(m,v)$	给定总质量与空速的巡航功率、给定总质量与垂直速度的起降功率(W)
$t_o^{T}, \tau_o, \theta_o$	车辆操作行程时间、无人机至捕获开始的基准耗时、车辆至捕获开始的时间偏移
E_o^{0}, P_o^{H}, c_o	不含额外空中保持的架次能量、保持功率、操作最短可行耗时
$a_o, \ell_o, D_o, \rho_o, F_o$	操作开始、起飞、车辆出发、捕获开始与捕获完成时刻
h_o, γ_o	末端额外空中保持时间、起飞后车辆在发射点的等待时间
$x_o \in \{0,1\}$	若选择操作 o 则为 1，否则为 0
$y_i \in \{0,1\}$	若客户 i 作为非自环操作的连接停靠点则为 1，否则为 0
$f_{ij} \geq 0$	端点对 (i,j) 上用于保证连通性的虚拟单商品流量

表 1 的时间变量用于操作评价和时刻重建，最短可行耗时计入主模型系数 c_o。$y_i = 0$ 仅表示客户 i 不是操作连接点，仍可在操作内部得到服务。

2.3. 分区风下的飞行时间与递减载重能耗

车辆按预设道路行驶，有向道路弧按先水平后竖直的折线生成，累计路长及回收位置均沿该有向折线计算。对不同节点 i、j，其道路行驶时间为

$$t_{ij}^{T} = \frac{\left\| \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}_i \right\|_1}{v^{T}} \tag{1}$$

无人机沿空间点 a、b 之间的直线飞行。设航向单位向量为 $\boldsymbol{u}_{ab}$，风区 z 内风矢量的顺航向分量和侧向分量分别为 $w_{ab,z}^{\parallel} = \boldsymbol{w}_z^{\mathsf{T}} \boldsymbol{u}_{ab}$ 和 $\boldsymbol{w}_{ab,z}^{\perp} = \boldsymbol{w}_z - w_{ab,z}^{\parallel} \boldsymbol{u}_{ab}$。根据空速、地速与风速的向量关系，该风区内的沿航向地速

$$v_{ab,z}^{G} = w_{ab,z}^{\parallel} + \sqrt{\left(v^{A}\right)^2 - \left\| \boldsymbol{w}_{ab,z}^{\perp} \right\|_2^2} \tag{2}$$

航段可行要求 $\left\| \boldsymbol{w}_{ab,z}^{\perp} \right\|_2 < v^{A}$ 且 $v_{ab,z}^{G} > 0$。设航段在风区 z 内的长度为 $L_{ab,z}$，则跨区巡航时间为

$$t_{ab}^{D} = \sum\nolimits_{z \in Z: L_{ab,z} > 0} \frac{L_{ab,z}}{v_{ab,z}^{G}} \tag{3}$$

式(2)、(3)在风区边界处分段累加时间，体现顺逆风、侧风及往返飞行的不对称性。

操作 o 的无人机客户序列为 $\pi_o^{D} = (u_1, \cdots, u_k)$。$q_{o,r}$ 表示完成前 r 个客户交付后的剩余包裹质量，满足

$$\begin{aligned} &q_{o,0} = \sum\nolimits_{r=1}^{k} m_{u_r} \leq Q,\ q_{o,k} = 0, \\ &q_{o,r} = q_{o,r-1} - m_{u_r} \geq 0 \ \ (r = 1, \cdots, k). \end{aligned} \tag{4}$$

式(4)限制初始载重并逐次扣减包裹质量；飞往客户采用交付前载重，末段空载返回保持点。固定巡航空速下，载重仅通过功率影响能耗。

巡航与起降功率采用 Liu 型模型[7] [9]，分别表示为

$$P_c(m,v) = (c_1 + c_2)\left\{ \left[mg - c_5 \left(v \cos\alpha \right)^2 \right]^2 + \left(c_4 v^2 \right)^2 \right\}^{3/4} + c_4 v^3 \tag{5}$$

$$P_v(m,v)=k_1 mg\left[\frac{v}{2}+\sqrt{\left(\frac{v}{2}\right)^2+\frac{mg}{k_2^2}}\right]+c_2(mg)^{3/2} \tag{6}$$

其中，m 为机体与包裹总质量，g 为重力加速度，$v=v^{\uparrow}$、$v=-v^{\downarrow}$ 分别用于起飞、降落；系数为 $c_1=2.8037$、$c_2=0.3177$、$c_4=0.0296$、$c_5=0.0279$、$k_1=0.8554$、$k_2=0.3051$、$\alpha=10^{\circ}$、$g=9.8\,\mathrm{m/s^2}$，具体机型应用时需重新标定。

记 $\boldsymbol{b}_o^H$ 为末端保持点，停靠回收时取终点坐标，行驶中回收时取进近区间起点。令 $\boldsymbol{b}_0=\boldsymbol{p}_{i_o}$、$\boldsymbol{b}_r=\boldsymbol{p}_{u_r}$ $(r=1,\cdots,k)$、$\boldsymbol{b}_{k+1}=\boldsymbol{b}_o^H$，则巡航能量为

$$E_o^C=\sum_{r=0}^{k}P_c\left(m_D+q_{o,r},v^A\right)t^D_{\boldsymbol{b}_r\boldsymbol{b}_{r+1}}. \tag{7}$$

起飞与客户处重复起降的能量为

$$\begin{aligned}
E_o^{\uparrow}&=t^{\uparrow}P_v\left(m_D+q_{o,0},v^{\uparrow}\right)+\sum_{r=1}^{k}t^{\uparrow}P_v\left(m_D+q_{o,r},v^{\uparrow}\right),\\
E_o^{\downarrow}&=\sum_{r=1}^{k}t^{\downarrow}P_v\left(m_D+q_{o,r-1},-v^{\downarrow}\right),\\
E_o^{V}&=E_o^{\uparrow}+E_o^{\downarrow}.
\end{aligned} \tag{8}$$

停靠回收的末端能耗为 $E_o^R=\delta^S P_v\left(m_D,-v^{\downarrow}\right)$。行驶中回收时，设进近与捕获区间在第 l 个风区内的子段长为 L_l，车辆行驶方向为 $\boldsymbol{e}_l$，则无人机匹配车辆地速所需的空速及末端能耗满足

$$\begin{aligned}
v_l^R&=\left\|v^T\boldsymbol{e}_l-\boldsymbol{w}_{z(l)}\right\|_2\le v^A_{\max},\\
E_o^R&=\sum_l\frac{L_l}{v^T}P_c\left(m_D,v_l^R\right).
\end{aligned} \tag{9}$$

式(9)覆盖进近和捕获。基准能量为 $E_o^0=E_o^C+E_o^V+E_o^R$，保持功率 $P_o^H=P_c\left(m_D,\left\|\boldsymbol{w}_{z\left(\boldsymbol{b}_o^H\right)}\right\|_2\right)$ 按抵消当地风速所需空速计算，电池约束为

$$E_o^0+P_o^H h_o\le B,\ h_o\ge 0. \tag{10}$$

式(10)计入额外空中等待能耗。客户地面服务关闭电机，时间计入架次；满电换电使各架次能量约束独立。

2.4. 回收位置与车机同步

车辆操作序列为 $\pi_o^T=(v_0,\cdots,v_m)$，其中 $v_0=i_o$、$v_m=j_o$。行程时间含道路行驶和沿途服务，不重复计算已完成的起点服务：

$$t_o^T=\sum_{r=1}^{m}\left(t^T_{v_{r-1}v_r}+s^T_{v_r}\right),\ s_d^T=0. \tag{11}$$

车辆原地等待无人机往返时，$m=0$、$i_o=j_o$、$t_o^T=0$，形成自环。从起飞至捕获开始的基准耗时不含准备、额外等待和捕获：

$$\tau_o=t^{\uparrow}+\sum_{r=0}^{k}t^D_{\boldsymbol{b}_r\boldsymbol{b}_{r+1}}+\sum_{r=1}^{k}\left(t^{\downarrow}+s^D_{u_r}+t^{\uparrow}\right)+a_o^R, \tag{12}$$

停靠、行驶中回收分别取 $a_o^R=0$、$a_o^R=a^M$。以 a_o 为操作开始时刻，有

$$\begin{aligned}
&\ell_o=a_o+\lambda,\ D_o=\ell_o+\gamma_o,\\
&\rho_o=\ell_o+\tau_o+h_o,\ F_o=\rho_o+\delta_o,\\
&\gamma_o\ge 0,\ h_o\ge 0.
\end{aligned} \tag{13}$$

停靠回收须在车辆到达终点并完成服务后捕获。静态风、无时间窗下，最早可行时刻满足

$$\rho_o \ge D_o + t_o^T,\ \delta_o = \delta^S. \tag{14}$$

$$\gamma_o = 0,\ h_o = \left(t_o^T - \tau_o\right)^+,\ c_o = \lambda + \max\left\{t_o^T, \tau_o\right\} + \delta^S. \tag{15}$$

其中 $(x)^+ = \max\{0, x\}$。无人机早到则在保持点等待并耗电，车辆早到则停车等待；式(15)求得的 h_o 还须满足式(10)。

行驶中回收仅枚举操作最后一条道路弧 (p, j_o) 的候选位置；更早回收可在相应弧终点切分操作，随后随车行驶。候选捕获起点累计路长为 ξ_r，所在直线段范围为 $\left[L_r^-, L_r^+\right]$，要求

$$\xi_r - v^T a^M \ge L_r^- + \varepsilon,\ \xi_r + v^T \delta^M \le L_r^+ - \varepsilon. \tag{16}$$

式(16)保证进近、捕获处于同一直线段。每条道路弧沿累计路长等分生成 K 个内部候选，第 k 个候选位于累计路长的 $k/(K+1)$ 处，$k = 1, \cdots, K$；剔除与客户坐标重合、区间不足或违反式(9)空速限制的位置。主体实验取 K=3，对应 1/4、1/2、3/4 位置，候选密度的补充验证见附录表 S2。

车辆从操作起点至候选捕获起点的时间偏移 θ_o 满足

$$\begin{aligned} &\theta_o = t_o^T - t_{pj_o}^T - s_{j_o}^T + \frac{\xi_r}{v^T}, \\ &\rho_o = D_o + \theta_o,\ F_o \le D_o + t_o^T. \end{aligned} \tag{17}$$

式(17)保证车机同位同时开始捕获，且在操作结束前完成。捕获期间行驶已计入车辆行程，最短等待与操作耗时为

$$\begin{aligned} &h_o = \left(\theta_o - \tau_o\right)^+,\ \gamma_o = \left(\tau_o - \theta_o\right)^+, \\ &c_o = \lambda + t_o^T + \gamma_o. \end{aligned} \tag{18}$$

无人机早到时在进近起点保持等待；晚到时，车辆在无人机起飞后于发射点等待，再按恒速同步捕获。仅将满足飞行、载重、道路和电池约束的操作纳入可行集合。

纯车辆操作仅连接相邻停靠点，耗时为 $c_o = t_{i_o j_o}^T + s_{j_o}^T$。非自环的 C_o 包含内部车辆客户、终点及无人机客户而不含起点；自环的 C_o 仅含无人机客户。各序列无重复客户，车机服务集合互斥，据此与式(2)至式(18)定义可行操作集合 Ω。

2.5. 目标函数与路径连接约束

各操作在车机共同停靠状态下依次连接，同点往返自环在车辆离开前执行。配送完成时间为选中操作耗时之和：

$$\min T = \sum_{o \in \Omega} c_o x_o. \tag{19}$$

操作耗时已包含准备、服务、同步等待与回收，并按同步关系处理并行作业；能量用于判定操作可行性。

令 $\Omega^+ = \{o \in \Omega : i_o \ne j_o\}$，$\Omega_{ij} = \left\{o \in \Omega^+ : i_o = i, j_o = j\right\}$，$\mathcal{A} = \left\{(i, j) : \Omega_{ij} \ne \varnothing\right\}$。主模型的约束如下。

$$\sum_{o \in \Omega : i \in C_o} x_o = 1,\ i \in N. \tag{20}$$

$$\sum_{o \in \Omega^+ : i_o = 0} x_o = 1,\ \sum_{o \in \Omega^+ : j_o = d} x_o = 1. \tag{21}$$

$$\sum_{o \in \Omega^+ : j_o = i} x_o = y_i,\ \sum_{o \in \Omega^+ : i_o = i} x_o = y_i,\ i \in N. \tag{22}$$

$$\sum_{o\in\Omega:i_o=j_o=i} x_o \le n y_i,\ i\in N. \tag{23}$$

$$0\le f_{ij}\le (n+1)\sum_{o\in\Omega_{ij}} x_o,\ (i,j)\in\mathcal{A}. \tag{24}$$

$$\sum_{j:(0,j)\in\mathcal{A}} f_{0j} = 1+\sum_{i\in N} y_i. \tag{25}$$

$$\sum_{j:(j,i)\in\mathcal{A}} f_{ji} - \sum_{j:(i,j)\in\mathcal{A}} f_{ij} = y_i,\ i\in N. \tag{26}$$

$$\sum_{i:(i,d)\in\mathcal{A}} f_{id} = 1. \tag{27}$$

$$\begin{aligned} &x_o\in\{0,1\}\ (o\in\Omega),\ y_i\in\{0,1\}\ (i\in N),\\ &f_{ij}\ge 0\ ((i,j)\in\mathcal{A}). \end{aligned} \tag{28}$$

式(20)保证客户唯一覆盖且不重复计算起点，式(21)规定配送中心出发与返回。式(22)要求连接客户的非自环入、出操作各一次，其他客户在操作内部服务；式(23)将客户自环依附于实际访问的连接点，起始配送中心除外。式(24)绑定单商品流与选中操作，式(25)至式(27)保证流量供需并消除断开子环，式(28)规定变量取值。

非线性风载与功率关系在操作生成时计算，主模型采用固定耗时与覆盖系数，仍为 MILP。静态风、无时间窗和满电换电条件下，耗时不依赖绝对起始时刻，同起终点、同覆盖集合仅保留最短耗时操作。小规模完整枚举允许顺序和回收候选，最优性限于给定道路及有限候选集合。

3. 算法设计

3.1. 编码与同步操作解码

第 2 节操作枚举的计算量随客户数迅速增长。本文基于 ALNS 框架设计 Joint-ALNS，以客户排列扰动和同步操作解码搜索方案，局部调整客户与架次时同步重选回收位置。客户编码为无重复排列 $\pi=(\pi_1,\cdots,\pi_n)$，服务方式由解码确定。

解码按连续客户段划分操作：前缀由无人机服务，后缀由车辆服务，后缀末节点为终点；仅含无人机客户时形成原地往返自环。纯车辆操作单独处理，配送中心可作为协同终点或由末段纯车辆行程连接。

初始排列由最近邻法及确定性 2-opt 构造，两算法使用相同排列，先保存纯车辆可行解再解码；初始化或评价超时均返回已保存的最好完整方案。标签 $L_{p,i}$ 为前 p 名客户已纳入方案、车机同处已服务点 i 时的最小累计停靠模式耗时，初始为 $L_{0,0}=0$。转移包括车辆服务下一客户、无人机服务连续前缀后原地回收，以及无人机服务前缀、车辆并行服务后缀并在后缀终点回收。

$$L_{p',j}\leftarrow \min\left\{L_{p',j}, L_{p,i}+c_o^S\right\},\ o\in\mathcal{E}(p,i;\pi). \tag{29}$$

其中，$\mathcal{E}(p,i;\pi)$、c_o^S 为停靠回收操作集合及耗时，p'、j 为转移后的已处理客户数与停靠点。同一状态 (p,i) 仅留最小耗时标签，每个 p 扩展最优的 β 个不同停靠点标签，取 $\beta=2$，关键算法参数敏感性检验见附录表 S1。除回仓外，每次至少处理一名客户，按客户数递增扩展。

无人机前缀扩展至累计质量超过载重上限为止，不另限客户数；束宽剪枝不保证固定排列下的最优划分。固定初步划分的车机路径与顺序，在终点停靠和末弧行驶中回收候选中，选最短可行耗时，等时优先低能耗者；固定原方案结构后的回收点复核见附录表 S3：

$$r_o^*\in\arg\min_{r\in\mathcal{R}_o^{\text{feas}}} c_o(r). \tag{30}$$

$\mathcal{R}_o^{\text{feas}}$ 为满足道路、末端空速、同步及电池约束的回收集合。按第 2 节分区积分与逐次减载评价飞行

及全程能耗，再由式(15)或式(18)计算等待与操作耗时。

两算法每轮均重选回收位置并保留原停靠选项，故固定操作结构下耗时不增；初始划分仍受停靠成本引导，可能遗漏更优客户组合。

3.2. 破坏与插入修复

每轮按 $k \sim \mathrm{Unif}\{2,\cdots,k_{\max}\}, k_{\max}=\min\{n,\max\{3,\lceil 0.18n\rceil\}\}$ 确定移除客户数。设置随机移除、距离相关移除和最差贡献移除三种破坏算子，分别随机选择客户、优先选择与种子客户接近的客户，以及移除对车辆路径距离贡献较大的客户。距离相关移除将客户距离乘以独立随机系数 U [0.7, 1.3]进行评分。

保持未移除客户的相对顺序，采用最便宜插入、Regret-2 插入或扰动插入恢复完整排列。距离增量为 $\Delta(j;a,b)=d^T_{aj}+d^T_{jb}-d^T_{ab}$；Regret-2 以最优和次优插入位置的增量差确定优先级，优先插入替代位置较差的客户；扰动插入将距离增量乘以 U [0.65, 1.35]随机系数。距离增量用于构造候选排列，接受评价仍以完整车机方案的配送完成时间为准。插入完成后，以 0.5 的概率追加子序列反转或两客户交换，两种动作等概率选择。若候选排列曾在历史记录中出现，也触发上述扰动。历史记录用于触发扰动，重复方案仍可再次评价。

3.3. 客户与回收决策的联合修复

客户转移与架次合并会改变飞行及能量状态。联合修复在结构调整后立即重选回收位置，并按分区风与逐段载重重算时间、能耗和同步等待，动作见表 2。

Table 2. Joint local repair action
表 2. 联合局部修复动作

范围	动作	可行性与重选规则
操作内	无人机客户交换	交换任意两个无人机客户的顺序，重新计算载重、能量与回收
操作内	车辆客户转无人机	仅移动车辆内部客户，终点不变；遍历无人机插入位置
操作内	无人机客户转车辆	车辆路径非空且移出后无人机仍有客户；插入终点之前
相邻操作	操作合并	拼接车辆路径和无人机客户块；两操作均含无人机时另比较客户块交换
相邻操作	取消中间发射停靠	移除合并后不再需要的中间停靠客户，将其插入无人机序列
相邻操作	无人机客户转移	双向转移并遍历目标架次插入位置，来源架次至少保留一名客户

先扫描操作内交换与服务方式转换，保留最大严格改进，再依次检查相邻操作合并、取消中间停靠及客户转移。合并后检查新邻接，否则向后扫描。受影响集合 A 替换为 A'时，仅接受满足全部约束且符合下式的候选：

$$\sum_{o\in A'} c_o < \sum_{o\in A} c_o - \epsilon_L,\ \epsilon_L = 10^{-8}. \tag{31}$$

未受影响的连接点与覆盖保持不变；取消停靠客户仍须服务，跨架次转移后重算双方回收和能耗。局部修复按序扫描一次，不穷尽全部邻域。

3.4. 自适应选择与算法流程

破坏与插入算子权重初值为 1，按 $P(h)=\dfrac{\omega_h}{\sum_{j=1}^{3}\omega_j}$ 独立选择。候选成为全局最好、改善当前、其他接受或拒绝时，奖励分别为 8、3、1、0。每 25 轮按下式更新，A、U 为累计奖励和使用次数，学习率 0.2，

更新后清空周期统计。

$$\omega_h \leftarrow (1-\eta)\omega_h + \eta \max\left\{0.1, \frac{A_h}{\max\{1, U_h\}}\right\},\ \eta = 0.2. \tag{32}$$

设已运行时间 t_{run}、总预算 T_{lim}，令 $\phi_t = \min\{1, t_{\text{run}}/T_{\text{lim}}\}$，在更新全局最好解前按已有最好完成时间 F_{best} 计算温度：

$$\Theta_t = \max\left\{10^{-3}, 0.025F_{\text{best}}(1-\phi_t)^2\right\}. \tag{33}$$

对当前解 S 与新候选 S'，接受概率为

$$P_{\text{acc}} = \min\left\{1, \exp\left(\frac{F(S)-F(S')}{\Theta_t}\right)\right\}. \tag{34}$$

改善及等值解直接接受，劣解按式(34)接受，最好方案独立保存。每轮以 0.12 概率从最好解的生成排列出发，否则使用当前接受排列；修复后的操作序列与生成排列分别保存，后续扰动仍作用于生成排列。关键参数的补充敏感性检验见附录，主体对照实验仍采用原先固定的参数配置。

4. 数值验证

4.1. 算例与实验设置

坐标来自公开 TSP-D 实例库[2] [16]，每类均匀、单中心和双中心布局各取 6 个 n100 父文件。节点数含仓库，本文客户数不含仓库；各父文件平移、等比缩放至最大跨度 1500 m 后按固定种子抽样。包裹、分区风、道路及设备参数为合成扩展，不沿用原最优值。42 个实例包括 6 个校准例、18 个 4~6 客户精确对照例及 18 个 20 或 50 客户主例，三组父文件互斥；同父文件的 20 与 50 客户嵌套抽样。各布局第 1 个父文件用于校准，第 2 至 4 个用于主实验，第 5 至 6 个用于精确验证，测试不参与校准。参数见表 3。

Table 3. Experimental parameters
表 3. 实验参数

项目	取值
车辆速度与客户服务	6 m/s；30 s
无人机巡航与末端空速	固定巡航空速 14 m/s；末端最大所需空速 20 m/s
机体质量与最大载重	1.5 kg；3 kg
包裹质量	U [0.2, 1.5] kg，交付后逐次减载
电池能量	名义 150 kJ，每架次可用 120 kJ，发射前满电换电
发射准备	12 s
起飞与降落	每次各 4 s，垂直速度分别为 3 m/s 和 2 m/s
无人机客户地面服务	15 s，交付阶段关闭电机
停靠回收	4 s
行驶中进近与捕获	2 s 与 4 s，进近和捕获均匹配车辆地速
候选捕获开始位置	道路弧累计长度的 1/4、1/2、3/4
捕获几何条件	进近与捕获在同一直线段内，端点余量 1 m，捕获起点避开所有客户坐标
分区风场	按 x = 750 m 和 y = 750 m 分为四区；西南、东南、西北、东北基准风速为 3、6、4、7 m/s。基础风吹向角为 0˚、130˚、285˚、220˚，从正东逆时针计，并按父实例整体旋转。

环境为 Linuxx86_64、Python3.12.14，MILP 用 Gurobi13.0.3，连续调度核验用 SciPy/HiGHS。8 进程分别绑定 CPU，Gurobi、BLAS 单线程。MILP 求解限时 600 s，枚举与建模另计；ALNS 预算为小规模 3 s、20 客户 6 s 和 50 客户 12 s。随机实验种子 0 至 9、重复 10 次，敏感性用 0 至 4，校准用 100、101。除校准外共 1128 次求解：MILP18 次、小规模 ALNS180 次、主算法 360 次、受限模式 180 次、物理近似 120 次、敏感性 270 次。复用基准不重复计数，坐标、实例、输出及配置随代码提供。

配送完成时间与计算耗时均以秒计，随机结果报告均值及样本标准差。小规模 Gap 为相对 MILP 最优值的百分比差距；J、S 分别为联合与顺序修复，实例改善率为

$$G_i = 100\frac{\bar{T}_i^S - \bar{T}_i^J}{\bar{T}_i^S}. \tag{35}$$

总体取实例改善率均值。18 个主例来自 9 个独立父文件，先平均同父 20 与 50 客户改善率，再做双侧 Wilcoxon 检验。95%区间按父文件 Bootstrap 重抽样 10,000 次，种子 20261016；算法重复不计为新增独立样本。

4.2. 小规模精确对照

18 个小例完整枚举操作与回收候选并压缩后由 Gurobi 求解，Joint-ALNS 各运行 10 次，结果见表 4。U、S、D 为均匀、单中心、双中心布局，数字为客户数及重复编号。

Table 4. Results of small-scale MILP and Joint-ALNS
表 4. 小规模 MILP 与 Joint-ALNS 结果

实例	MILP 最优/s	ALNS 均值/s	平均 Gap/%	MILP 总耗时/s	变量数
D4-1	208.98	208.98	0.000	0.040	192
D4-2	219.55	219.55	0.000	0.052	192
S4-1	190.82	190.82	0.000	0.029	191
S4-2	208.98	208.98	0.000	0.038	192
U4-1	429.36	429.36	0.000	0.073	186
U4-2	345.66	345.66	0.000	0.042	189
D5-1	212.98	212.98	0.000	0.144	489
D5-2	246.02	246.02	0.000	0.167	489
S5-1	207.41	207.41	0.000	0.159	480
S5-2	220.54	220.54	0.000	0.210	486
U5-1	501.79	501.79	0.000	0.139	461
U5-2	534.55	534.55	0.000	0.214	460
D6-1	273.43	273.43	0.000	0.918	1215
D6-2	276.04	276.04	0.000	0.949	1213
S6-1	237.73	237.73	0.000	1.042	1182
S6-2	232.17	232.17	0.000	0.790	1191
U6-1	562.42	562.42	0.000	0.567	1118
U6-2	578.70	578.70	0.000	0.646	1112

18 个实例均获得 Gurobi 最优性证明，180 次 ALNS 运行均在数值容差内达到对应最优值。MILP 的枚举、建模和求解总耗时为 6.22 s，单例最大耗时 1.04 s，均低于 ALNS 单次 3 s 的运行预算。因此，当前小规模实验支持 ALNS 的解质量及模型评价一致性。

4.3. 联合修复模块验证

在 18 个主实例上，以相同运行时间预算开展内部消融实验。两种算法采用相同的初始排列、破坏与插入算子、权重更新、接受准则和完整物理评价，并在每轮重选回收位置；Joint-ALNS 增加联合局部修复。全部实例结果见表 5。

Table 5. Delivery completion time and improvement rate of primary instance
表 5. 主实例的配送完成时间与改善率

实例	顺序修复 均值 ± 标准差/s	联合修复 均值 ± 标准差/s	改善率/%
D20-1	579.37 ± 5.63	573.40 ± 5.59	+1.03
D20-2	694.70 ± 3.75	686.30 ± 16.32	+1.21
D20-3	680.49 ± 7.02	671.79 ± 6.03	+1.28
S20-1	691.72 ± 18.63	680.44 ± 11.09	+1.63
S20-2	801.10 ± 2.57	797.74 ± 3.57	+0.42
S20-3	596.38 ± 10.41	589.93 ± 10.98	+1.08
U20-1	1052.02 ± 6.35	1056.79 ± 10.75	−0.45
U20-2	977.22 ± 9.05	969.56 ± 15.57	+0.78
U20-3	934.16 ± 41.08	935.25 ± 28.31	−0.12
D50-1	1216.93 ± 21.24	1210.60 ± 18.09	+0.52
D50-2	1328.62 ± 12.09	1312.98 ± 16.13	+1.18
D50-3	1423.49 ± 14.31	1402.65 ± 28.47	+1.46
S50-1	1456.83 ± 16.85	1442.58 ± 14.19	+0.98
S50-2	1446.71 ± 12.26	1440.91 ± 10.84	+0.40
S50-3	1335.55 ± 26.98	1332.12 ± 22.34	+0.26
U50-1	1823.05 ± 25.82	1826.28 ± 21.40	−0.18
U50-2	1804.71 ± 15.95	1815.25 ± 36.62	−0.58
U50-3	1819.33 ± 38.08	1796.71 ± 27.85	+1.24

联合修复对比顺序修复：胜 14、平 0、负 4，平均提升 0.67%，中位 0.88%；20、50 客户算例分别提升 0.76%、0.59%。基于 9 个独立父算例双侧 Wilcoxon 检验，$p = 0.0117$，95% Bootstrap 置信区间 $[0.32\%, 1.01\%]$。该策略增益偏低，存在负收益算例且部分标准差高，效果稳定性随算例波动。

20 客户算例中，顺序、联合修复平均搜索耗时为 6.025 s、6.032 s；50 客户为 12.009 s、12.016 s。联合修复额外增加计算，同等预算下迭代更少。图 1 以相同初始车辆方案归一化最优轨迹，按规模对 90 条轨迹取平均，二者曲线相近，收敛速度无明显差异。

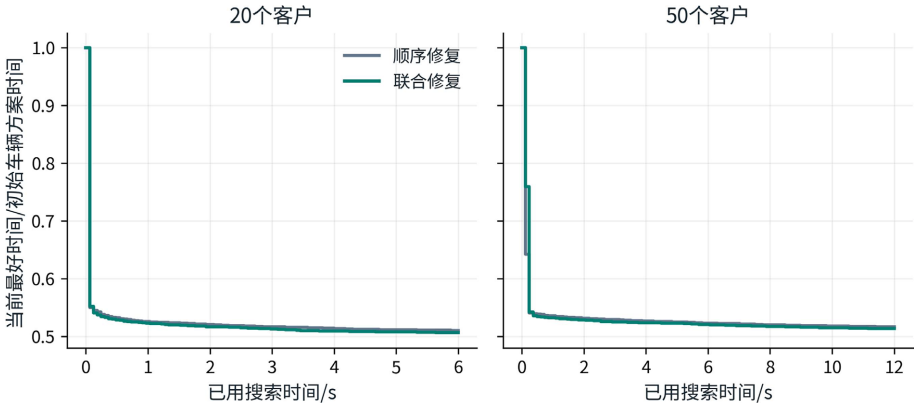

Figure 1. Target value convergence curve under identical time budget
图 1. 相同时间预算下的目标值收敛曲线

4.4. 多客户配送与行驶中回收机制验证

预先选取各布局和客户规模的第 1 个实例，共 6 例，比较四种配送模式。A 为单客户与停车回收，B 为多客户与停车回收，C 为单客户且可选行驶中回收，D 为多客户且可选行驶中回收，其中 C、D 均保留停车回收选项。各模式采用完整风载模型和相同 Joint-ALNS 运行预算，每例重复 10 次，D 模式复用主实验结果，如表 6 所示。

Table 6. Average completion time under different delivery modes
表 6. 不同配送模式的平均完成时间

实例	A 单客停车	B 多客停车	C 单客可运动	D 多客可运动
D20-1	788.14	575.56	777.79	573.40
D50-1	1671.91	1211.31	1675.01	1210.60
S20-1	936.84	685.33	933.34	680.44
S50-1	2094.70	1441.41	2072.36	1442.58
U20-1	1373.06	1066.55	1354.98	1056.79
U50-1	2431.08	1816.63	2406.09	1826.28

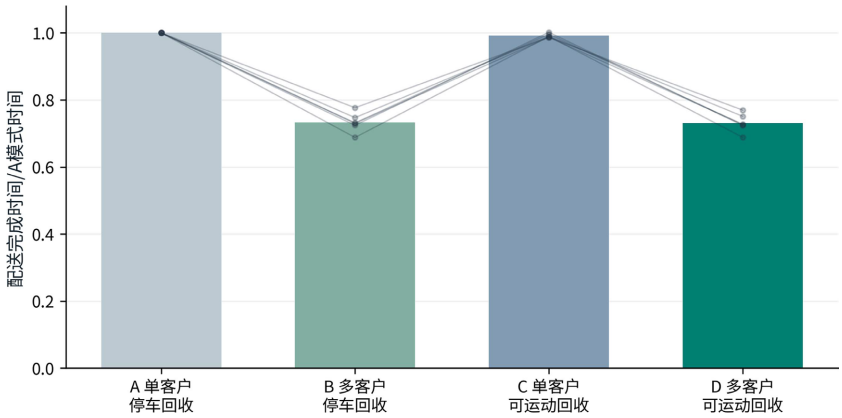

Figure 2. Completion time of four modes relative to single-customer parking recovery
图 2. 四种模式相对单客户停车回收的完成时间

按实例计算再平均，A 至 B、C 至 D 改善 26.69%、26.27%，A 至 C、B 至 D 改善 0.82%、0.24%，D 相对 A 改善 26.88%，主要收益来自多客户。S50-1、U50-1 的 B 略优于 D，说明增加回收选择未必改善有限预算结果。图 2 细线为单例比值。支持行驶中回收的模式兼容停车回收，理论最优解不会劣化；表 6 中少数反转是有限预算启发式求解导致。由式(18)，固定架次与车辆路径，若回收点无需车辆额外等待，耗时等于准备与行程时间之和，调整位置无法继续压缩该操作耗时。回收位置优化的收益来自减少等待、保障能量可行或优化架次方案。

4.5. 风与递减载重建模验证

同一 6 例分别进行忽略风、巡航恒初始载重规划，各 10 次；恒载仅固定巡航包裹质量，其余能量项不变。固定客户分配、顺序、道路及回收位置，以完整风场和逐段减载复核，仅调整连续同步时刻；时间比较限于同例同种子且双方可行的配对，如表 7 所示。

恒载与无风通过复核的结果为 60/60、58/60，完整方法配对平均改善 0.57%、2.42%。表 7 两行样本不同，改善率先配对计算再平均，非两列均值直接相除。两次无风失效架次在计入额外等待前已耗能 123.96、121.95 kJ，超过 120 kJ 预算。固定 180 条 Joint-ALNS 方案，恒初始载重核算相对逐段减载平均高估能耗 43.91%，77 条含被恒载估计排除而在完整模型下可行的架次。该比例为同路线模型内估计差异，并非实测节能；重新优化的时间收益为 0.57%。

Table 7. Verification of approximate planning under physical model
表 7. 近似规划在物理模型下的复核

近似规划	可行/总数	可行率/%	近似方案 T/s	完整方案 T/s	配对改善/%
巡航恒初始载重	60/60	100.0	1136.55	1131.68	0.57
忽略风	58/60	96.7	1172.55	1149.03	2.42

4.6. 参数敏感性分析

对同一 6 个实例各使用 5 个随机种子，分别改变风速倍率 0、0.5、1、1.5，包裹质量倍率 0.5、1、1.5，每弧候选数 1、3、7，以及行驶中捕获时长倍率 0.5、1、2。各参数基准分别为 1、1、3、1，基准结果复用主实验。风速缩放时保持风向不变，捕获时长变化后重新计算道路区间及能耗。先求各实例在不同情景下的均值与自身基准均值之比，再对 6 例取平均。

图 3 表明风速 1.5 倍时完成时间增加 2.81%；质量 0.5、1.5 倍时分别减少 11.32%、增加 11.24%，包裹重量影响较大。风与航向共同作用使风速曲线非单调。候选数 3 变为 1、7 时，时间变化−0.08%、+0.11%；捕获时长减半、加倍时为−0.19%、−0.15%。两参数影响较小，未显示明确平均收益，扩展理论可行域也未直接改善有限预算结果。更密候选与算法参数的补充检验见附录。结果仅支持当前实例下的有限平均收益，不能证明 3 点离散已接近连续最优，也不能排除其他场景中的更大收益。

5. 结论

本文建立静态分区风与递减载重下的车机协同配送模型，并采用 Joint-ALNS 开展调度机制分析，主要结论如下。

(1) 18 个小规模实例的 180 次算法运行均达到对应离散 MILP 模型的最优值。相同时间预算下，联合修复相对内部顺序修复基线平均改善 0.67%，18 个主实例中 14 个实例的均值更优，收益有实例依赖性。

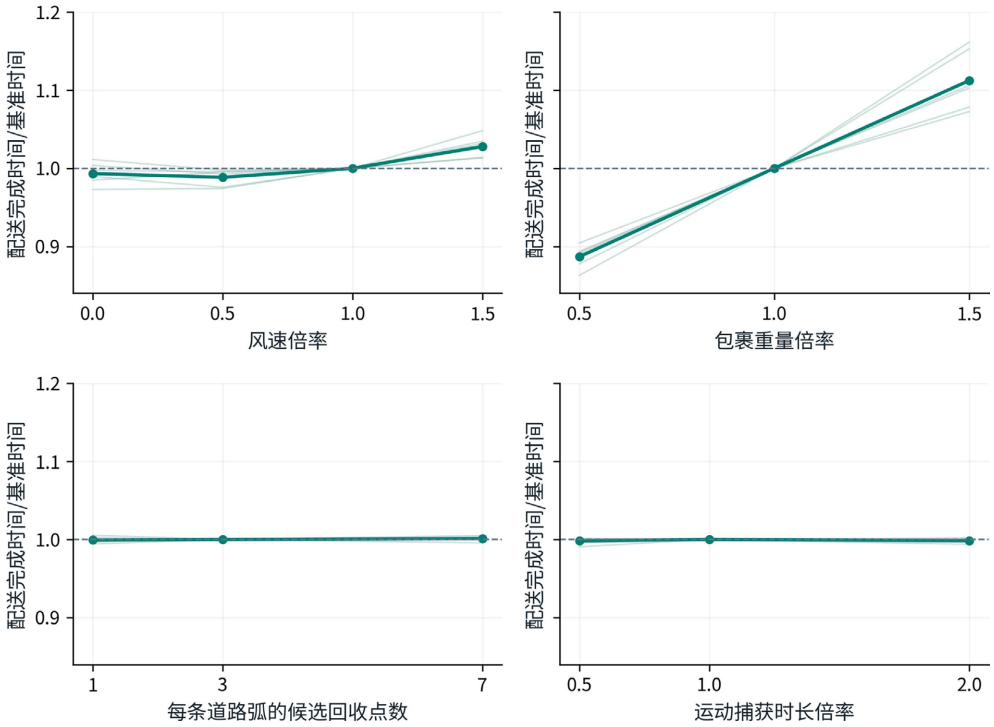

Figure 3. Sensitivity analysis of wind speed, load weight candidate density and capture duration
图 3. 风速、载重、候选密度与捕获时长的敏感性分析

(2) 6 个预选实例中，完整模式相对单客户停车回收平均改善 26.88%，主要收益来自多客户配送；多客户条件下新增行驶中回收的边际改善为 0.24%，其收益取决于同步等待与电池余量。

(3) 忽略风的 60 次规划中，有 2 次在完整模型下出现能量超限；固定路线时，恒定初始载重核算平均高估能耗 43.91%，该值为模型内核算差异。

研究基于单车单机、恒速、静态已知风、无时间窗和满电换电假设；有限候选与停车成本引导的初始解码可能遗漏部分回收机会。能耗、三维飞行与捕获参数尚未实机标定，合成算例及附录测试不能证明默认参数最优或算法收益具有跨场景稳定性。后续应结合时变风、连续电量、真实路网和机型标定开展验证，并补充外部算法对照。

参考文献

[1] Murray, C.C. and Chu, A.G. (2015) The Flying Sidekick Traveling Salesman Problem: Optimization of Drone-Assisted Parcel Delivery. *Transportation Research Part C*: *Emerging Technologies*, **54**, 86-109. https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.03.005

[2] Agatz, N., Bouman, P. and Schmidt, M. (2018) Optimization Approaches for the Traveling Salesman Problem with Drone. *Transportation Science*, **52**, 965-981. https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0791

[3] 邸振, 黎晓芬, 石俊刚. 无人机与卡车协同配送的多维度研究综述[J]. 交通运输研究, 2025, 11(6): 165-180.

[4] Windras Mara, S.T., Rifai, A.P. and Sopha, B.M. (2022) An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Flying Sidekick Traveling Salesman Problem with Multiple Drops. *Expert Systems with Applications*, **205**, Article 117647. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117647

[5] 段浩浩, 李晓玲, 路庆昌, 等. 混合蛙跳算法求解车辆无人机协同配送问题[J]. 浙江大学学报(工学版), 2024, 58(11): 2258-2269.

[6] Schaumann, S.K., Kundu, A., Pina-Pardo, J.C., Winkenbach, M., Gatica, R.A., Wagner, S.M., *et al*. (2025) The Flying Sidekick Traveling Salesman Problem with Multiple Drops: An Effective Heuristic Approach. *Computers & Industrial*

Engineering, **210**, Article 111523. https://doi.org/10.1016/j.cie.2025.111523

[7] 范厚明, 甘兰, 陈天磊, 等. 时变路网及区域限时禁飞下车辆-无人机同时取送货路径问题[J]. 系统管理学报, 2025, 34(1): 50-67.

[8] Luo, Z., Gu, R., Poon, M., Liu, Z. and Lim, A. (2022) A Last-Mile Drone-Assisted One-to-One Pickup and Delivery Problem with Multi-Visit Drone Trips. *Computers & Operations Research*, **148**, Article 106015. https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.106015

[9] 朱烨娜, 刘敏, 赵肄江, 等. 基于多臂赌博机遗传算法的无人机与卡车协同配送[J]. 计算机科学与探索, 2025, 19(8): 2261-2272.

[10] 崔林, 常迈, 周建山, 等. 面向低空快递配送的空地协同路径优化研究[J]. 无人系统技术, 2024, 7(3): 40-53.

[11] Campuzano, G., Lalla-Ruiz, E. and Mes, M. (2023) The Drone-Assisted Variable Speed Asymmetric Traveling Salesman Problem. *Computers & Industrial Engineering*, **176**, Article 109003. https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109003

[12] Salama, M.R. and Srinivas, S. (2022) Collaborative Truck Multi-Drone Routing and Scheduling Problem: Package Delivery with Flexible Launch and Recovery Sites. *Transportation Research Part E*: *Logistics and Transportation Review*, **164**, Article 102788. https://doi.org/10.1016/j.tre.2022.102788

[13] Gu, Q., Fan, T. and Han, W. (2024) Optimization of Hybrid Delivery by Vehicle and Drones. *Electronic Commerce Research and Applications*, **66**, Article 101411. https://doi.org/10.1016/j.elerap.2024.101411

[14] Li, H., Chen, J., Wang, F. and Zhao, Y. (2022) Truck and Drone Routing Problem with Synchronization on Arcs. *Naval Research Logistics* (*NRL*), **69**, 884-901. https://doi.org/10.1002/nav.22053

[15] 李烨, 罗歆蕊, 殷旭日, 等. 考虑动态同步的卡车-无人机协同配送路径优化[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2026, 54(6): 1-11.

[16] Bouman, P., Agatz, N. and Schmidt, M. (2018) Dynamic Programming Approaches for the Traveling Salesman Problem with Drone. *Networks*, **72**, 528-542. https://doi.org/10.1002/net.21864

附　录

参数检验用 6 个校准实例(3 个父文件)、种子 100~104，单因素 7 组配置(含默认)，共 210 次；密度检验用表 6 的 6 例、种子 0~4，3 点和 15 点同环境重跑，共 60 次，15 点包含原 3 点。均采用 Joint-ALNS，20、50 客户分别限时 6、12 s。固定结构复核保留原 180 条方案的分配、顺序、架次及道路，仅重选回收并重建时刻。新增 270 次运行与主体 1128 次分计。

Table S1. Sensitivity analysis of key algorithm parameters
表 S1. 关键算法参数敏感性检验

配置	运行数	平均变化%	实例变化范围%	迭代比
默认配置	30	0.00	0.00 至 0.00	1.00
移除比例 0.10	30	+0.61	−1.28 至+2.49	1.02
移除比例 0.25	30	−1.18	−3.19 至+1.68	0.96
学习率 0.10	30	+0.29	−1.43 至+1.37	0.99
学习率 0.30	30	−0.23	−2.00 至+1.67	0.98
束宽 1	30	−1.18	−3.46 至+0.04	1.74
束宽 4	30	+1.26	+0.82 至+2.03	0.58

参数变化下的平均完成时间相对默认配置变化为−1.18%至+1.26%，默认配置并非校准样本最优。为保持主体对照一致，仍保留原参数；仅反映局部敏感性，尚不能证明联合修复收益在不同参数配置下稳定。

Table S2. Comparison between 3-point and 15-point candidates under the same time budget
表 S2. 相同时间预算下的 3 点与 15 点候选对照

实例	3 点均值 ± 标准差 s	15 点均值 ± 标准差 s	变化%
D20-1	578.76 ± 5.09	575.60 ± 9.27	−0.55
D50-1	1226.97 ± 2.16	1227.09 ± 5.52	+0.01
S20-1	701.08 ± 16.19	694.77 ± 19.29	−0.90
S50-1	1433.82 ± 24.40	1428.79 ± 18.98	−0.35
U20-1	1053.17 ± 2.28	1052.37 ± 3.19	−0.08
U50-1	1830.71 ± 24.74	1818.24 ± 23.16	−0.68

Table S3. Review of recovery nodes with fixed original scheme structure
表 S3. 固定原方案结构后的回收点复核

每弧候选数	可行方案数	相对 3 点平均时间变化%
1	180/180	+0.13
3	180/180	0.00
7	180/180	−0.06
15	180/180	−0.09