Advances in Philosophy 哲学进展, 2026, 15(2), 7-12
Published Online February 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/acpp
https://doi.org/10.12677/acpp.2026.152042

康德哲学中数学知识的性质与基础

——先天综合、纯直观与概念构造的再阐释

何森洋

西南大学国家治理学院，重庆

收稿日期：2025年12月26日；录用日期：2026年1月17日；发布日期：2026年1月29日

摘　要

康德在《纯粹理性批判》中以“纯粹数学何以可能”为线索，将算术与几何的基本命题界定为先天综合判断，并据此提出一种以“纯直观–构造”为核心的数学知识论。本文在沿用这一框架的基础上作出三方面推进：其一，澄清“分析/综合”与“先天/后天”的双重区分在康德体系中的功能，说明数学之所以“综合”，并非仅是语义外延的扩展，而是依赖于在纯直观中对概念的构造；其二，区分空间与时间作为感性形式、图式与想象力在证明中的作用，解释为何康德既反对经验主义的归纳根据，也拒绝将数学化约为纯逻辑演算；其三，回应非欧几何与形式主义/逻辑主义对康德论题的挑战，论证应将康德的主张理解为关于人类认知条件的“构成性”论断，并可借助“相对化先验”(relativized a priori)与符号构造的研究对其加以当代化重述。本文旨在表明：即便欧氏几何的唯一性已不可维持，康德关于“构造性–客观有效性”的核心洞见仍为理解数学知识的必然性与可应用性提供了富有解释力的路径。

关键词

康德，数学知识，先天综合判断，纯直观

The Nature and Ground of Mathematical Knowledge in Kant’s Philosophy

—Reinterpreting the Synthetic a Priori, Pure Intuition, and the Construction of Concepts

Senyang He

College of National Governance, Southwest University, Chongqing

Received: December 26, 2025; accepted: January 17, 2026; published: January 29, 2026

Abstract

In the “*Critique of Pure Reason*” Kant famously asks how pure mathematics is possible and argues

文章引用: 何森洋. 康德哲学中数学知识的性质与基础[J]. 哲学进展, 2026, 15(2): 7-12.
DOI: 10.12677/acpp.2026.152042

that basic arithmetical and geometrical propositions are synthetic a priori, grounded in the pure forms of intuition (space and time) and secured through the construction of concepts. Building on this Kantian framework, this paper offers three revisions. First, it clarifies the roles of the analytic/synthetic and a priori/a posteriori distinctions, showing that the "synthetic" character of mathematics is not merely semantic extension but a constructive procedure carried out in pure intuition. Second, it explicates how space, time, schematism, and imagination contribute to mathematical proof, thereby motivating Kant's rejection of both empiricist foundations and a reduction of mathematics to purely logical calculation. Third, it addresses challenges from non-Euclidean geometry and from logicist/formalist programs by interpreting Kant's thesis as a constitutive claim about conditions of human cognition, and by drawing on contemporary proposals such as the relativized a priori and accounts of symbolic construction. The upshot is that, even if the uniqueness of Euclidean geometry is no longer defensible, Kant's core insight about the link between constructability and objective validity remains philosophically fruitful for understanding the necessity and applicability of mathematics.

Keywords

Kant, Mathematical Knowledge, Synthetic a Priori, Pure Intuition

1. 引言：重新提出“先天综合判断”在当代数学哲学中的困境

本文将探讨康德如何通过“纯粹数学何以可能”这一问题，分析数学知识的基础和条件。康德关于数学知识的理解与讨论并非属于一般认识论分支，而是《纯粹理性批判》整体论证的关键环节：在他看来，数学与自然科学展示了人类理性能够获得确定知识的“事实”，而批判哲学要回答的，正是这种确定性何以可能。因此，康德以“纯粹数学何以可能？”为核心问题，将数学知识置入对先验条件的追问之中。

就当代研究而言，对康德数学哲学的兴趣在 20 世纪后半叶再度兴起。围绕“数学是先天综合的”这一经典断言，学界形成了若干互补的解释路径：一类解释强调空间与时间作为纯直观形式对几何与算术的奠基作用；另一类解释转向数学实践，强调证明方法、符号使用与想象力－图式机制；还有研究尝试在非欧几何、相对论物理及形式化基础理论的背景下，重估康德论题的可保存部分，并提出“相对化先验”等当代重述。这些讨论共同表明：康德数学知识论的核心不在于给出一套关于“数学对象是什么”的形而上学本体论，而在于说明数学知识的客观有效性如何根植于人类认知结构。康德提出“纯粹数学何以可能”这一问题，是要探讨数学知识如何超越经验的局限，达到普遍性和必然性。数学的确立不仅仅是关于“数学对象”的讨论，更是要回答“知识何以可能”的基础性问题。

除上述分析哲学路径外，新康德主义马堡学派(如赫尔曼・柯亨、恩斯特・卡西尔)早在 19 世纪末至 20 世纪初，就已致力于将康德的“纯直观”与“概念构造”理论发展为一种符号形式哲学，强调数学知识本质上是纯粹思维通过符号系统进行的构造性活动。柯亨在《无穷小方法原理及其历史》中，将微积分的基础解释为纯粹思维的构造性成果，而非直观经验的抽象[1]；卡西尔则在《实体与功能》中系统论证了数学概念如何通过符号功能建构起客观的知识体系[2]。这一传统提示我们：康德的直观理论不必局限于感性直观，而可通过“符号性直观”与“功能性建构”与现代数学实践衔接。

本文以一篇“浅谈”式综述为起点，并在其基本框架——先天综合判断、空间/时间纯直观、概念构造以及现代批评回应——之上进行重写与拓展。文章首先将分析康德的“先天综合判断”概念，接着阐述空间和时间如何作为感性形式影响数学知识的构建，最后回应现代哲学对康德数学哲学的挑战。其不仅仅依托康德的经典理论来阐明数学知识的可能性，还借助现代数学哲学的新发展，尝试将康德的“构造性－客观有效性”洞见与当代数学哲学中的结构主义、形式主义等理论进行对话，探索其当代价值。

2. “先天综合”的：一种构造主义的认识论方案

康德对数学知识的定位，首先依赖两组区分：其一是分析判断/综合判断，其二是先天/后天(经验)知识。前者关涉判断的“扩展性”——谓词概念是否包含于主词概念之中；后者关涉判断的“根据”——其正当化是否依赖经验。在《纯粹理性批判》中，康德的论证目标并不是为日常语言中的一切句子做语义分类，而是要说明：是否存在一种既扩展知识、又不依赖经验的判断类型；若存在，它如何可能。

在这一意义上，“分析”并非简单等同于“同义反复”，而是指凭概念分析即可确证的判断；“综合”也不仅指增加外延信息，而是指证明需要引入某种“第三者”——康德称之为直观(Anschauung)。当康德以“7 + 5 = 12”说明算术命题为综合判断时，意在强调：从“7”“5”与“加法”概念出发的纯概念分析不足以推出“12”，而必须借助对单位的逐次综合(例如借助手指或点的表象)来完成构造[3]。

值得注意的是，20 世纪经验主义对“分析/综合”的怀疑(最著名者如奎因对该区分的系统批评)往往针对一种以“意义－同义”作为分析性的语义标准。然而，康德的区分更多是认识论－方法论性的：它服务于对证明根据的追问，即在何种认知资源之下我们能够获得必然性与普遍性。因此，即便承认奎因式批评在语义理论层面具有力度，康德的问题仍可被理解为：数学证明为何具有不可替代的“构造步骤”，以及这种构造如何保证客观有效性[1] [4]。

由此，“先天综合判断”并不是一个“把数学命题贴上标签”的结论，而是一个研究计划：通过揭示数学证明的先验条件，为数学知识的必然性提供解释，并进一步为自然科学的先验原则提供模型。在康德看来，这种解释路径与经验主义(以归纳与习惯解释必然性)以及纯理性主义(试图将数学还原为概念分析)都不同。

3. 纯直观：空间与时间作为数学的先验根据

康德在“先验感性论”中主张：空间与时间不是从经验抽象得来的概念，而是经验得以可能的纯粹直观形式。空间是外感官的形式，使对象被表象为“在我之外、彼此并列”；时间是内感官的形式，使表象被组织为“继起与同时”。因此，空间与时间不是物自身的属性，而是我们感受能力(感性)对经验材料施加的先验结构[5]。

在康德看来，几何学的综合先验地位更能说明这一点：几何命题之所以具有必然性，并非因为它们描述了某种独立存在的“几何对象王国”，而是因为几何证明依赖于在纯空间直观中进行的构造与作图。欧几里得式证明并不是在概念之间做逻辑替换，而是通过作图把概念的结构“展示出来”，从而使新性质在直观中显现。

算术与代数则更直接体现时间形式的作用。康德将数的生成理解为对单位的逐次综合：计数的“一个接一个”对应时间的继起结构，而加法、乘法等运算则是对这种极其综合的规则化。在这一框架下，算术命题的必然性来自我们在纯时间直观中能够重复同一综合规则；它们之所以可应用于经验对象，是因为任何经验对象的表象都必须服从时间形式[1] [3]。

需要强调的是，康德并不否认数学活动中概念与符号的作用；他要反对的是把数学完全理解为符号演算、从而把直观构造视为可删去的“心理学附属物”。在康德的术语中，数学知识既是“概念的”

(discursive)，又是“直观的”(intuitive)：概念给出一般规则，直观使规则以可证明的方式被实例化。

4. 数学何以是综合的？——重审康德的构造性直观理论

康德在“先验方法论”中用一句常被引用的话概括数学方法：数学知识是“通过概念的构造”获得的；构造概念意指“先天地展示与之相应的直观”。[1]这一定义的关键不在“展示”这一心理表象，而在“先天－规则化的构造程序”：它允许我们在不诉诸经验对象的情况下，仍然获得关于对象的必然性判断。

为了使“构造”具有认识论意义，康德引入了想象力与图式(Schematismus)的机制。直观并非杂乱的感性材料，而是被图式规则组织过的表象：图式既不同于抽象概念(其普遍性过强)，也不同于个别图像(其个别性过强)，它是一种“生成规则”，使概念能够在纯直观中获得确定的时空形式。因此，数学证明中的作图、符号操作与步骤化推演，可以被理解为图式规则在直观中的运行。

从这一角度看，数学证明之所以具有“展示性”(exhibitive character)，并不是因为它依赖生理视觉或心理意象，而是因为它在公共可重复的构造程序中实现了客观性：任何具有相同认知结构的主体都能够重做同一构造，并在同一结构中“看见”结论。这也解释了康德为何能够把数学的必然性与可应用性联系在一起：数学之所以必然，是因为构造规则在纯直观中可重复；数学之所以可应用，是因为经验对象的表象必然服从同一时空形式[6]。需要补充的是，康德并不要求数学推理必须诉诸“图形直观”。在他那里，符号(如代数符号)同样可以承担构造功能：符号之所以有效，并非作为任意标记，而是作为规则化操作的载体，能够在时间序列中引导综合。因此，所谓“直观”，在康德数学知识论中可以具有更宽的解释空间——既包括几何作图中的空间展示，也包括运算步骤中的时间性构造[7]。

值得一提的是，康德之后的马堡学派进一步推动“直观”的符号化与功能化理解。恩斯特•卡西尔在《实体与功能》中提出，数学概念的本质不在于其指向某种直观内容，而在于其在符号系统中所承担的结构性功能[2]。这种“符号形式”哲学并不否定直观的基础地位，而是将其理解为一种规则引导的、可公共操作的符号构造过程。因此，现代代数与拓扑学中的高度抽象概念，虽无法在感性时空中直接“展示”，却仍可被视为一种符号性直观的构造产物——它们通过符号系统的规则化操作，实现了康德所强调的“先天地展示概念”的认识论要求。

5. 非欧几何与形式化基础：批评、回应与当代化重述

19 世纪非欧几何的出现，似乎直接冲击了康德将欧氏几何视为综合先验知识的立场：如果不同几何系统在逻辑上一致，那么欧氏公设就不再具有唯一性。与此相伴，20 世纪数学基础研究中的逻辑主义与形式主义程序，也促使人们重新思考：数学的确定性究竟源自直观构造，还是源自形式系统的公理化与证明论[1]。

对这些批评，若以“康德错在把物理空间当作欧氏空间”作简单否定，往往会遮蔽康德论题的真正指向。更具解释力的回应是区分两个层次：(a) 关于经验世界空间结构的经验性断言(它可以被科学理论修正)；(b) 关于经验可能性的构成条件(它说明我们如何以某种几何框架来表象对象)。康德原初的主张主要属于(b)：几何之所以具有先验效力，是因为它为对象表象提供了框架。在这一意义上，非欧几何的成立并不直接否定“构成性”论断，而是提示：构成性框架未必永远固定为欧氏形式。

弗里德曼等人根据这一点提出了“相对化先验”(relativized a priori)的思路：在科学范式迭代的过程中，某些原则在特定的理论框架内发挥了先验－构成性的角色，但其并非是不可更改的；而整体理论框架转换之时，先验结构也可能被重新配置。这一思路一方面保留了康德关于“先验条件”与“客观有效性”的关联，另一方面避免绝对化欧式几何的具体形式[8] [9]。

另一条当代化路径是重新审视“直观”与“构造”这两个核心范畴的深层意涵。诚然，现代数学证明已不再单纯依赖图形作图，但其本质——规则化的构造与可追踪的推演步骤——依然未变，这恰可被诠释为一种“符号直观”或“操作性直观”。Sutherland 与 Shabel 等学者的近期研究极具启发性，他们通过强调康德对量(magnitude)与度量结构的论述，试图在更宏阔的数学实践图景中重构康德的构造论[1][10]。这种尝试的关键价值在于，它证明了康德的理论框架并非与现代数学的抽象化格格不入，反而具有潜在的兼容性。

此外，面对形式主义将数学还原为符号游戏的挑战，卡西尔明确指出，数学符号并非空洞标记，而是思维借以构造客观知识的功能性媒介。这一立场既保留了康德对数学客观有效性的坚持，又赋予符号系统以认识论构造的核心角色[10]。因此，康德的“直观”可在马堡学派的诠释下，被理解为一种依规则进行的符号构造能力，而这正是现代数学证明与公理化系统所依赖的认知基础。

必须承认，非欧几何的兴起与形式化基础理论的建立，确实无情地暴露了康德受限于 18 世纪语境而对几何学做出的某些具体判断的局限。然而，这绝不意味着我们必须抛弃其数学知识论的核心洞见。相反，我们应当看到：数学知识的客观性与必然性，并非源自某种虚无缥缈的超验对象领域，而是植根于可公共化、可重复的构造规则之中。正是这些规则在经验可能性的构成中占据了关键地位，才深刻地解释了为何数学能够如此有效地应用于自然界。

6. 结语

回顾全文，我们围绕“先天综合－纯直观－概念构造”这一主轴，对康德关于数学知识性质与基础的论证进行了重构与细化。在此视域下，数学命题的“先天性”源于其正当化过程独立于经验事实，而其“综合性”则确立于证明过程中不可或缺的构造性步骤，而非单纯的概念分析；空间与时间作为感性形式，为这种构造提供了必要的先验场域，想象力与图式机制则进一步阐明了构造如何获得规则性与客观有效性。

面对非欧几何与形式化理论的冲击，康德哲学的生命力不在于固守“欧氏几何唯一真”的陈旧断言，而在于深化“构成性先验条件”的方法论洞见。我们需要在当代理论视野中对其进行创造性重述：一方面，借助相对化先验的概念，承认先验框架随科学演进的可调整性；另一方面，通过符号构造与操作性直观，拓展我们对数学实践中“直观”的理解。

康德哲学的价值还在于它为当代数学哲学争论提供了一个调和结构主义与柏拉图主义之间矛盾的视角。结构主义认为数学对象的存在依赖于数学结构中的关系，而柏拉图主义则认为这些对象独立于人类认知存在并具有普遍性。康德的“构造性－客观有效性”理论通过强调数学对象的构造性来调和这两者：他认为数学对象并非仅仅是结构的关系或是独立存在的实体，而是通过人类认知构造的直观得以显现的。康德的理论不仅回答了数学知识的客观性问题，还为结构主义和柏拉图主义提供了一个共同的框架：数学的客观有效性来源于认知条件下的构造性直观。其中，“相对化先验”发挥了重要作用，这一概念指出，虽然数学的构造性依赖于人类的认知结构，但这一构造并不是固定不变的，而是随着科学发展和认知框架的变化而调整。通过“相对化先验”，我们不仅保留了数学知识的普遍性和客观性，还能够解释不同数学理论体系(如非欧几何与欧几何)之间的兼容性和灵活性。因此，康德的理论为结构主义与柏拉图主义之间的争论提供了具体的解决方案：通过构造性直观，我们可以在不同的数学结构中找到数学对象的共性，而这些对象的普遍性依赖于其构造过程，而非先验的独立存在。归根结底，康德并非为数学确立了不可动摇的终极基础，但他无疑提供了一种解释数学必然性、客观性与可应用性的、至今仍极具解释力的理论范式。

参考文献

[1] Shabel, L. (2012) Kant's Philosophy of Mathematics. Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2013 Edition). http://www.mlr.gov.cn/xwdt/jrxw/201201/t20120109_1056142.htm.

[2] Cassirer, E. (1923) Substance and Function. Open Court.

[3] Parsons, C. (1969) Kant's Philosophy of Arithmetic. In: Morgenbesser, S., Suppes, P. and White, M., Eds., *Philosophy, Science and Method*: *Essays in Honor of Ernest Nagel*, St. Martin's Press, 568-594.

[4] Quine, W.V.O. (1951) Two Dogmas of Empiricism. *The Philosophical Review*, **60**, 20-43.

[5] 康德. 纯粹理性批判[M]. 邓晓芒, 译. 北京: 人民出版社, 2004.

[6] 刘凤娟. 康德数学观新探[J]. 南昌大学学报(人文社会科学版), 2016, 47(1): 25-31.

[7] Hintikka, J. (1967) Kant on the Mathematical Method. *Monist*, **51**, 352-375. https://doi.org/10.5840/monist196751322

[8] Friedman, M. (1985) Kant's Theory of Geometry. *The Philosophical Review*, **94**, 455-506. https://doi.org/10.2307/2185244

[9] Friedman, M. (1992) Kant and the Exact Sciences. Harvard University Press.

[10] Sutherland, D. (2021) Kant's Mathematical World: Mathematics, Cognition, and Experience. Cambridge University Press.